



# Mise en oeuvre expérimentale et analyse vibratoire non-linéaire d'un dispositif à quatre maquettes d'assemblages combustibles sous écoulement axial

Simon Auguste, Henri Clément

## ► To cite this version:

Simon Auguste, Henri Clément. Mise en oeuvre expérimentale et analyse vibratoire non-linéaire d'un dispositif à quatre maquettes d'assemblages combustibles sous écoulement axial. Mécanique [physics]. Aix Marseille Université, 2014. Français. NNT : . tel-01157567

**HAL Id: tel-01157567**

**<https://theses.hal.science/tel-01157567>**

Submitted on 28 May 2015

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Distributed under a Creative Commons Attribution - NonCommercial - NoDerivatives| 4.0 International License



AIX-MARSEILLE UNIVERSITE  
ECOLE DOCTORALE 353 : SCIENCES POUR L'INGENIEUR : MECANIQUE,  
PHYSIQUE, MICRO ET NANOELECTRONIQUE  
Laboratoire de Mécanique et d'Acoustique - Aix-Marseille Université  
Laboratoire d'Hydromécanique du Coeur et des Circuits - CEA

Thèse présentée pour obtenir le grade universitaire de docteur

Discipline : Mécanique  
Option : Energétique

Simon CLEMENT

Mise en oeuvre expérimentale et analyse vibratoire non-linéaire  
d'un dispositif à quatre maquettes d'assemblages combustibles sous  
écoulement axial

Soutenue le 11 Décembre 2014, devant le jury :

M. O. CADOT	Professeur, ENSTA-Paris Tech, Paris	Président
M. P. ARGOUL	Maître de conférence, HDR, ENPC, Paris	Rapporteur
M. G. MICHON	Ingénieur chercheur, HDR, ISAE, Toulouse	Rapporteur
M. C. ELOY	Professeur, Ecole Centrale Marseille	Examineur
M. P. BARDET	Assistant professeur, GWU, Washington DC	Examineur
M. S. BELLIZZI	Directeur de recherche, LMA-CNRS, Marseille	Directeur
M. B. COCHELIN	Professeur, Ecole Centrale Marseille	Co-directeur
M. G. RICCIARDI	Ingénieur chercheur, CEA, Saint Paul-lez-Durance	Invité



# Table des matières

<b>Introduction générale</b>	<b>9</b>
<b>I Synthèse bibliographique</b>	<b>13</b>
I.1 Enjeux des études vibratoires d'un coeur de REP . . . . .	13
I.1.1 Description d'un coeur de REP . . . . .	13
I.1.2 Phénomènes physiques mis en jeu . . . . .	15
I.1.3 Quelques résultats expérimentaux à l'origine des études actuelles . . . . .	15
I.2 Modélisation d'un réseau d'assemblages combustibles . . . . .	16
I.2.1 Modélisation de la structure d'un assemblage combustible . . . . .	16
I.2.2 Modélisation de l'effet du fluide sur la structure . . . . .	18
I.2.3 Modélisation d'un réseau d'assemblages par milieu poreux, développée au LHC . . . . .	21
I.3 Méthodes d'analyse de données . . . . .	31
I.3.1 Systèmes linéaires . . . . .	31
I.3.2 Systèmes non-linéaires . . . . .	35
I.3.3 Méthodes de caractérisation et d'identification non-linéaires . . . . .	38
<b>II Conception de la section d'essai ICARE EXPERIMENTAL</b>	<b>47</b>
II.1 Historique des études expérimentales au CEA . . . . .	47
II.2 La section d'essai ICARE EXPERIMENTAL . . . . .	48
II.2.1 Principe de la section d'essai et ses différentes configurations . . . . .	48
II.2.2 Conception des maquettes d'assemblages combustibles . . . . .	49
II.2.3 Le dispositif d'excitation . . . . .	61
II.2.4 L'instrumentation de mesure . . . . .	64
II.2.5 Développement de mesures laser à Georges Washington University . . . . .	65
<b>III Analyse par POD à fenêtres glissantes (SWPOD)</b>	<b>71</b>
III.1 Présentation de la méthode . . . . .	71



III.1.1	La transformée continue de Gabor et la POD . . . . .	71
III.1.2	Sliding Window Proper Orthogonal Decomposition . . . . .	72
III.1.3	Application pratique de la SWPOD . . . . .	73
III.2	Application à un système non-linéaire à 3 DDL simulé . . . . .	74
III.2.1	Le système mécanique étudié . . . . .	74
III.2.2	Analyse modale non-linéaire du système . . . . .	76
III.2.3	Analyse de simulations à faibles niveaux d'excitation par SWPOD (com- portement linéaire) . . . . .	79
III.2.4	Résultats obtenus par SWPOD à forts niveaux d'excitation (comporte- ment non-linéaire) . . . . .	85
<b>IV</b>	<b>Quelques applications expérimentales de la SWPOD</b>	<b>89</b>
IV.1	Application à des essais vibratoires sur un tube GV . . . . .	89
IV.1.1	Présentation des essais . . . . .	89
IV.1.2	Résultat des analyses par SWPOD . . . . .	92
IV.2	Analyse des essais à un assemblage combustible . . . . .	96
IV.2.1	Analyse complète de deux essais par SWPOD . . . . .	96
IV.2.2	Comparaisons pour différentes conditions d'essai . . . . .	102
<b>V</b>	<b>Les essais ICARE, expérimentaux et simulés</b>	<b>105</b>
V.1	Analyse des essais expérimentaux . . . . .	105
V.1.1	Premiers essais et résolution de quelques biais expérimentaux . . . . .	106
V.1.2	Analyse des résultats en air . . . . .	113
V.1.3	Analyse des résultats en eau stagnante . . . . .	123
V.1.4	Perspectives de l'installation ICARE EXPERIMENTAL . . . . .	131
V.2	Simulation des essais ICARE . . . . .	132
V.2.1	Adaptation du code de simulation COEUR3D . . . . .	132
V.2.2	Analyse des résultats en air . . . . .	133
V.2.3	Analyse des résultats en eau stagnante . . . . .	136
V.2.4	Quelques résultats simulés avec écoulement fluide . . . . .	143
V.2.5	Analyse de simulations avec excitation en force imposée . . . . .	146
	<b>Conclusion et perspectives</b>	<b>155</b>
<b>A</b>	<b>Schémas de la section d'essai ICARE EXPERIMENTAL</b>	<b>183</b>
<b>B</b>	<b>Résultats de vibration d'un assemblage sous écoulement, vérin en grille 7</b>	<b>193</b>

<b>C Résultats de vibration d'un assemblage en eau, vérin en grille 5</b>	<b>195</b>
<b>D Compression des maquettes ICARE par rondelles ressort</b>	<b>197</b>



# Remerciements

Je tiens tout d'abord à remercier les membres du jury, sans qui je n'aurais pu soutenir ma thèse. Je remercie les rapporteurs, messieurs Argoul et Michon, pour leurs commentaires constructifs qui m'ont permis d'améliorer le rendu final de mon travail. Merci au président du jury, monsieur Cadot, et aux examinateurs messieurs Eloy et Bardet pour leurs questions et remarques pertinentes lors de la soutenance, ainsi que pour les perspectives d'étude qu'ils ont soulevées.

Mes remerciements vont maintenant à mes directeurs et encadrants de thèse. Je remercie Sergio Bellizzi pour les nombreux échanges que l'on a eu sur le volet théorique de la thèse, pour lequel son aide a été indispensable. Son expertise et sa rigueur m'ont beaucoup apporté et m'ont permis d'en arriver là où j'en suis. Je remercie aussi Bruno Cochelin, pour les rencontres plus rares que nous avons eu, mais où sa pédagogie et la justesse de ses remarques ont toujours fait la différence. Enfin, je remercie chaleureusement Guillaume Ricciardi pour ces trois ans, qui ont à la fois été très agréables en sa compagnie et très enrichissantes. Je tiens enfin à remercier les trois pour la grande liberté et autonomie qu'ils m'ont laissé, tout en étant toujours disponibles et en me recadrant lorsque c'était nécessaire.

Je remercie l'ensemble du LHC, où j'ai passé la majeure partie de ma thèse. L'excellente ambiance au sein du laboratoire et le fort esprit d'équipe qui l'anime ont permis de mener à bien le projet de thèse, malgré les embûches expérimentales, et ce dans la bonne humeur. Je tiens ainsi à remercier les chefs de laboratoire Etienne Tevissen et Isabelle Tkatschenko, ainsi que le chef de projet Bruno Collard, pour leur soutien permanent pour faire avancer l'installation expérimentale (et il y en a eu besoin). Merci à tous les membres du LHC qui ont participé à l'installation d'ICARE : en premier lieu Kévin, mais aussi Thibaut, Jean-François, Didier, Nathalie, Fabienne, Stéphane, Francis. Enfin, je remercie les deux secrétaires de choc Isabelle et Gaëlle.

Je remercie aussi le LMA et en particulier Stéphane Lejeune et Iulian Rosu pour leur aide sur ABAQUS. Je remercie Philippe Bardet pour son accueil à GWU au Thermo Fluids Lab, ainsi que ses étudiants Noah, Matthieu, Amy et Mike avec qui il a été un plaisir de travailler.

Je remercie les amis thésards, ingénieurs, stagiaires avec qui j'ai passé 3 excellentes années à Aix et en particulier Marion, Pada, Julien, Micka, Clément, Sylvain, Bertrand, Lise, Guillaume, Gigi, Mémé, Pepito, Marcelle, Coralie, Jean-Eric, Gaele, Richard, et les autres que j'oublie. Je remercie tous les amis de Grenoble, que c'est toujours un immense plaisir de retrouver.

Enfin, je remercie mes parents et mon frère, qui m'ont toujours soutenu et sont venus à ma soutenance, et sans qui je ne serais pas qui je suis aujourd'hui. Je remercie particulièrement ma maman, pour ses relectures du manuscrit sans lesquelles les coquilles auraient été bien plus nombreuses.



# Introduction générale

La sûreté des centrales nucléaires est un enjeu industriel majeur, récemment illustré par l'accident survenu à Fukushima. Dans les réacteurs à eau pressurisée (REP), le modèle de centrale utilisé en France à l'heure actuelle, le combustible est principalement composé d'oxyde d'uranium enrichi, présent sous forme de pastilles réunies dans des crayons combustibles. Ces crayons combustibles sont regroupés par faisceaux de 17 par 17 appelés assemblages combustibles, dans lesquels ils sont maintenus par dix grilles réparties sur la hauteur de chaque assemblage. Entre 150 et 250 assemblages combustibles sont présents dans un cœur de REP en fonction de son modèle. L'énergie calorifique produite par la réaction de fission au sein des crayons combustibles est transportée par un écoulement d'eau ascendant, transmettant la chaleur aux générateurs de vapeur. Ces derniers envoient la vapeur créée à des turbines, qui produisent alors de l'électricité.

La présente étude porte sur la justification de la tenue du combustible nucléaire aux séismes, qui est étudiée depuis plusieurs décennies par les acteurs internationaux du nucléaire. L'objectif général de cette thèse est de progresser sur la caractérisation du comportement des assemblages combustibles sous écoulement et sur la simulation des cœurs sous séisme. Lors d'un séisme, les structures internes du cœur vibrent et s'entrechoquent, pouvant ainsi porter atteinte à la sûreté du cœur. Pour des séismes de fortes magnitudes, des chocs entre assemblages peuvent provoquer une déformation permanente des grilles, pouvant mettre en contact des crayons combustibles, alors non refroidis au point de contact. Un "point chaud" peut alors se former, conduisant potentiellement à une fonte locale de la gaine des crayons et provoquant un relâchement de produits radioactifs dans le circuit d'eau. La gaine des crayons étant la première des trois barrières de confinement des substances radioactives, il est important qu'elle reste intacte. Des déformations des grilles trop importantes peuvent également gêner la chute des grappes de contrôle chargées d'arrêter la réaction nucléaire, retardant ainsi un arrêt d'urgence du cœur en cas d'accident.

Un code simulant le comportement des assemblages combustibles en cas de séisme est nécessaire pour prévoir les forces d'impact entre assemblages combustibles. Celui-ci doit permettre d'assurer la sûreté du cœur dès la conception ou d'effectuer des études a posteriori suite à un accident. Le comportement vibratoire d'un cœur est ainsi étudié dans le cadre d'une collaboration entre le CEA (Commissariat à l'Energie Atomique et aux Energies Alternatives), EDF et AREVA. La présente étude est menée au CEA, sur le site de Cadarache, au LHC (Laboratoire d'Hydromécanique du Cœur et des Circuits) avec le soutien du LMA (Laboratoire de Mécanique et d'Acoustique) du CNRS, situé à Marseille. Le LHC étudie les comportements mécanique, hydraulique et thermique de certains composants du cœur et des circuits primaires et secondaires. Des études sont menées sur les réacteurs nucléaires de génération 2 (REP pour European Pressurized water Reactor), 3 (EPR pour Evolutionary Power Reactor) et 4 (ASTRID). Un des axes majeurs d'étude du laboratoire, qui est celui de cette thèse, porte sur les assemblages combustibles de REP, qui ont des design proches.

De nombreux essais expérimentaux ont été conduits depuis les années 80 dans le cadre de cette collaboration entre le CEA, EDF et AREVA. Ils ont permis de mesurer les chocs entre assemblages combustibles sur des lignes de maquettes d'assemblages à échelle réduite ou échelle un, en air et en eau stagnante. Plus récemment, une installation a permis l'étude du couplage hydraulique entre neuf maquettes d'assemblages combustibles fortement simplifiées, dont huit étaient fixes. Enfin, d'autres essais ont permis de déterminer les caractéristiques modales d'un assemblage combustible réel en fonction des conditions d'écoulement d'eau, à l'aide d'essais de balayage fréquentiel ou de lâcher.

L'objectif de la thèse est de compléter ces études expérimentales à l'aide d'une nouvelle installation, permettant de mesurer le couplage entre assemblages combustibles induit par le fluide. Dans ce but, une section d'essai appelée ICARE EXPERIMENTAL, permettant la mise en vibration de quatre maquettes d'assemblages combustibles a été conçue, réalisée et exploitée au cours de la thèse. Afin d'être représentatifs des assemblages combustibles réels, les crayons combustibles des maquettes sont maintenus dans les grilles à l'aide de ressorts et de bossettes. Le déplacement d'une de ces maquettes est imposé en suivant un balayage fréquentiel et le déplacement des trois autres, induit par la présence d'eau, est mesuré. Des mesures de la vitesse du fluide sont aussi prévues par vélocimétrie laser à travers des hublots présents sur la section d'essai. Une collaboration avec Georges Washington University a été lancée au cours de la thèse sur les problématiques de mesure de la vitesse fluide autour d'un assemblage combustible en vibration. Les résultats obtenus avec l'installation ICARE EXPERIMENTAL permettront une meilleure compréhension et quantification des phénomènes de couplage entre assemblages combustibles et contribueront à la validation d'un code de simulation développé au LHC.

En effet, le laboratoire conduit aussi des travaux sur le développement de modèles numériques en complément de ses moyens expérimentaux. Le code COEUR3D vise ainsi à simuler le comportement vibratoire des assemblages combustibles d'un coeur en situation accidentelle. Les phénomènes physiques mis en jeu, comprenant du frottement entre grilles et crayons, l'écoulement fluide et de l'interaction fluide-structure, sont très complexes. A cause du très grand nombre de degrés de liberté et des comportements complexes des assemblages combustibles et du fluide, une simulation directe du comportement d'un coeur complet demanderait des ressources informatiques trop importantes. Le code COEUR3D est basé sur une modélisation simplifiée, réduisant le nombre de degrés de liberté et représentant certains phénomènes aux petites échelles au niveau de l'assemblage combustible.

Les méthodes d'analyse utilisées au laboratoire pour traiter les essais ont aussi été étudiées et améliorées. En effet, l'analyse des essais expérimentaux de vibration d'un assemblage combustible était jusqu'à présent effectuée en appliquant des outils simples d'analyse modale linéaire, utilisant un seul degré de liberté et ne tirant pas profit de l'ensemble des mesures effectuées. Une nouvelle méthode d'analyse de données a donc été développée. Elle a pour objectif de permettre l'analyse de systèmes complexes à plusieurs degrés de liberté, pouvant comporter des non-linéarités et de l'amortissement et dont le comportement fréquentiel varie avec le temps. Cette méthode est basée sur la combinaison de la POD (Proper Orthogonal Decomposition) et d'une analyse temps-fréquence (TFA). On peut, à l'aide de cette méthode, obtenir en fonction du temps les déformées les plus énergétiques du système vibrant, ainsi que la répartition d'énergie entre ces déformées appelées "modes propres orthogonaux" (POMs). De plus, cette méthode donne l'évolution temporelle du contenu fréquentiel des signaux étudiés. On peut alors suivre l'évolution de la dynamique du système en fonction du temps, avec une représentation très compacte des données.

Ce mémoire est structuré en cinq chapitres. Dans le premier, une synthèse bibliographique dressera le cadre des nombreux aspects de la thèse. Tout d'abord, la description d'un coeur de centrale nucléaire et les enjeux des études menées seront donnés. Ils seront suivis de la modélisation d'un réseau d'assemblages combustibles sous écoulement, sur laquelle est basé le code COEUR3D. Une introduction à la théorie des systèmes non-linéaires sera ensuite faite, avec la présentation de quelques outils d'analyse non-linéaire. Le deuxième chapitre présentera les dispositifs expérimentaux antérieurs à la thèse, avant de présenter la nouvelle boucle ICARE EXPERIMENTAL. La conception de la section d'essai et de ses quatre maquettes d'assemblages combustibles sera détaillée dans un premier temps, suivie de la description du dispositif d'excitation et de l'instrumentation utilisés. Le second chapitre sera clôturé avec les premiers résultats obtenus dans le cadre de la collaboration avec Georges Washington University. Au cours d'un séjour de trois mois au Thermo-Fluids Lab, des mesures de vélocimétrie laser et de shadowgraphy ont pu être réalisées sur un prototype placé sur table vibrante, et un multiplexer optique a été conçu, installé et testé. Le troisième chapitre présente la méthode d'analyse de données développée, appelée SWPOD (Sliding Window Proper Orthogonal Decomposition), qui combine analyse temps-fréquence et décomposition sur modes propres orthogonaux. Cette méthode sera appliquée à des simulations d'un système non-linéaire à trois degrés de liberté et un lien sera établi avec les modes normaux non-linéaires du système. Dans le quatrième chapitre, la SWPOD sera appliquée à des essais expérimentaux de vibration d'un tube de générateur de vapeur et d'un assemblage combustible. Enfin, le cinquième chapitre présentera les résultats obtenus avec la section d'essai ICARE EXPERIMENTAL et les comparera à ceux obtenus avec des simulations utilisant le modèle COEUR3D présenté au Chapitre 1.





# Chapitre I

## Synthèse bibliographique

Dans ce chapitre est présentée une synthèse bibliographique des différents aspects étudiés au cours de la thèse. Dans un premier temps, la description d'un coeur de réacteur à eau pressurisée est détaillée, servant de base aux études menées dans la thèse. Un état de l'art non exhaustif de la modélisation des coeurs de REP est ensuite fait, avec la description du modèle développé et utilisé au LHC. Dans un troisième temps, les principes de l'analyse modale linéaire sont rappelés, suivis d'une introduction aux systèmes non-linéaires. Enfin, un aperçu bibliographique des méthodes d'analyses de données adaptées aux systèmes non-linéaires est donné.

### I.1 Enjeux des études vibratoires d'un coeur de REP

#### I.1.1 Description d'un coeur de REP

Un coeur de réacteur à eau pressurisée (REP) est composé de 150 à 250 assemblages combustibles, eux-mêmes contenant chacun un réseau de 17x17 crayons combustibles. Ces crayons combustibles contiennent des pastilles d'oxyde d'uranium où a lieu la réaction de fission nucléaire, produisant de la chaleur. Cette chaleur est transportée à l'aide d'un écoulement d'eau ascendant au travers du coeur vers les générateurs de vapeur. La vapeur créée est utilisée pour mettre en rotation des turbines, produisant ainsi de l'électricité.

Dans un coeur, deux assemblages combustibles sont séparés de quelques millimètres seulement. Les crayons combustibles font environ 1cm de diamètre et 4m de long, et sont espacés d'environ 3mm dans un assemblage combustible. Ces crayons sont maintenus ensemble à l'aide de 8 à 10 grilles (REP produisant 900 MWe ou 1300 MWe) réparties sur la longueur de l'assemblage. Ils sont maintenus dans chaque grille à l'aide de ressorts et de bossettes afin d'empêcher leur chute et de bien les centrer. Afin de fournir une structure rigide à l'assemblage combustible, 25 crayons sont remplacés par des tubes, qui sont soudés aux grilles. Ces tubes, creux et d'un diamètre extérieur de 12mm, sont appelés tubes guides et permettent la descente de crayons absorbants en leur centre, ralentissant la réaction nucléaire en capturant des neutrons. Enfin, deux embouts (inférieur et supérieur) sont situés aux extrémités de chaque assemblage pour assurer leur fixation sur la plaque inférieure de coeur (PIC) et la plaque supérieure de coeur (PSC). Les 25 tubes guides sont fixés dans ces embouts. L'ensemble rigide formé des deux embouts, des 25 tubes guides et des grilles est appelé squelette. La Figure I.1 (gauche) montre un assemblage combustible schématisé.

Un écoulement d'eau ascendant à 5 m/s, pressurisé à 150 bar et porté à la température moyenne de 310°C (290°C en entrée et 330°C en sortie), permet l'évacuation de la chaleur créée par les réactions de fission. L'eau entre dans le coeur à travers les embouts inférieurs (qui sont percés) et dans l'espace entre les assemblages, puis s'écoule entre et à travers les assemblages. Des ailettes de mélange sont présentes sur la partie supérieure des grilles pour permettre un meilleur brassage du fluide.

Nous nous intéressons ici particulièrement aux vibrations des assemblages combustibles en cas de séisme. Dans des conditions accidentelles, l'ensemble du coeur est mis en vibration et des chocs peuvent intervenir entre assemblages et entre les assemblages et le cloisonnement du coeur. La sûreté du coeur peut alors être remise en cause, car des chocs trop importants au niveau des grilles des assemblages peuvent les déformer, pouvant alors empêcher la chute des barres de contrôle dont le but est d'arrêter la réaction nucléaire. Il est à noter que les assemblages peuvent subir de fortes vibrations dans d'autres situations accidentelles que les séismes, telles qu'une perte de réfrigérant primaire (fuite dans le circuit primaire). Les études réalisées ici portent principalement sur le risque sismique, mais sont aussi utiles pour ces autres situations accidentelles. Un schéma d'un coeur mis en vibration est donné en Figure I.1 (droite), avec six assemblages combustibles s'entrechoquant ou choquant la paroi de la cuve (les échelles ne sont pas représentatives).

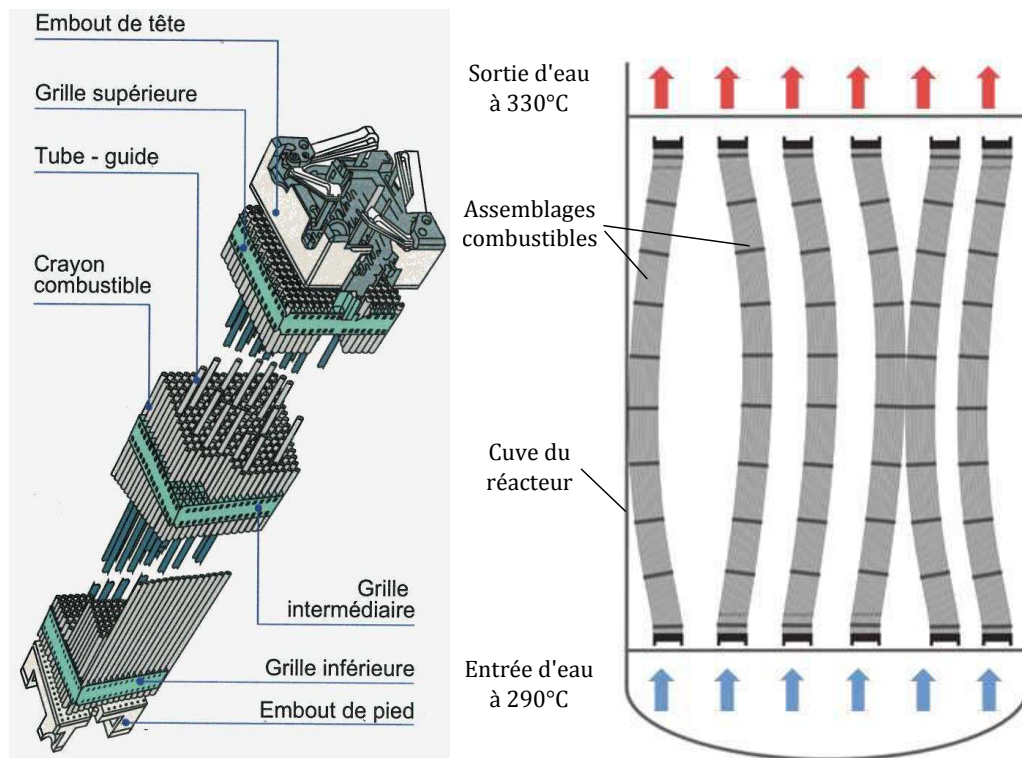


FIGURE I.1 – Schéma d'un assemblage combustible (gauche). Schéma d'un coeur sous sollicitation sismique (droite).

### I.1.2 Phénomènes physiques mis en jeux

Du point de vue structure, un assemblage combustible a un comportement complexe, malgré une structure élancée proche d'une poutre. En effet, les crayons sont fixés dans les grilles par compression entre des ressorts et des bossettes, introduisant une relation de contact non-linéaire due au frottement entre les crayons et les grilles, lors de la mise en flexion d'un assemblage. De plus, un ressort et deux bossettes sont utilisés pour serrer le crayon, un contact en 2 points ou en 3 points est donc possible en fonction de l'inclinaison du crayon dans la grille. Des non-linéarités ont pu être observées expérimentalement lors d'essais en air, sous forme de non-linéarités de raideur et d'amortissement, et par un phénomène d'hystérésis lors de cycles de déplacements d'un assemblage.

Du point de vue fluide, on a dans un coeur un écoulement ascendant à  $5\text{ m/s}$ , avec de l'eau à  $150\text{ bar}$  et  $310^\circ\text{C}$ . En prenant comme dimension caractéristique la largeur de la lame fluide entre les crayons de deux assemblages adjacents (environ  $6\text{ mm}$ ), on obtient un nombre de Reynolds  $Re \simeq 2.10^5$ , soit un écoulement turbulent. De plus, bien que l'écoulement dans le coeur soit ascendant, il n'est que quasi-axial par rapport aux assemblages combustibles. En effet, une faible composante radiale est présente à cause du mouvement latéral des assemblages combustibles (de l'ordre de 5 à 15%).

Des phénomènes d'interaction fluide-structure sont aussi présents, puisque les déplacements des assemblages vont modifier les mouvements du fluide, qui va à son tour influencer le comportement des assemblages combustibles. Le fluide exerce, en effet, des forces sur les assemblages combustibles en s'écoulant autour des crayons et des tubes guides ainsi qu'à travers les grilles. La simple présence d'eau va déjà faire apparaître une masse ajoutée et un fort amortissement (Ricciardi et Boccaccio, 2012). L'écoulement va ensuite avoir un fort impact sur le comportement des assemblages combustibles, puisque son augmentation entraîne un accroissement de la raideur des assemblages et de l'amortissement.

Enfin, en situation accidentelle, des impacts entre les assemblages et entre les assemblages et la paroi peuvent avoir lieu, et doivent donc être eux-aussi pris en compte.

### I.1.3 Quelques résultats expérimentaux à l'origine des études actuelles

De nombreux essais ont été réalisés dans le cadre de la tenue des coeurs de réacteurs aux séismes, afin d'améliorer la compréhension des phénomènes physiques mis en jeu.

Confidentiel

## I.2 Modélisation d'un réseau d'assemblages combustibles

Dans l'objectif de simuler le comportement vibratoire d'un coeur sous excitation sismique, il serait nécessaire de réaliser des calculs directs avec l'ensemble des structures finement représentées, l'ensemble des lois de contact, le fluide et leurs interactions. Cela mènerait cependant à un trop grand nombre de degrés de liberté, dont la résolution n'est pas possible avec les moyens informatiques actuels, en particulier à des fins industrielles pour lesquelles un très grand nombre de calculs est nécessaire. Une modélisation à l'échelle de l'assemblage combustible est recherchée afin d'obtenir un nombre de degrés de liberté suffisamment réduit. La structure d'un assemblage, les mouvements du fluide, et les phénomènes d'interaction fluide-structure doivent donc être modélisés à cette échelle.

### I.2.1 Modélisation de la structure d'un assemblage combustible

Avec leur structure élancée, les assemblages combustibles sont souvent représentés dans les modèles par des poutres simples de type Euler-Bernoulli. Des modèles de ce type sont utilisés pour la modélisation des chocs sur une ligne d'assemblages combustibles dans Rigaudeau (1997); Kim et Lee (2001); Kim et al. (2005), où les chocs entre assemblages sont gérés par un modèle d'impact à plusieurs ressorts.

D'autres auteurs utilisent des modèles à deux poutres pour modéliser le comportement du squelette et des crayons, liés par des relations représentant les lois de contact. Ben Jedida (1993) et Fontaine et Politopoulos (2000) ont proposé de modéliser les tubes guides et les crayons par deux poutres distinctes, liées par des ressorts linéaires et non-linéaires afin de représenter les interactions entre tubes guides, grilles et crayons. Ce modèle étant un des plus complets existants, il sera détaillé ci-dessous et est représenté en Figure I.2 (droite).

Lorsqu'un assemblage combustible subit de très faibles déformations, son comportement peut être considéré comme linéaire puisque les forces internes sont trop faibles pour créer un glissement des crayons dans les grilles. Les crayons sont alors considérés encastrés dans les grilles. Un modèle linéaire à deux poutres peut alors être utilisé : la première représente les tubes guides et la seconde les crayons. Des ressorts linéaires de raideur  $K_g$  sont utilisés au niveau des grilles pour représenter leur compression. La rotation des grilles introduit une traction/compression des crayons et des tubes guides, qui est représentée par des ressorts en rotation de raideurs  $K_c$  (crayons) et  $K_t$  (tubes guides). Ce modèle linéaire, utilisé dans Queval (1991); Viallet et al. (2003), permet d'obtenir la raideur en flexion d'un assemblage et sa fréquence propre. Il reste cependant incapable de reproduire l'hystérésis et l'amortissement observés expérimentalement.

Des déflexions de l'assemblage combustible plus importantes doivent être prises en compte, pour lesquelles un glissement des crayons dans les grilles apparaît. Une perte d'adhérence entre les bossettes et les crayons peut alors apparaître, représentée en Figure I.2 (gauche). Les bossettes étant plus rigides que le ressort, la perte d'adhérence entraîne une forte décroissance de la rigidité de la liaison grille-crayon.

De plus, le ressort présent sur la grille a un comportement non-linéaire et sa raideur augmente fortement avec sa compression. Afin de représenter cette variation de raideur, un ressort non-linéaire en rotation est ajouté dans le modèle entre les crayons et les tubes guides, de raideur notée  $K_{nl}$ .

Enfin, lorsque l'assemblage est mis en flexion avec une amplitude suffisante, les crayons

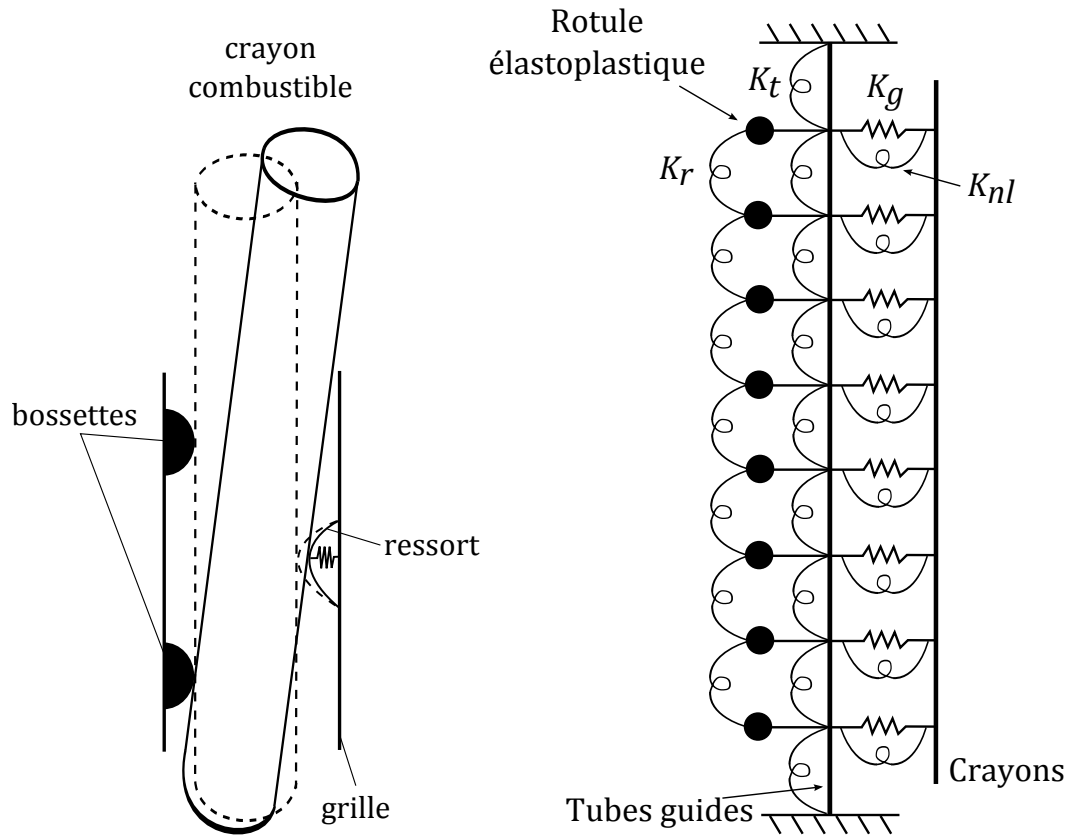


FIGURE I.2 – Schéma de rotation d'un crayon dans une cellule de grille (gauche). Modélisation non-linéaire à deux poutres d'un assemblage combustible (droite).

situés sur sa courbure extérieure glissent en premier dans les grilles. Les rangées de crayons situées à l'intérieur de l'assemblage se mettent ensuite à glisser les unes après les autres lorsque l'amplitude de flexion de l'assemblage augmente. Chaque rangée de crayons se comporte donc comme un ressort linéaire couplé à un contact frottant, suivant une loi de Coulomb. Ce comportement peut être modélisé à l'aide d'une rotule élastoplastique, par analogie avec le modèle de Saint-Venant. Le détail des lois utilisées dans ce modèle est donné dans Fontaine et Politopoulos (2000).

L'ensemble des phénomènes intervenant dans un assemblage combustible est alors pris en compte, menant au modèle à deux poutres présenté en Figure I.2 (droite). Ce modèle reproduit la non-linéarité de la structure, avec une bonne modélisation de l'amortissement et de l'hystérésis. Cependant, les lois utilisées dans ce modèle (raideur non-linéaire au niveau du ressort et loi de Coulomb) introduisent des discontinuités et sont difficiles à résoudre numériquement, introduisant de longs temps de calcul.

De plus, pour l'étude du couplage entre assemblages combustibles en eau et sous écoulement, les phénomènes provenant du fluide sont prépondérants. La modélisation de la structure du code COEUR3D, utilisé au LHC, sera donc simplifiée. L'effet du fluide sur la structure, qui est par contre primordial, sera détaillé dans la section suivante.

### I.2.2 Modélisation de l'effet du fluide sur la structure

L'effet du fluide est représenté dans la plupart des modèles par l'ajout d'un terme de masse ajoutée et d'amortissement dans les équations de la structure. De nombreuses études ont été menées afin d'estimer la force fluide exercée sur un cylindre sous écoulement. Dans le cas d'un écoulement radial, Morison et al. (1950) proposent de décomposer cette force en un terme de masse ajoutée et un terme de trainée :

$$dF = \left( C_M \rho \frac{\pi D^2}{4} \frac{\partial u}{\partial t} \pm C_{Dm} \frac{\rho D}{2} u^2 \right) dx, \quad (\text{I.1})$$

où  $dF$  est la force fluide exercée sur une longueur  $dx$  du cylindre,  $\rho$  est la masse volumique du fluide,  $D$  est le diamètre du cylindre,  $u$  est la vitesse du fluide et  $C_M$  et  $C_{Dm}$  sont les coefficients de masse ajoutée et de trainée.

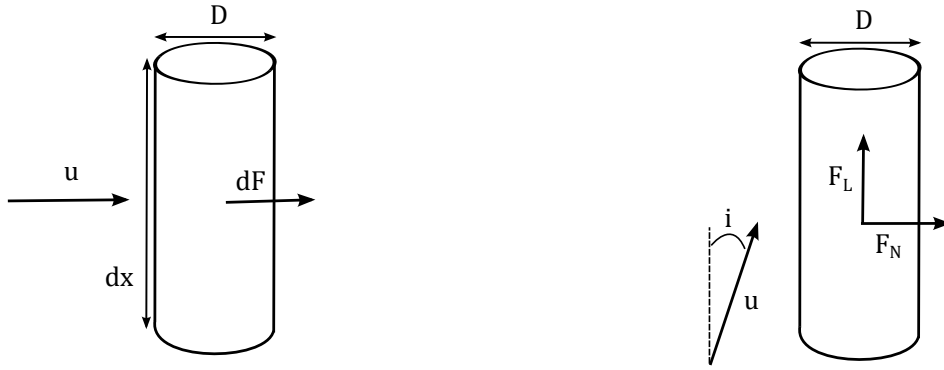


FIGURE I.3 – Schéma d'un cylindre sous écoulement radial, cas de Morison (gauche). Schéma d'un cylindre sous écoulement avec composantes axiale et radiale, cas de Taylor (droite).

Pour un écoulement ayant des composantes axiale et radiale par rapport au cylindre, Taylor (1952) propose une expression pour la composante radiale  $F_N$  et la composante axiale  $F_L$  de la force de trainée, données par unité de longueur :

$$F_N = \frac{\rho D}{2} u^2 (C_{Dp} \sin^2 i + C_f \sin i), \quad (\text{I.2})$$

$$F_L = \frac{\rho D}{2} u^2 C_f \cos i, \quad (\text{I.3})$$

où  $C_{Dp}$  et  $C_f$  sont des coefficients de trainée et  $i$  est l'angle entre le cylindre et la direction de l'écoulement.

Afin d'étudier le cas d'un cylindre en déplacement dans un écoulement radial, Lighthill (1960, 1986) exprime la vitesse relative d'une section du cylindre par rapport à l'écoulement :

$$v(x, t) = \frac{\partial h}{\partial t} + u \frac{\partial h}{\partial x}, \quad (\text{I.4})$$

où  $u$  est la vitesse du fluide,  $h$  est le déplacement du cylindre et  $v$  est la vitesse relative du cylindre par rapport à l'écoulement. Pour un fluide non visqueux, la force résultante du déplacement de la structure dans le fluide (notée  $F_I$ ) est donc égale à la quantité d'accélération relative du fluide par rapport à la structure, multipliée par une masse virtuelle  $m_f$ , donnant la formule :

$$F_I = -m_f \left( \frac{\partial}{\partial t} + u \frac{\partial}{\partial x} \right) v(x, t). \quad (\text{I.5})$$

En se basant sur les travaux de Morrison, Taylor et Lighthill présentés précédemment, Païdoussis (1966, 1972, 2006) propose une expression des forces s'exerçant sur un cylindre en mouvement sous écoulement axial. Tout d'abord, l'angle  $i$  peut être relié aux composantes radiale et axiale de la vitesse fluide par rapport au cylindre par la formule :

$$i = \sin^{-1} \left( \frac{v}{u} \right). \quad (\text{I.6})$$

En se plaçant dans le cas où la vitesse  $u$  est très grande devant la vitesse de déplacement du cylindre, l'angle d'incidence  $i$  du fluide est très faible et la formule de Taylor peut être simplifiée (cas représenté en Figure I.4). Païdoussis en déduit une décomposition de la force fluide en un terme visqueux et un terme non visqueux.

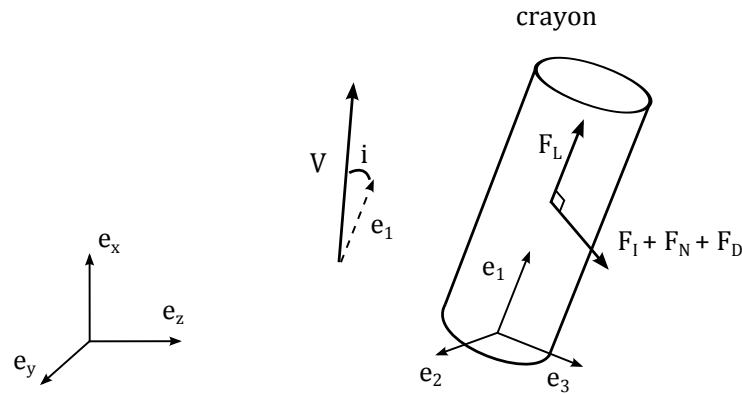


FIGURE I.4 – Décomposition de la force fluide pour un crayon sous écoulement quasi-axial

Le terme non visqueux, venant de la théorie de Lighthill, s'écrit :

$$\mathbf{F}_I = -m_f \left( \frac{\partial}{\partial t} + V_x \frac{\partial}{\partial x} \right)^2 U_y \mathbf{e}_2 - m_f \left( \frac{\partial}{\partial t} + V_x \frac{\partial}{\partial x} \right)^2 U_z \mathbf{e}_3, \quad (\text{I.7})$$

où  $U_y$  et  $U_z$  sont les déplacements du cylindre suivant les directions  $\mathbf{e}_y$  et  $\mathbf{e}_z$ ,  $V_x$  est la vitesse du fluide suivant  $\mathbf{e}_x$  et  $m_f$  est une masse virtuelle par unité de longueur.



Le terme visqueux se décompose en deux composantes radiales  $\mathbf{F}_N$  et  $\mathbf{F}_D$ , et une composante axiale  $\mathbf{F}_L$  :

$$\mathbf{F}_N = -\frac{1}{2}\rho DC_N V_x \left( \frac{\partial}{\partial t} + V_x \frac{\partial}{\partial x} \right) U_y \mathbf{e}_2 - \frac{1}{2}\rho DC_N V_x \left( \frac{\partial}{\partial t} + V_x \frac{\partial}{\partial x} \right)^2 U_z \mathbf{e}_3, \quad (\text{I.8})$$

$$\mathbf{F}_L = -\frac{1}{2}\rho DC_T V_x^2 \mathbf{e}_1, \quad (\text{I.9})$$

$$\mathbf{F}_D = -C_D \frac{\partial U_y}{\partial t} \mathbf{e}_2 - C_D \frac{\partial U_z}{\partial t} \mathbf{e}_3, \quad (\text{I.10})$$

où  $C_N$ ,  $C_T$  et  $C_D$  sont des coefficients à déterminer, qui dépendent de la viscosité du fluide, de la géométrie, de la rugosité du cylindre et du confinement. Cette théorie a été utilisée par de nombreux auteurs (Chen et al. 1970, 1972, Lopes et al. 2002, Conca et al. 1997).

Le modèle de Païdoussis ne considère cependant qu'un crayon en mouvement latéral sous écoulement axial, alors qu'une composante radiale de l'écoulement est à prendre en compte pour un assemblage combustible à cause de l'inclinaison possible des tubes dans l'écoulement. Un modèle de Païdoussis modifié a donc été proposé dans Ricciardi (2008), en remplaçant la vitesse de la structure  $\frac{\partial U_y}{\partial t}$  (respectivement  $\frac{\partial U_z}{\partial t}$ ) par la composante radiale de la vitesse relative de la structure par rapport au fluide  $\left( \frac{\partial U_y}{\partial t} - V_y \right)$  (respectivement  $\left( \frac{\partial U_z}{\partial t} - V_z \right)$ ).

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_I = & -m_f \left( \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial U_y}{\partial t} - V_y \right) + V_x^2 \frac{\partial^2 U_y}{\partial^2 x} + 2V_x \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial U_y}{\partial t} - V_y \right) \right) \mathbf{e}_2 \\ & -m_f \left( \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial U_z}{\partial t} - V_z \right) + V_x^2 \frac{\partial^2 U_z}{\partial^2 x} + 2V_x \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial U_z}{\partial t} - V_z \right) \right) \mathbf{e}_3, \end{aligned} \quad (\text{I.11})$$

$$\mathbf{F}_N = -\frac{1}{2}\rho DC_N V_x \left( \frac{\partial U_y}{\partial t} - V_y + V_x \frac{\partial U_y}{\partial x} \right) \mathbf{e}_2 - \frac{1}{2}\rho DC_N V_x \left( \frac{\partial U_z}{\partial t} - V_z + V_x \frac{\partial U_z}{\partial x} \right) \mathbf{e}_3, \quad (\text{I.12})$$

$$\mathbf{F}_L = -\frac{1}{2}\rho DC_T V_x^2 \mathbf{e}_1, \quad (\text{I.13})$$

$$\mathbf{F}_D = -C_D \left( \frac{\partial U_y}{\partial t} - V_y \right) \mathbf{e}_2 - C_D \left( \frac{\partial U_z}{\partial t} - V_z \right) \mathbf{e}_3, \quad (\text{I.14})$$

Plus récemment, la pertinence des lois de Taylor et de Païdoussis a été étudiée expérimentalement et par simulations à EDF dans Divaret (2014).

Il a été montré expérimentalement que dans le cas d'un crayon en mouvement latéral sous écoulement axial (à faible vitesse, correspondant à un angle d'inclinaison inférieur à 5°), l'évolution de la force normale exercée par le fluide est bien linéaire avec l'angle d'inclinaison, comme

prévu par la loi de Taylor. Cependant, alors que Taylor impute cette linéarité à des forces de trainée, il a été montré que la linéarité provient de la force de portance, amenée par une pression évoluant linéairement à l'avant du cylindre et constante à l'arrière.

Dans Divaret (2014), des études expérimentales ont aussi eu lieu avec un faisceau de cylindres en mouvement latéral, sous écoulement axial. Les coefficients de masse ajoutée et d'amortissement ont été mesurés en fonction de la vitesse d'écoulement du fluide, afin de les comparer à ceux prédits par la loi de Païdoussis. La masse ajoutée a été mesurée quasi-constante en fonction de la vitesse de l'écoulement, de l'amplitude ou de la fréquence d'excitation. Le coefficient dissipatif de la force normale (assimilé à un coefficient d'amortissement) évolue bien linéairement avec l'angle lorsque celui-ci est inférieur à  $5^\circ$ . Cependant, la valeur du coefficient d'amortissement est fortement sous-évaluée par la loi de Païdoussis, ce qui pourrait venir de l'interprétation de Taylor utilisant la trainée au lieu de la pression autour du cylindre.

Ces mesures sont les premières vérifications expérimentales de la loi de Païdoussis pour un réseau de cylindres rigides. Elles sont particulièrement intéressantes pour améliorer la modélisation de l'impact du fluide sur un réseau de crayons combustibles en vibration, donc pour la partie d'un assemblage combustible située entre deux grilles.

Cependant, l'influence des grilles sur les forces exercées par l'écoulement d'eau à l'échelle de l'assemblage est importante, à cause de leur structure complexe et des fortes modifications de l'écoulement qu'elles apportent. De plus, le faisceau de cylindre étudié ici était dans une configuration avec un confinement plus large que dans le cas d'un assemblage combustible, or il a été montré que le confinement influence fortement le comportement d'un assemblage (Ricciardi et Boccaccio, 2014 -a). Des études supplémentaires seraient donc nécessaires pour tester les lois de Païdoussis et de Taylor en prenant ces éléments en compte.

Les modèles mentionnés jusqu'à présent prennent en compte l'influence du fluide par l'ajout des forces fluides des Eq. I.11, I.12, I.13 et I.14 dans les équations de la structure. Or ce type de modélisation est limité, puisqu'il ne prend pas en compte l'influence de la structure sur le fluide. Le couplage entre assemblages combustibles sans contact ne peut par exemple pas être pris en compte dans ce cas. Différents auteurs ont proposé des méthodes pour modéliser l'interaction fluide-structure, on pourrait ainsi citer Gibert (1988), de Langre et al. (1991, 1992, 1995), Brochard (1993), Axisa (2001), Broc et al. (2003). Un modèle d'homogénéisation du coeur prenant en compte la structure et le fluide a été proposé par Zhang (1998), mais le fluide est ici considéré parfait, non visqueux et irrotationnel (voir aussi Zhang (2001, 2002); Planchard (1985); Benner (1985)). Afin d'éviter de prendre des hypothèses aussi fortes et modéliser tout de même la structure et le fluide, un modèle basé sur l'approche par milieu poreux a été développé au LHC, et sera présenté dans la partie suivante.

### I.2.3 Modélisation d'un réseau d'assemblages par milieu poreux, développée au LHC

Le principal inconvénient des méthodes précédentes est le manque de représentation de l'effet du mouvement des assemblages sur le fluide, qui influence ensuite l'effet du fluide sur les assemblages. Afin de modéliser ce problème d'interaction fluide-structure, un modèle basé sur les milieux poreux a été développé au LHC, menant à un code de simulation nommé COEUR3D. Ce modèle permet une augmentation de la précision du modèle tout en gardant un faible nombre de degrés de liberté. Seules les grandes lignes de la modélisation seront données ici. Les détails de la modélisation sont donnés dans Ricciardi (2008); Ricciardi et al. (2009); Ricciardi (2013).

### I.2.3.a L'approche par milieux poreux

L'étude des milieux poreux s'applique à de nombreux domaines, tels que l'industrie pétrolière, l'étude des sols, la biologie, et bien d'autres. Est appelé milieu poreux tout matériau solide comportant des vides (les pores), à travers lesquels un fluide peut s'écouler. De part la structure même des milieux poreux, des modèles globaux sont utilisés pour leur modélisation. En effet, ils comportent une structure souvent très irrégulière et dont les porosités ont des tailles petites devant le volume global du milieu étudié, menant à des calculs directs trop lourds. Ce type de modélisation est donc adapté à la modélisation d'un écoulement fluide à travers un assemblage combustible.

Deux méthodes principales existent pour établir les équations globales du fluide s'écoulant dans un milieu poreux. La première est la méthode d'homogénéisation (Quiles, 1997 ; Terada et al., 1997), qui effectue un bilan des équations sur un volume élémentaire représentatif (v.e.r) fixe, puis déduit les équations globales par développement asymptotique sur l'ensemble du domaine. La seconde est la méthode de moyenne spatiale, qui effectue un bilan des équations sur un volume de contrôle mobile, permettant d'obtenir les équations globales sur l'ensemble du domaine directement. Robbe et Bliard (2001) ont établi les équations moyennées instantanées en se basant sur les travaux de Banerjee et Chan (1980) et Delhay (1981) sur les écoulements diphasiques. Avec les deux méthodes, l'équation gouvernant le fluide obtenue est de la forme :

$$\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \nabla \mathbf{V} = -\frac{1}{\rho} P + \nu \nabla^2 \mathbf{V} - \mathbf{D}_p, \quad (\text{I.15})$$

$$\nabla \cdot \mathbf{V} = 0, \quad (\text{I.16})$$

où  $\mathbf{V}$  est la vitesse du fluide et  $P$  la pression. On retrouve les équations de Navier Stokes, avec l'ajout du terme  $\mathbf{D}_p$  qui représente les efforts volumiques de la structure sur le fluide.

De nombreux modèles existent pour exprimer  $\mathbf{D}_p$ , dont les plus utilisés sont ceux de Darcy et de Forcheimer. Le premier est adapté aux écoulements à faible nombre de Reynolds ( $Re < 1$ ). Il faut ajouter le terme de Forcheimer pour des nombres de Reynolds plus élevés. Cependant, ces modèles supposent que le milieu poreux soit déformable et ait une dynamique négligeable par rapport à celle du fluide. Remplacer la vitesse du fluide par la vitesse relative du fluide par rapport au milieu poreux permet cependant de prendre en compte ce déplacement (Zhang, H., 2003), donnant une loi de type Darcy :

$$\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \nabla \mathbf{V} = -\frac{1}{\rho} P + \nu \nabla^2 \mathbf{V} - \frac{\mu}{\rho K_d} \left( \mathbf{V} - \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} \right), \quad (\text{I.17})$$

où  $\mathbf{U}$  est le déplacement du milieu poreux. L'effet du fluide sur la structure est dans ce cas pris en compte dans la loi de comportement du milieu poreux déformable, en ajoutant à la contrainte interne le terme  $P I_d$  où  $P$  est la pression que voit le fluide et  $I_d$  la matrice identité.

Il faut ajouter que pour un nombre de Reynolds très grand ( $Re > 300$ ), ces modèles ne sont plus valables et la turbulence se produisant aux petites échelles doit être modélisée avec des modèles de type  $k - \epsilon$  classiques (Chan et Lien, 2005; Pedras et de Lemos, 2000; Braga et Lemos, 2004; Antohe et Lage, 1997).

### I.2.3.b Principe de la modélisation

L'échelle de l'assemblage est choisie pour la discrétisation spatiale horizontale dans le coeur, ce qui permet d'envisager des temps de calcul courts et une échelle suffisamment représentative des phénomènes vibratoires majeurs. Chaque assemblage est donc considéré comme un milieu poreux traversé par un écoulement d'eau. La Figure I.5 montre le principe de la modélisation utilisée, qui consiste à établir dans un premier temps les équations fluides et structures séparément, puis à établir par moyenne spatiale un fluide et une structure équivalents, et enfin à les coupler à l'aide des forces de couplage  $\mathbf{F}_{\text{fluide} \rightarrow \text{structure}}$  et  $\mathbf{F}_{\text{structure} \rightarrow \text{fluide}}$ .

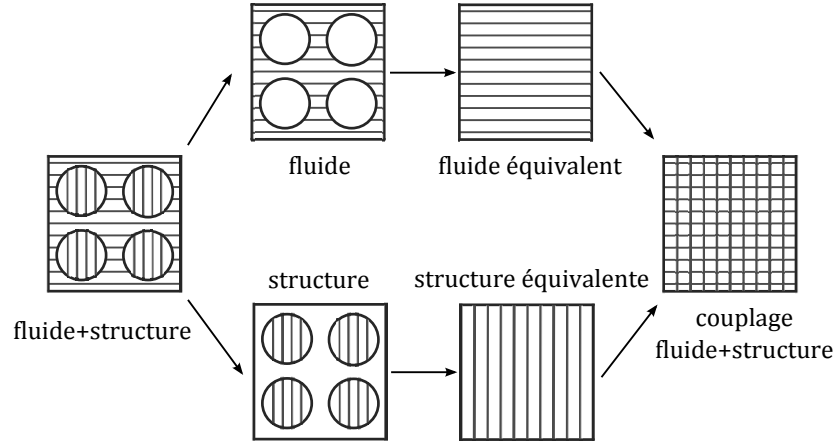


FIGURE I.5 – Principe de la modélisation par milieu poreux

Afin de prendre en compte les particularités d'un coeur de REP et la structure des assemblages combustibles, le modèle s'appuie sur plusieurs hypothèses listées ci-dessous :

H1 : Le fluide est visqueux, incompressible et Newtonien.

H2 : Les effets de la gravité sont négligés.

H3 : La section d'un crayon ne se déforme pas.

H4 : La distance entre deux crayons reste constante.

H5 : L'énergie cinétique turbulente est négligeable devant le gradient de pression.

Afin d'établir les équations du fluide et de la structure, un volume de contrôle adapté aux hypothèses formulées précédemment est utilisé, représenté en Figure I.6. L'ensemble du coeur représente un domaine appelé  $\Omega_c$ .

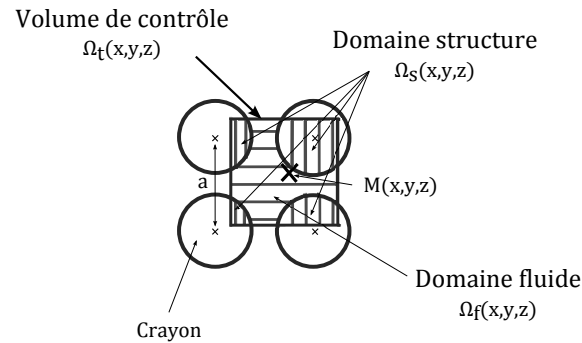


FIGURE I.6 – Volume de contrôle utilisé pour la moyenne spatiale

Le volume de contrôle  $\Omega_t(x, y, z)$  est centré sur le point M, le domaine fluide est appelé  $\Omega_f(x, y, z)$  et celui structure  $\Omega_s(x, y, z)$ . En prenant un volume de contrôle d'épaisseur  $da$ , on obtient les volumes totaux, fluide et structure associés aux domaines décrits précédents :  $V_t$ ,  $V_f$  et  $V_s$ . Le volume de contrôle contient toujours un crayon complet (par H3 et H4) et les volumes structures et fluides sont donc constants, quel que soit le positionnement du point M.

### I.2.3.c Equations du fluide équivalent

Dans un cas général, un fluide est souvent décrit avec une formulation Eulerienne, au travers d'une fenêtre fixe. Une structure est cependant en général décrite avec un point d'observation suivant ses mouvements, en utilisant une formulation Lagrangienne. Afin de pouvoir étudier un couplage fluide-structure, un même point d'observation doit être utilisé pour les deux et le fluide sera donc ici décrit en utilisant une formulation Arbitraire Lagrangienne Eulerienne (ALE), avec le point d'observation suivant la structure.

Avec cette formulation, les équations de Navier Stokes pour un fluide incompressible s'écrivent :

$$\rho \frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + \rho (\mathbf{V} - \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t}) \cdot \nabla \mathbf{V} = \text{div } \sigma, \quad (\text{I.18})$$

$$\text{div } \mathbf{V} = 0, \quad (\text{I.19})$$

où  $\mathbf{U}$  est un champ vectoriel donnant le déplacement de la structure,  $\mathbf{V}$  est la vitesse du fluide et  $\sigma$  est le tenseur de Cauchy. Avec un fluide Newtonien, celui-ci s'écrit :

$$\sigma = -P\mathbf{I}_d + \mu(\nabla \mathbf{V} + \nabla \mathbf{V}^T), \quad (\text{I.20})$$

où  $P$  est la pression,  $\mu$  est la viscosité et  $\mathbf{I}_d$  est la matrice identité.

Ces équations sont ensuite intégrées sur le volume fluide présenté en Figure I.6. Dans le but de modéliser la turbulence, deux modèles principaux existent, basés tous deux sur une décomposition de la vitesse fluide en une partie moyenne et une partie fluctuante. La première utilise les fluctuations temporelles pour cette décomposition, menant aux modèles RANS. La seconde utilise les fluctuations spatiales et mène aux modèles LES. Une moyenne spatiale étant utilisée ici, la turbulence est modélisée en s'attachant aux fluctuations spatiales. Le détail des calculs est donné dans Ricciardi (2008) et Ricciardi et al. (2009).

Une fois les équations intégrées sur le domaine fluide, on définit une vitesse et une pression équivalentes :

$$\mathbf{V}_{eq} = \frac{1}{V_f} \int_{\Omega_f(x,y,z)} \mathbf{V} d\Omega, \quad (\text{I.21})$$

$$P_{eq} = \phi \frac{1}{V_f} \int_{\Omega_f(x,y,z)} P d\Omega, \quad (\text{I.22})$$

permettant ainsi d'obtenir les équations à résoudre pour le fluide équivalent :

$$\begin{aligned} \rho_{eq} \frac{\partial \mathbf{V}_{eq}}{\partial t} + \rho_{eq} \operatorname{div} \mathbf{V}_{eq} \otimes \mathbf{V}_{eq} = & -\nabla P_{eq} + \mu_{Teq} \Delta \mathbf{V}_{eq} + 2\rho_{eq} \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} \cdot \nabla \mathbf{V}_{eq} \\ & -\rho_{eq} \mathbf{V}_{eq} \cdot \nabla \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \mathbf{F}_{\text{structure} \rightarrow \text{fluide}}, \end{aligned} \quad (\text{I.23})$$

$$\operatorname{div} \mathbf{V}_{eq} = 0, \quad (\text{I.24})$$

où  $\phi = \frac{V_f}{V_t}$  est la porosité,  $\rho_{eq} = \phi\rho$ ,  $\mu_{Teq} = \phi(\mu_T + \mu)$  (avec  $\mu_T$  la viscosité turbulente introduite par la modélisation LES) et le terme  $\mathbf{F}_{\text{structure} \rightarrow \text{fluide}}$  représente les forces exercées par la structure sur le fluide.

Le fluide équivalent est donc gouverné par les équations I.23 et I.24 sur l'ensemble du domaine.

### I.2.3.d Equations de la structure équivalente

Le coeur contient  $N_A$  assemblages de longueur  $L_A$ , chacun contenu dans un domaine  $\Omega_{A_i}$  dans le plan horizontal. Les équations de la structure sont obtenues pour chaque assemblage, sur ce domaine. On notera  $\mathbf{U}(x, y, z)$  les déplacements de l'assemblage en tout point de celui-ci. Les équations fondamentales de la structure sont alors moyennées sur le volume de contrôle présenté en Figure I.6 :

$$\rho_s \frac{1}{V_t} \int_{\Omega_s(x,y,z)} \frac{\partial^2 \mathbf{U}}{\partial t^2} d\Omega = \frac{1}{V_t} \int_{\Omega_s(x,y,z)} \operatorname{div} \sigma_s d\Omega, \quad (\text{I.25})$$

où  $\rho_s$  est la masse volumique de la structure et  $\sigma_s$  est le tenseur des contraintes de Cauchy. On définit alors une structure équivalente, de la même façon que pour le fluide :

$$\mathbf{U}_{eq} = \frac{1}{V_s} \int_{\Omega_s(x,y,z)} \mathbf{U} d\Omega, \quad (\text{I.26})$$

$$\sigma_{seq} = (1 - \phi) \frac{1}{V_s} \int_{\Omega_s(x,y,z)} \sigma_s d\Omega, \quad (\text{I.27})$$

Le modèle d'Euler-Bernoulli est souvent utilisé pour décrire la cinématique d'une poutre, mais il suppose que la section droite de la poutre reste perpendiculaire à sa ligne moyenne (correspondant à une forte rigidité en cisaillement). Cela n'étant pas le cas pour un assemblage combustible, un modèle poutre de type Timoshenko est utilisé pour décrire sa cinématique. Le mouvement d'une poutre de Timoshenko est défini par le déplacement de sa ligne moyenne  $\mathbf{u}$  et par la rotation de la section droite  $\theta$ , comme représenté sur la Figure I.7.

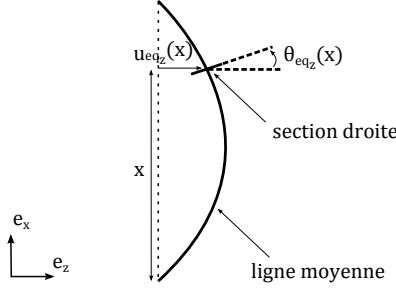


FIGURE I.7 – Description de la cinématique d'un assemblage par une poutre de Timoshenko

En supposant une torsion nulle des assemblages, le déplacement de la ligne moyenne de l'assemblage  $\mathbf{u}_{\text{eq}}$  et la rotation de la section droite  $\theta_{\text{eq}}$  s'écrivent :

$$\mathbf{u}_{\text{eq}} = u_{eqx} \mathbf{e}_x + u_{eqy} \mathbf{e}_y + u_{eqz} \mathbf{e}_z, \quad (\text{I.28})$$

$$\theta_{\text{eq}} = \theta_{eqy} \mathbf{e}_y + \theta_{eqz} \mathbf{e}_z \quad (\text{I.29})$$

On peut alors écrire le déplacement de l'assemblage en chacun de ses points :

$$\mathbf{U}_{\text{eq}}(x, y, z) = \mathbf{u}_{\text{eq}}(x) + \theta_{\text{eq}}(x) \wedge (y \mathbf{e}_y + z \mathbf{e}_z). \quad (\text{I.30})$$

En se plaçant dans l'hypothèse de petits déplacements latéraux de l'assemblage par rapport à sa section transverse, les non-linéarités géométriques sont négligées. À partir de l'équation I.25, les équations locales de la dynamique peuvent alors être obtenues :

$$m_A \frac{\partial^2 u_{eqx}}{\partial t^2} = \frac{\partial T}{\partial x} + F_{\text{fluide} \rightarrow A_x}, \quad (\text{I.31})$$

$$m_A \frac{\partial^2 u_{eqy}}{\partial t^2} = \frac{\partial Q_y}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left( T \frac{\partial u_{eqy}}{\partial x} \right) + F_{\text{fluide} \rightarrow A_y} - \frac{1}{L_A} F_{\text{impact}_y}, \quad (\text{I.32})$$

$$m_A \frac{\partial^2 u_{eqz}}{\partial t^2} = \frac{\partial Q_z}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left( T \frac{\partial u_{eqz}}{\partial x} \right) + F_{\text{fluide} \rightarrow A_z} - \frac{1}{L_A} F_{\text{impact}_z}, \quad (\text{I.33})$$

$$I_A \frac{\partial^2 \theta_{\text{eq}}}{\partial t^2} = \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial x} + \mathbf{e}_1 \wedge \mathbf{Q} + \mathbf{M}_{\text{fluide} \rightarrow \mathbf{A}}, \quad (\text{I.34})$$

où  $m_A$  et  $I_A$  sont la masse et le moment d'inertie linéiques de l'assemblage combustible,  $T$  est l'effort normal,  $\mathbf{Q}$  est l'effort tranchant  $\mathbf{Q} = Q_y \mathbf{e}_y + Q_z \mathbf{e}_z$  et  $\mathbf{M}$  est le moment fléchissant  $\mathbf{M} = M_y \mathbf{e}_y + M_z \mathbf{e}_z$ .  $\mathbf{F}_{\text{fluide} \rightarrow \mathbf{A}}$  et  $\mathbf{M}_{\text{fluide} \rightarrow \mathbf{A}}$  sont les forces et moments exercés par le fluide sur l'assemblage, intégrés sur sa section  $S_A$  :

$$\mathbf{F}_{\text{fluide} \rightarrow \mathbf{A}} = \int_{S_A} \mathbf{F}_{\text{fluide} \rightarrow \text{structure}} dS, \quad (\text{I.35})$$

$$\mathbf{M}_{\text{fluide} \rightarrow \mathbf{A}} = \int_{S_A} (y\mathbf{e}_y + z\mathbf{e}_z) \wedge \mathbf{F}_{\text{fluide} \rightarrow \text{structure}} dS, \quad (\text{I.36})$$

La force  $\mathbf{F}_{\text{impact}}$  permet de modéliser des chocs entre deux assemblages au niveau de deux de leurs grilles, ou entre une grille et la paroi du coeur. Afin de tenir compte de la raideur en compression des grilles, un modèle d'impact linéaire non amorti est choisi. La force d'impact entre deux assemblages  $k$  et  $l$ , au niveau de la  $i^{\text{me}}$  grille et dans la direction  $\mathbf{e}_z$  s'écrit alors :

$$\mathbf{F}_{\text{impact}} = \begin{cases} \frac{k_{\text{impact}}}{2} (u_{eqz}^k(x_{g_i}) - u_{eqz}^l(x_{g_i}) - d) \mathbf{e}_z & \text{si } u_{eqz}^k(x_{g_i}) - u_{eqz}^l(x_{g_i}) - d < 0 \\ 0 & \text{si } u_{eqz}^k(x_{g_i}) - u_{eqz}^l(x_{g_i}) - d > 0 \end{cases} \quad (\text{I.37})$$

où  $d$  est l'écart entre deux assemblages au repos et  $x_{g_i}$  est la coordonnée de la  $i^{\text{me}}$  grille dans la direction  $\mathbf{e}_x$ . L'impact est donc supposé élastique linéaire, avec une raideur  $k_{\text{impact}}$ . La modélisation d'un choc entre un assemblage et la paroi est modélisé de la même façon, en considérant que la paroi est indéformable.

Enfin, les lois de comportement de l'assemblage combustible doivent prendre en compte le frottement des crayons dans les grilles, qui introduit un comportement non-linéaire des assemblages, se traduisant par un phénomène d'hystérésis. Les lois de comportement de l'assemblage s'écrivent alors :

$$Q_y = GS_A \left( \frac{\partial u_{eqy}}{\partial x} - \theta_{eqz} \right) + \mu_G S_A \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial u_{eqy}}{\partial x} - \theta_{eqz} \right), \quad (\text{I.38})$$

$$Q_z = GS_A \left( \frac{\partial u_{eqz}}{\partial x} - \theta_{eqy} \right) + \mu_G S_A \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial u_{eqz}}{\partial x} - \theta_{eqy} \right), \quad (\text{I.39})$$

$$M_y = EI \frac{\partial \theta_{eqy}}{\partial x} + \mu_E I \frac{\partial^2 \theta_{eqy}}{\partial t \partial x} + M_{fret_y}, \quad (\text{I.40})$$

$$M_z = EI \frac{\partial \theta_{eqz}}{\partial x} + \mu_E I \frac{\partial^2 \theta_{eqz}}{\partial t \partial x} + M_{fret_z}, \quad (\text{I.41})$$

où  $G$  est le module de cisaillement équivalent,  $E$  est le module d'Young équivalent,  $\mu_G$  et  $\mu_E$  sont les coefficients d'amortissement structure, et  $I$  est le moment quadratique équivalent d'un assemblage combustible. Le terme  $M_{fret}$  permet d'introduire la non-linéarité représentant le glissement progressif des crayons dans les grilles et a pour expression :



$$M_{fret_i} = M_{0_i} + \begin{cases} \frac{N_p^4 K_c d_g^2}{12} (\theta_i - \theta_{0_i}) & \text{si } (\theta_i - \theta_{0_i}) < \theta_f \\ \frac{N_p^3 F_{ri} d_g}{4} - \frac{2N_p F_{ri}^3}{3d_g K_c^2 (\theta_i - \theta_{0_i})^2} & \text{si } (\theta_i - \theta_{0_i}) > \theta_f \end{cases} \quad (\text{I.42})$$

$$\theta_f = \frac{2F_{ri}}{N_p d_g K_c}, \quad (\text{I.43})$$

où  $i$  est une des composantes  $y$  ou  $z$ ,  $M_{0_i}$  et  $\theta_{0_i}$  sont la valeur du moment et la position angulaire lors du dernier changement de direction de l'assemblage combustible (ils introduisent une mémoire),  $N_p$  est le nombre de crayons dans une direction,  $K_c$  est la rigidité linéaire axiale d'un crayon et  $F_{ri}$  est la force axiale de frottement entre un crayon et une grille.

Avec cette loi, la structure a un comportement linéaire lorsque l'angle de rotation de la section droite est faible. Lorsque cet angle est supérieur à l'angle de friction  $\theta_f$ , les crayons aux extrémités de l'assemblage commencent à glisser dans les grilles. Plus la rotation est importante, plus le nombre de crayons en glissement augmente,  $M_{fret}$  tend alors vers une asymptote  $\frac{N_p^3 F_{ri} d_g}{4}$ .

### I.2.3.e Modèle couplé

Les équations gouvernant le fluide ont été établies pour l'ensemble du coeur  $\Omega_c$  et celles gouvernant la structure l'ont été pour chaque assemblage, sur le domaine  $\Omega_{A_i}$ . En considérant que le coeur ne contient pas de zone de fluide pur (l'ensemble du coeur est occupé par des assemblages combustibles), on a pour tout point de  $\Omega_c$  une variable fluide  $\mathbf{V}_{eq}$  et une variable structure  $\mathbf{U}_{eq}$ . Les équations gouvernant le fluide équivalent vont donc pouvoir être écrites en utilisant  $\mathbf{U}_{eq}$  au lieu de  $\mathbf{U}$  et les forces de couplage fluide-structure avec  $\mathbf{U}_{eq}$  et  $\mathbf{V}_{eq}$ .

Le volume de contrôle utilisé contenant un seul crayon, la force de couplage fluide-structure est calculée à l'aide du modèle de Païdoussis modifié pour un crayon, en utilisant les formules I.11 à I.14.

$$\mathbf{F}_{\text{structure} \rightarrow \text{fluide}} = -\frac{1}{S}(\mathbf{F}_I + \mathbf{F}_N + \mathbf{F}_D + \mathbf{F}_L), \quad (\text{I.44})$$

où  $S$  est la surface correspondant au volume de contrôle  $\Omega_t$ . En notant  $a$  le pas dans un assemblage entre deux crayons,  $S = a^2$ . On peut alors écrire cette force projetée sur la base  $(\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y, \mathbf{e}_z)$  :

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_{\text{structure} \rightarrow \text{fluide}} &= \frac{m_f}{S} \left( \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial u_{eqy}}{\partial t} - V_{eqy} \right) + V_{eqx}^2 \frac{\partial^2 u_{eqy}}{\partial x^2} + 2V_{eqx} \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial u_{eqy}}{\partial t} - V_{eqy} \right) \right) \mathbf{e}_y \\ &+ \frac{1}{S} \left( \frac{1}{2} \rho D C_N V_{eqx} \left( \frac{\partial u_{eqy}}{\partial t} - V_{eqy} + V_{eqx} \frac{\partial u_{eqy}}{\partial x} \right) + C_D \left( \frac{\partial u_{eqy}}{\partial t} - V_{eqy} \right) \right) \mathbf{e}_y \\ &+ \frac{m_f}{S} \left( \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial u_{eqz}}{\partial t} - V_{eqz} \right) + V_{eqx}^2 \frac{\partial^2 u_{eqz}}{\partial x^2} + 2V_{eqx} \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial u_{eqz}}{\partial t} - V_{eqz} \right) \right) \mathbf{e}_z \\ &+ \frac{1}{S} \left( \frac{1}{2} \rho D C_N V_{eqx} \left( \frac{\partial u_{eqz}}{\partial t} - V_{eqz} + V_{eqx} \frac{\partial u_{eqz}}{\partial x} \right) + C_D \left( \frac{\partial u_{eqz}}{\partial t} - V_{eqz} \right) \right) \mathbf{e}_z \\ &- \frac{1}{2S} \rho D C_T V_{eqx}^2 \mathbf{e}_x - \frac{1}{2S} \rho D C_T V_{eqx}^2 \frac{\partial u_{eqy}}{\partial x} \mathbf{e}_y - \frac{1}{2S} \rho D C_T V_{eqx}^2 \frac{\partial u_{eqz}}{\partial x} \mathbf{e}_z \end{aligned} \quad (\text{I.45})$$

Il reste encore à expliciter l'effort normal dans la poutre  $T$ , présent dans l'équation de la structure I.31. On néglige le terme  $\frac{\partial^2 u_{eqx}}{\partial t^2}$ , ce qui donne :

$$\frac{\partial T}{\partial x} + \frac{1}{S} \int_{S_A} F_{Lx} dS = 0, \quad (\text{I.46})$$

où  $F_{Lx}$  dénote la composante de  $\mathbf{F}_L$  selon  $\mathbf{e}_x$ . En supposant que  $F_L$  est constant le long de  $\mathbf{e}_x$ , on obtient :

$$T = T_0 - x \frac{1}{S} \int_{S_A} F_{Lx} dS, \quad (\text{I.47})$$

où  $T_0$  est la force de traction-compression en pied de l'assemblage combustible.

On peut alors récapituler l'ensemble des équations du modèle fluide-structure, définies sur le domaine  $\Omega_c$  :

$$\begin{aligned} \rho_{eq} \frac{\partial \mathbf{V}_{eq}}{\partial t} + \rho_{eq} \operatorname{div} \mathbf{V}_{eq} \otimes \mathbf{V}_{eq} = & -\nabla P_{eq} + \mu_{Teq} \Delta \mathbf{V}_{eq} + 2\rho_{eq} \frac{\partial \mathbf{u}_{eq}}{\partial t} \cdot \nabla \mathbf{V}_{eq} \\ & -\rho_{eq} \mathbf{V}_{eq} \cdot \nabla \frac{\partial \mathbf{u}_{eq}}{\partial t} + \mathbf{F}_{\text{structure} \rightarrow \text{fluide}}, \end{aligned} \quad (\text{I.48})$$

$$\operatorname{div} \mathbf{V}_{eq} = 0, \quad (\text{I.49})$$

$$\begin{aligned} m_A \frac{\partial^2 u_{eqy}}{\partial t^2} = \frac{\partial Q_y}{\partial x} + T_0 \frac{\partial^2 u_{eqy}}{\partial x^2} & + \frac{1}{S} \int_{S_A} (F_{Iy} + F_{Ny} + F_{Dy} - x F_{Lx} \frac{\partial^2 u_{eqy}}{\partial x^2}) dS \\ & + \frac{1}{L_A} F_{\text{impact}_z}, \end{aligned} \quad (\text{I.50})$$

$$\begin{aligned} m_A \frac{\partial^2 u_{eqz}}{\partial t^2} = \frac{\partial Q_z}{\partial x} + T_0 \frac{\partial^2 u_{eqz}}{\partial x^2} & + \frac{1}{S} \int_{S_A} (F_{Iz} + F_{Nz} + F_{Dz} - x F_{Lx} \frac{\partial^2 u_{eqz}}{\partial x^2}) dS \\ & + \frac{1}{L_A} F_{\text{impact}_z}, \end{aligned} \quad (\text{I.51})$$

$$I_A \frac{\partial^2 \theta_{eq}}{\partial t^2} = \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial x} + \mathbf{e}_1 \wedge \mathbf{Q} + \mathbf{M}_{\text{fluide} \rightarrow \mathbf{A}}, \quad (\text{I.52})$$

$$\text{avec } \mathbf{u}_{eq} = \sum_{i=1}^{N_A} \mathbf{u}_{eqi} \mathbb{I}_{\Omega_{A_i}}, \theta_{eq} = \sum_{i=1}^{N_A} \theta_{eqi} \mathbb{I}_{\Omega_{A_i}} \quad (\text{I.53})$$

où  $\mathbf{V}_{eq}$ ,  $P_{eq}$ ,  $\mathbf{u}_{eqi}$  et  $\theta_{eqi}$  sont les inconnues, et  $\mathbb{I}_{\Omega_{A_i}}$  est la fonction indicatrice du domaine  $\Omega_{A_i}$ . La force  $\mathbf{F}_{\text{structure} \rightarrow \text{fluide}}$  est celle donnée en I.45 et  $Q_y$ ,  $Q_z$  et  $\mathbf{M}$  sont donnés en I.38, I.39, I.40 et I.41.

Au niveau des conditions limites, les principaux éléments à entrer sont la vitesse d'écoulement en entrée, ainsi que les déplacements des pieds et têtes des assemblages, qui viennent des mouvements du bâti.

Ce modèle permet de simuler le comportement des assemblages combustibles et du fluide, pour un coeur entier, tout en gardant un nombre de degrés de libertés raisonnable. Les différentes échelles du coeur sont prises en compte, puisque le volume de contrôle est de l'échelle du crayon, et que les plus petites échelles de la turbulence ont été modélisées par une viscosité turbulente. Ce modèle fait apparaître de nombreux coefficients : certains dépendent directement des caractéristiques physiques et géométriques du coeur ( $m_A, I_A, S_A, I, \rho, \rho_{eq}, \mu_{Teq}, L_A, S$ ), les autres provenant de modèles empiriques et devant être identifiés expérimentalement ( $G, E, \mu_G, \mu_E, m_f, C_N, C_T$  et  $C_D$ ).

Le modèle numérique utilisé pour résoudre ces équations et effectuer les simulations ne sera pas détaillé ici, mais peut être retrouvé dans Ricciardi (2008). Il a été implémenté sous Scilab, sous le nom COEUR3D.

Ce modèle sera utilisé au Chapitre 5 pour réaliser des simulations des expériences menées sur la section d'essai ICARE EXPERIMENTAL.

## I.3 Méthodes d'analyse de données

Afin d'analyser les résultats expérimentaux et simulés obtenus avec les outils présentés précédemment, des méthodes d'analyse de données doivent être utilisées. Au vu de la complexité des phénomènes physiques mis en jeu lors de la vibration d'un réseau d'assemblages combustibles sous écoulement, nous chercherons ici à trouver des "signatures" caractérisant leur comportement. Ces signatures peuvent être des mouvements résonnants des assemblages combustibles, avec l'étude de leurs caractéristiques modales. Elles peuvent aussi correspondre aux déformées des assemblages en fonction du temps, à l'amplitude du couplage entre assemblages combustibles apporté par l'écoulement d'eau, à leur comportement fréquentiel ou aux mouvements du fluide.

La recherche de "signatures" en tant que mouvements résonnants amène à la définition des modes linéaires et non-linéaires, dont les bases seront données dans les deux premières sections de cette partie. Un aperçu bibliographique des méthodes d'analyse de données existantes pour les systèmes non-linéaires sera ensuite donné. L'accent sera mis sur les méthodes d'analyse utilisées dans la suite de la thèse, à savoir l'analyse modale par FRF (Frequency Response Fonction), l'analyse temps-fréquence et la décomposition sur modes propres orthogonaux (POD).

### I.3.1 Systèmes linéaires

Le comportement des systèmes linéaires est aujourd'hui bien connu, et leur analyse par identification modale est aujourd'hui la méthode la plus communément employée. En effet, celle-ci est relativement aisée à effectuer expérimentalement et donne d'excellents résultats. Quelques bases seront données ici comme rappels, qui permettront d'introduire quelques notations telles que les FRF (Frequency Response Function), utilisées par la suite dans cette thèse. Plus de détails sur les vibrations des systèmes linéaires sous différentes sollicitations sont donnés dans Lalanne (1999); Meirovitch (2010) et sur leur identification dans Ljung (1987); Soderstrom et Stoica (1989).

#### I.3.1.a Systèmes à un degré de liberté

L'équation du mouvement d'un système linéaire à un degré de liberté est :

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = y(t), \quad (\text{I.54})$$

où  $x$ ,  $\dot{x}$  et  $\ddot{x}$  dénotent le déplacement, la vitesse et l'accélération,  $m$  la masse,  $c$  l'amortissement visqueux et  $k$  la raideur.  $y(t)$  représente les forces extérieures appliquées au système. Il faut noter que cette équation différentielle est linéaire, et que le principe de superposition peut donc y être appliqué. En considérant deux excitations  $y_1$  et  $y_2$  et les réponses du système  $x_1$  et  $x_2$ , la réponse à une excitation  $\alpha y_1 + \beta y_2$  est  $\alpha x_1 + \beta x_2$ . C'est une des principales caractéristiques des systèmes linéaires et une des causes de la grande popularité de l'analyse modale linéaire.

Dans le cas où le système vibre librement ( $y(t) = 0$ ) et a pour conditions initiales  $x(t = 0) = A$  et  $\dot{x}(t = 0) = 0$ , cette équation différentielle a pour solution :

$$x_t(t) = Ae^{-\xi\omega_n t} \cos(\omega_d t), \quad (\text{I.55})$$

où  $\omega_n$  est la pulsation propre du système conservatif sousjacent,  $\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}}$ ,  $\xi$  est l'amortissement réduit  $\xi = \frac{c}{2\sqrt{mk}}$  et  $\omega_d$  est la pulsation propre amortie du système  $\omega_d = \omega_n \sqrt{1 - \xi^2}$ .

Pour la plupart des systèmes mécaniques,  $1 > \xi > 0$  et le système vibre à la pulsation propre amortie, avec une amplitude décroissant exponentiellement. On peut observer que pour un système conservatif, à amortissement nul, on retrouve une oscillation à amplitude constante à la fréquence propre  $\omega_n$ .

Nous allons maintenant considérer le cas où le système subit une excitation harmonique à la pulsation  $\omega$ . Il faut noter que toute excitation périodique peut être décomposée en une somme de sinusoides par l'analyse de Fourier, et que par le principe de superposition toute excitation peut donc être ramenée à une somme d'excitations harmoniques. L'équation du mouvement devient dans ce cas :

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = Y\cos(\omega t), \quad (\text{I.56})$$

où  $Y$  est l'amplitude d'excitation, supposée constante. La solution de ce type d'équation est alors :

$$x(t) = x_t(t) + x_s(t), \quad (\text{I.57})$$

où  $x_t(t)$  est la solution de la vibration libre donnée en Eq. I.55, aussi appelée transitoire.  $x_s(t)$  est la solution stationnaire, aussi appelée régime permanent. Pour un système linéaire, la réponse à une excitation périodique est périodique à la même fréquence que celle imposée, avec un déphasage dû à l'amortissement :

$$x_s(t) = X\cos(\omega t - \varphi), \quad (\text{I.58})$$

où  $X > 0$  est l'amplitude de la réponse et  $\varphi$  le déphasage entre l'excitation et la réponse.

En utilisant la transformée de Fourier pour passer dans le domaine fréquentiel, on peut calculer la réponse fréquentielle du système (appelée FRF pour Frequency Response Function) :

$$H(\omega) = \frac{X(\omega)}{Y(\omega)} = \frac{1}{k - m\omega^2 + jc\omega} = \frac{1}{m(j2\xi\omega_n\omega - (\omega^2 - \omega_n^2))}. \quad (\text{I.59})$$

Le gain de cette fonction de transfert est alors :

$$|H(\omega)| = \frac{1}{\sqrt{(-m\omega^2 + k)^2 + c^2\omega^2}} = \frac{1}{m\sqrt{(\omega^2 - \omega_n^2)^2 + 4\xi^2\omega_n^2\omega^2}}, \quad (\text{I.60})$$

dont le maximum apparaît lorsque  $\omega = \omega_n^2(1 - 2\xi^2) = \omega_r$ , où  $\omega_r$  est la fréquence de résonance du système. On peut voir que pour un oscillateur non amorti, la fréquence de résonance est

exactement la fréquence propre du système  $\omega_n$  et que le gain devient infini pour une excitation à cette fréquence.

La phase peut aussi être calculée :

$$\tan \varphi(\omega) = \frac{2\xi\omega_n\omega}{\omega_n^2 - \omega^2}. \quad (\text{I.61})$$

Les FRF sont souvent utilisées pour l'analyse modale de systèmes linéaires, car elles permettent une détermination facile de leurs fréquences de résonance et par identification, peuvent permettre d'obtenir les paramètres modaux du système.

### I.3.1.b Systèmes à $n$ degrés de liberté

Un système linéaire à  $n$  degrés de liberté ( $n$  fini) voit son mouvement gouverné par le système d'équations différentielles suivant :

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{X}}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{X}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{X}(t) = \mathbf{Y}(t), \quad (\text{I.62})$$

où  $\ddot{\mathbf{X}}$ ,  $\dot{\mathbf{X}}$  et  $\mathbf{X}$  sont des vecteurs à  $n$  composantes donnant l'accélération, la vitesse et le déplacement des  $n$  points du système. Les composantes de ces vecteurs seront notées  $\ddot{x}_i(t)$ ,  $\dot{x}_i(t)$  et  $x_i(t)$ . Le vecteur  $\mathbf{Y}$  représente les forces extérieures appliquées au système. Les matrices  $\mathbf{M}$  et  $\mathbf{K}$  sont les matrices de masses et de raideur, qui sont supposées réelles, symétriques et définies positives. La matrice  $\mathbf{C}$  est la matrice d'amortissement, elle-aussi réelle, symétrique et définie positive.

Afin de résoudre ces équations, nous allons chercher à les découpler. Les matrices  $\mathbf{M}$  et  $\mathbf{K}$  étant symétriques, d'après la théorie de l'algèbre linéaire, il existe une matrice orthogonale  $\Psi$  qui permet de les diagonaliser simultanément :

$$\Psi^T \mathbf{M} \Psi = \mathbf{M}_\Psi \text{ et } \Psi^T \mathbf{K} \Psi = \mathbf{K}_\Psi, \quad (\text{I.63})$$

où  $\mathbf{M}_\Psi$  et  $\mathbf{K}_\Psi$  sont diagonales. Cependant, il n'y a a priori aucune garantie que la matrice  $\mathbf{C}$  puisse être diagonalisée de la même façon. L'hypothèse d'un amortissement proportionnel (amortissement de Rayleigh) est alors souvent prise, menant à l'expression :

$$\mathbf{C} = \alpha \mathbf{M} + \beta \mathbf{K}, \quad (\text{I.64})$$

où  $\alpha$  et  $\beta$  sont des constantes. Cette hypothèse est très forte et ne peut être respectée dans de nombreux cas, en particulier dans le cas d'un trop fort amortissement. Dans les cas où l'hypothèse d'un amortissement proportionnel ne peut pas être appliqué, l'analyse modale est tout de même utilisable en introduisant des modes complexes. Une bonne introduction aux modes complexes est donnée dans Géradin et Rixen (1996). Les modes complexes sont aujourd'hui utilisables de façon pratique, on peut par exemple citer la toolbox Matlab SDTools

(Balmes, 1997, 2003; SDTools, 2014), qui permet leur calcul. Il faut cependant reconnaître que leur exploitation est toujours difficile aujourd'hui et leur développement limité.

Une fois l'hypothèse d'un amortissement proportionnel faite, la matrice  $\mathbf{C}$  peut elle aussi être diagonalisée :

$$\mathbf{\Psi}^T \mathbf{C} \mathbf{\Psi} = \mathbf{C}_{\mathbf{\Psi}} = \alpha \mathbf{M}_{\mathbf{\Psi}} + \beta \mathbf{K}_{\mathbf{\Psi}}, \quad (\text{I.65})$$

On peut alors passer l'Eq. I.62 en coordonnées modales avec  $\mathbf{Q}(t) = \mathbf{\Psi} \mathbf{X}(t)$  :

$$\mathbf{M}_{\mathbf{\Psi}} \ddot{\mathbf{Q}}(t) + \mathbf{C}_{\mathbf{\Psi}} \dot{\mathbf{Q}}(t) + \mathbf{K}_{\mathbf{\Psi}} \mathbf{Q}(t) = \mathbf{P}(t), \quad (\text{I.66})$$

où  $\mathbf{P}(t) = \mathbf{\Psi}^T \mathbf{Y}(t)$  et le vecteur  $\mathbf{Q}(t)$  contient les coordonnées modales  $q_i(t)$ . Nous considérerons par la suite une excitation harmonique  $\mathbf{P}(t) = \mathbf{P} \cos(\omega t)$  où les composantes de  $\mathbf{P}$ , notées  $P_i$ , sont des constantes.

Les équations sont maintenant découplées et chaque coordonnée modale répond à une unique équation différentielle :

$$m_i \ddot{q}_i(t) + c_i \dot{q}_i(t) + k_i q_i(t) = P_i \cos(\omega t), \quad (\text{I.67})$$

où  $m_i$ ,  $c_i$  et  $k_i$  sont respectivement les termes diagonaux des matrices  $\mathbf{M}_{\mathbf{\Psi}}$ ,  $\mathbf{M}_{\mathbf{\Psi}}$  et  $\mathbf{C}_{\mathbf{\Psi}}$  et sont appelés les masse, amortissement et raideur modaux. La matrice orthogonale  $\mathbf{\Psi}$  utilisée pour effectuer le changement de coordonnées est appelée la base modale, dont les colonnes  $\mathbf{\Psi}_i$  sont les modes propres du système.

Leur évolution temporelle est donc, à l'instar des Eq. (I.55) et (I.58), de la forme :

$$q_i(t) = A e^{-\xi_i \omega_i t} \cos(\omega_{di} t) + Q_i \cos(\omega t - \varphi_i), \quad (\text{I.68})$$

où  $k_i$  est la raideur du  $i^{\text{ième}}$  mode,  $m_i$  sa masse modale,  $\xi_i = \frac{c_i}{2\sqrt{2m_i k_i}}$  son amortissement modal,  $\omega_i = \sqrt{\frac{k_i}{m_i}}$  sa fréquence propre et  $\omega_{di} = \omega_i \sqrt{1 - \xi_i^2}$  sa fréquence propre amortie.  $Q_i$  est l'amplitude de la réponse stationnaire du  $i^{\text{ième}}$  mode.

On peut alors calculer le transfert obtenu pour les coordonnées modales :

$$H_i(\omega) = \frac{Q_i(\omega)}{P_i(\omega)} = \frac{1}{k_i - m_i \omega^2 + j c_i \omega} = \frac{1}{m_i (j 2 \xi_i \omega_i \omega - (\omega^2 - \omega_i^2))}. \quad (\text{I.69})$$

De la même façon que dans le cas à un DDL, ces fonctions de transfert ont des maxima aux fréquences de résonance  $\omega_{ri} = \omega_i \sqrt{1 - 2\xi_i^2}$ .

En utilisant les relations  $\mathbf{Y}(t) = \mathbf{\Psi} \mathbf{P}(t)$  et  $\mathbf{X}(t) = \mathbf{\Psi}^T \mathbf{Q}(t)$ , on peut obtenir les transferts entre les composantes de l'excitation  $Y_i$  et les réponses  $X_j$ , avec  $i$  un des points d'excitation du

système et  $j$  un des points de mesure. En effet, en notant  $\Psi_{ij}$  la composante de la matrice  $\Psi$  sur la ligne  $i$  et colonne  $j$ , on obtient :

$$H_{ij}(\omega) = \frac{X_i(\omega)}{Y_j(\omega)} = \sum_{k=1}^n \frac{\Psi_{ik}\Psi_{jk}}{m_k(j2\xi_k\omega_k\omega - (\omega^2 - \omega_k^2))}, \quad (\text{I.70})$$

La fonction de transfert obtenue est donc une combinaison de celles obtenues précédemment pour les différents modes, pondérées par les facteurs  $\Psi_{ik}\Psi_{jk}$ . On y retrouve alors les fréquences de résonance des différents modes, ainsi que leurs coefficients modaux.

Les fonctions de transfert obtenues précédemment, calculées à partir des déplacements du système, sont appelées fonctions de transfert en réceptance. Elles peuvent aussi être calculées à partir des vitesses (mobilité) et des accélérations (inertance). Il suffit dans ces cas de multiplier les expressions précédentes respectivement par  $j\omega$  et  $-\omega^2$ . Dans cette thèse, les fonctions de transfert en mobilité seront principalement utilisées.

Il existe de nombreuses méthodes permettant de produire expérimentalement les FRFs d'un système linéaire, telles que des essais de sinus balayé, de lâcher ou de choc. Les paramètres modaux du système ( $\omega_i$ ,  $m_i$ ,  $c_i$  et  $k_i$ ) peuvent alors être identifiés en minimisant l'écart entre une FRF théorique et celle obtenue expérimentalement.

Cette méthode d'analyse est aujourd'hui extrêmement répandue dans l'industrie et très efficace, mais est limitée à des systèmes supposés linéaires. Or, il est de plus en plus admis que les non-linéarités présentes dans les systèmes réels ont un fort impact sur leur comportement, et que l'analyse modale linéaire présentée précédemment est limitée. La section suivante présentera donc les caractéristiques principales des systèmes non-linéaires et leurs différences cruciales avec ceux linéaires.

### I.3.2 Systèmes non-linéaires

L'analyse des systèmes linéaires est aujourd'hui aisée grâce à l'analyse modale. Cependant, les systèmes réels ont dans la plupart des cas un comportement non-linéaire. Une approximation linéaire est souvent faite dans le domaine de l'ingénierie, en particulier pour de faibles amplitudes de vibration, afin de simplifier les modèles et les calculs et de permettre un dimensionnement aisé des systèmes industriels. Cependant, l'amélioration constante des performances et des coûts des systèmes industriels mène à des design de plus en plus fins et légers, donc plus fortement non-linéaires.

L'étude des systèmes non-linéaires est aujourd'hui en plein essor et de plus en plus d'ouvrages traitent de leur modélisation, de leur étude expérimentale et de leur identification. On peut en particulier citer Worden et Tomlinson (2001), qui est une référence pour la modélisation et l'identification des systèmes non-linéaires. Virgin (2000) est un ouvrage centré sur l'étude expérimentale des systèmes non-linéaires, avec l'étude complète d'un système composé d'un chariot sur un rail. Ce système montre le panel de comportements que peut avoir un système non-linéaire, lorsque son amplitude de vibration augmente. Plus récemment, Kerschen et al. (2006) présentent une review très complète des méthodes d'identification des systèmes non-linéaires existantes.

Dans cette section, les principales origines des non-linéarités seront dans un premier temps



données. Elles seront suivies d'une description de leurs manifestations dans le comportement des systèmes non-linéaires, puis des bases de la théorie des modes non-linéaires.

### I.3.2.a Origines des non-linéarités

La plupart des systèmes réels comportant des non-linéarités, celles-ci peuvent avoir de nombreuses origines. On pourrait ainsi citer :

- les non-linéarités géométriques, pouvant provenir de grands déplacements d'une structure. On peut prendre l'exemple d'un pendule, qui a pour équation du mouvement  $\ddot{\theta} + \omega_0^2 \sin \theta = 0$  pour de grandes amplitudes d'oscillation, alors que cette expression peut être linéarisée dans le cas de faibles déplacements. Ce type de non-linéarité peut aussi être retrouvé pour des structures continues telles que des poutres ou des plaques subissant des vibrations de forte amplitude.

- les phénomènes d'amortissement sont dans la plupart des cas non-linéaires. Leur modélisation par amortissement proportionnel, utilisée dans la plupart des modèles, est surtout utilisée pour sa commodité, mais est rarement représentative du comportement réel du système. Comme exemple d'amortissement non-linéaire, on peut mentionner celui apporté par un frottement de Coulomb, qui a par exemple été étudié dans Tomlinson et Hibbert (1979). Il faut mentionner que contrairement à la plupart des non-linéarités, elle joue un rôle important même pour de faibles amplitudes de déplacement. Cela sera observé avec les résultats obtenus avec la section d'essai ICARE EXPERIMENTAL en air, au Chapitre 5. Dans les exemples étudiés dans cette thèse, une partie de l'amortissement est apportée par l'eau. Or les équations de Navier-Stokes gouvernant un fluide sont non-linéaires, comme nous avons pu le voir dans la présentation du modèle en partie précédente.

- des non-linéarités peuvent aussi provenir de conditions aux limites, telles que la présence d'un jeu et d'impacts. Les non-linéarités causées par des impacts provoquent des lois déplacement-force non régulières, demandant alors un traitement particulier (Brogliato, 2010). Cela a été étudié dans Moussi (2013), dont un exemple expérimental contenant des chocs sera étudié au Chapitre 4, avec la vibration d'un tube de générateur de vapeur.

- des non-linéarités peuvent provenir des matériaux eux-mêmes, lorsque leurs relations entre contraintes et déformations sont non-linéaires.

Ces nombreux types de non-linéarités apportent une diversité de lois de comportements très élevée. Il n'est donc pas possible de développer une méthode d'analyse universelle pour les systèmes non-linéaires, comme c'est le cas pour l'analyse modale des systèmes linéaires. Les méthodes d'analyse et de modélisation de systèmes non-linéaires doivent donc être adaptées aux cas étudiés.

### I.3.2.b Manifestations des non-linéarités

Les non-linéarités présentes dans un système peuvent causer des phénomènes complexes et variés, qu'un système linéaire ne peut produire. L'apparition de ces phénomènes permet, dans certains cas, de détecter des non-linéarités.

Le principe de superposition, qui est fondamental à l'analyse des systèmes linéaires, disparaît lors de l'apparition de non-linéarités. En considérant deux excitations  $y_1$  et  $y_2$  et les réponses du système  $x_1$  et  $x_2$ , la réponse à une excitation  $\alpha y_1 + \beta y_2$  ne sera plus forcément  $\alpha x_1 + \beta x_2$ ,  $\alpha$  et  $\beta$  étant deux constantes. Si le principe de superposition n'est pas respecté pour un couple  $y_1, y_2$ ,

on peut donc en conclure que le système a un comportement non-linéaire. Cette condition est cependant compliquée à vérifier expérimentalement et la présence de non-linéarité est souvent recherchée en vérifiant la condition d'homogénéité. Cette condition est une forme réduite du principe de superposition, puisqu'elle stipule que pour un système soumis à une excitation  $y_1$  répondant avec un mouvement  $x_1$ , la réponse à une excitation  $\alpha y_1$  est  $\alpha x_1$ .

Autrement dit, un système linéaire ne change pas de comportement face à une modification de l'amplitude de l'excitation, alors que cela est possible pour un système non-linéaire. En particulier, le caractère non-linéaire d'un système est souvent observé grâce à une modification de ses réponses en fréquence lors de changements de l'amplitude. Ce phénomène sera observé aux chapitres suivants lors de l'analyse de tous les systèmes non-linéaires étudiés.

Nous avons aussi vu que pour un système linéaire, la réponse à une excitation harmonique à la pulsation  $\omega$  était à la même pulsation, une fois le régime transitoire passé. Dans le cas des systèmes non-linéaires, une distorsion harmonique apparaît dans la plupart des cas, la réponse du système comportant d'autres fréquences que celle d'excitation  $\omega$ . En particulier, en fonction des types de non-linéarité, on peut obtenir des harmoniques supérieures impaires et/ou paires, à des multiples de la fréquence d'excitation. Ce phénomène sera lui aussi observable dans les Chapitres 3, 4 et 5.

La présence de non-linéarités peut provoquer d'autres phénomènes complexes tels que des résonances internes entre modes Moussi (2013); Noël et al. (2014), des sauts (provenant d'instabilités) et des bifurcations (Vakakis, 1997), une localisation spatiale de l'énergie Vakakis et al. (1996); Noël et al. (2014) ou encore du chaos (Thompson et Stewart, 2001). Un phénomène de résonance interne sera étudié dans le Chapitre 4.

Afin de pouvoir étudier le comportement complexe des systèmes non-linéaires, une extension de l'analyse modale linéaire aux systèmes non-linéaires est en développement depuis de nombreuses années. Cette théorie sera présentée dans la section suivante.

### I.3.2.c Théorie des modes non-linéaires

Pour une introduction aux modes non-linéaires, le lecteur peut consulter Nayfeh et Mook (1979), ou plus récemment Vakakis (1997) et Kerschen et al. (2009). Les bases de la théorie des modes non-linéaires seront données ci-dessous, avec les différentes définitions existant à l'heure actuelle.

Les modes non-linéaires ont été introduits par Rosenberg dans les années 1960 (Rosenberg et Atkinson, 1959; Rosenberg, 1962, 1966), pour des systèmes autonomes conservatifs. Il étaient alors définis comme une vibration à l'unisson du système, satisfaisant les conditions :

- les degrés de liberté du système vibrent périodiquement, avec la même période
- les degrés de liberté du système passent par l'origine simultanément
- les degrés de liberté du système ont une vitesse nulle simultanément
- la position de tous les degrés de liberté peut être exprimée à partir de la position d'un seul

Cette formulation reste cependant limitée aux systèmes conservatifs. En 1990, une autre formulation apparaît avec l'introduction dans Shaw et Pierre (1991, 1993) d'une définition par variétés invariantes. Celle-ci s'applique aux systèmes non-linéaires autonomes en général et permet donc d'étendre la définition des modes non-linéaires aux systèmes dissipatifs (voir aussi plus récemment Pierre et al. (2006)). Un mode non-linéaire est alors *défini dans l'espace des phases par une variété invariante de dimension 2, tangente à un point d'équilibre stable du*

*système linéarisé autour de cette position d'équilibre.* Le phénomène d'"invariance" signifie que pour une initialisation du système en un point quelconque de la variété, la solution obtenue reste contenue dans cette variété. Dans cette représentation, les modes non-linéaires sont des variétés alors que les modes linéaires sont des plans dans l'espace des phases.

Une définition des modes non-linéaires basée sur la théorie des formes normales a été développée dans les années 1990 (Jezequel et Lamarque, 1991), proche de celle par variétés invariantes précédente. La formulation par formes normales a été approfondie dans Touzé (2003) et Touzé et Amabili (2006) dans le domaine réel, et appliquée à des structures non-linéaires amorties excitées harmoniquement.

Les modes non-linéaires peuvent aussi être définis en tant que familles d'orbites périodiques, dans un sens plus large que celui donné par Rosenberg. Cette définition est très répandue et provient de Lyapunov (1947), qui a montré l'existence de  $n$  solutions périodiques au voisinage d'une position d'équilibre pour un système hamiltonien à  $n$  degrés de liberté, ne contenant pas de résonance interne. Ce résultat a par la suite été généralisé aux systèmes contenant des résonances internes dans Weinstein (1973); Moser (1976). Cette définition permet de définir un mode non-linéaire comme une famille d'orbites périodiques à partir des modes du système linéaire sous-jacent, en fonction de l'énergie. De plus, elle permet d'accéder à des méthodes numériques performantes pour le calcul des modes non-linéaires (Arquier et al., 2006; Moussi, 2013). Elle sera utilisée dans le Chapitre 3 pour le calcul des modes non-linéaires d'un système à 3 degrés de liberté par équilibrage harmonique.

### I.3.3 Méthodes de caractérisation et d'identification non-linéaires

#### I.3.3.a Un aperçu bibliographique

L'analyse des systèmes non-linéaires étant un domaine en pleine expansion, de très nombreuses méthodes d'analyse sont apparues au cours des dernières décennies afin de les caractériser et identifier. En particulier, l'identification de structures complexes de façon expérimentale est aujourd'hui à portée de main. Un aperçu des méthodes d'analyse existantes va être donné, sans rentrer dans les détails de chaque méthode. Pour plus de détails, le lecteur peut se reporter à la review faite dans Kerschen et al. (2006) qui est très complète.

Tout d'abord, lorsque l'on parle d'étude de systèmes non-linéaires, il faut préciser que trois étapes principales sont généralement à suivre :

- la détection des non-linéarités, déjà mentionnée dans la section sur les manifestations des non-linéarités.
- leur caractérisation, qui consiste à déterminer la localisation de la non-linéarité, son type (géométrique, frottement, ...) et sa loi de comportement (polynomiale, régulière ou non, ...).
- leur identification, qui consiste à déterminer les valeurs des coefficients présents dans la loi de comportement.

Les méthodes d'identification de systèmes non-linéaires sont nombreuses et variées, en fonction du système étudié et des données acquises. Quelques méthodes d'identification de référence seront données ci-dessous.

Une des méthodes les plus performantes actuellement est la RFS (restoring force surface). Elle a été introduite par Masri et Caughey (1979) et en parallèle par Crawley et O'Donnell (1986) sous le nom force-state mapping. C'est une méthode temporelle découlant directement

du second principe de Newton. Les forces ayant un caractère non-linéaire sont déterminées à partir des données expérimentales en fonction du déplacement, de la vitesse du système ou des deux, en fonction de sa loi de comportement. Elle permet ainsi une caractérisation de la non-linéarité sans connaissance a priori du système. Cette méthode est en général utilisée afin de caractériser des non-linéarités lorsque leur comportement est encore peu connu. Cette méthode a connu de nombreuses évolutions depuis sa création et peut maintenant être appliquée pour caractériser des systèmes non-linéaires réels. On peut citer son application à une poutre avec une linéarité par morceaux (Kerschen et al., 2001), à un système fluide-élastique non-linéaire (Meskell et al., 2001), à la caractérisation des amortisseurs d'automobile (Worden et al., 2009) et à un avion (Noël et al., 2012).

Dans les méthodes temporelles, on peut aussi mentionner la NARMAX (Nonlinear Autoregressive Moving Average with exogenous input). Elle a été proposée dans Leontaritis et Billings (1985 -a, b) et un état de l'art de son application dans l'identification des systèmes non-linéaires est donné dans Billings (2013).

Les séries de Volterra-Wiener sont utilisées afin d'étendre l'utilisation des FRFs au cas non-linéaire, en obtenant des FRFs d'ordres supérieurs (HOFrFs). Une description de l'application des séries de Volterra-Wiener aux systèmes non-linéaires est donnée dans Schetzen (1980). On peut citer son application à l'identification de paramètres pour des systèmes non-linéaires à plusieurs DDL dans Khan et Vyas (2001) et Chatterjee et Vyas (2004).

Une méthode d'identification de systèmes non-linéaires, basée sur une convolution non-linéaire entre les entrées et les sorties d'un système, a été développée dans Novak (2009) et Novak et Simon (2010). Elle permet d'identifier un système non-linéaire représenté par un modèle de Hammerstein (modèle non-linéaire par séries de puissance) à partir de tests réalisés avec des sinus balayés exponentiels.

Des méthodes spectrales sont aussi utilisées, basées sur la méthode du parcours inverse (reverse path, appelée RP). Elles ont d'abord été développées pour l'étude de systèmes à un DDL (Rice et Fitzpatrick, 1988; Bendat, 1990), et généralisées pour plusieurs DDL dans (Rice et Fitzpatrick, 1991). La RP permet de déterminer les paramètres non-linéaires ainsi qu'un modèle du système linéaire sous-jacent, mais nécessite un signal d'excitation à chaque point de réponse du système. Une méthode alternative, appelée conditioned reverse path (CRP) permet de s'affranchir des conditions sur l'excitation. Elle a été proposée par Richards et Singh (1998) et des exemples d'applications expérimentales sont donnés dans Kerschen et Golinval (2003) et Garibaldi (2003). Dans Muhamad et al. (2012), une évolution de la CRP appelée orthogonalised reverse path method (ORP) est proposée et illustrée sur des simulations de systèmes à un DDL et plusieurs DDL.

L'identification nonlinéaire par retour des sorties (NIFO) est une méthode proche de la CRP, qui permet une identification de paramètres où les paramètres sont dépendants de la fréquence. Elle est plus simple à mettre en oeuvre que la CRP mais est cependant moins robuste et plus sensible au bruit (Adams et Allemang, 2000). La méthode des sous-espaces, dérivée de la NIFO et de la CRP, est proposée dans Marchesiello et Garibaldi (2008). Elle est utilisée pour identifier un système à plusieurs degrés de liberté contenant plusieurs non-linéarités, en les dissociant et les hiérarchisant, à partir d'essais en excitation aléatoire. Il faut noter que la NIFO et la RFS sont comparées dans Worden et al. (2009).

Une autre méthode, s'appliquant à partir de séries temporelles mais passant dans le domaine fréquentiel, est l'EMD (Empirical Mode Decomposition). Elle permet la décomposition d'un signal non-stationnaire et non-linéaire en une combinaison linéaire de modes oscillatoires

indépendants (appelés IMFs pour Intrinsic Mode Functions) (Huang et al., 1998). En appliquant la transformée de Hilbert à ces IMFs, on obtient l'évolution temporelle de leur fréquence (aussi appelée transformée de Hilbert-Huang, voir Huang et Shen (2005)). Cependant, l'EMD a longtemps été limitée à l'analyse de signaux à une composante unique. Ce n'est qu'en 2010, dans Rehman et Mandic (2010), qu'une évolution permettant l'analyse de systèmes à plusieurs DDL a été proposée. Celle-ci est cependant restée difficilement applicable jusque récemment, avec des premières applications pratiques dans Mandic et al. (2013); Rehman et al. (2013).

Enfin, plusieurs méthodes ont été développées afin d'effectuer une identification modale des systèmes non-linéaires. Ces méthodes visent à extraire les modes non-linéaires présentés précédemment, mais se heurtent à la complexité des phénomènes de bifurcation, de résonances internes et de dépendance des modes à l'amplitude. On peut citer les procédures d'identification développées dans Jezequel (1987) et Chong et Imregun (2001) pour une excitation forcée de systèmes non-linéaires. Pour cette méthode, les fréquences de résonance sont supposées suffisamment espacées. Cette méthode a été appliquée au train d'atterrissage d'un avion dans Gibert et al. (1999); Gibert (2003). Une autre méthode d'analyse modale non-linéaire a été proposée dans Wright et al. (2001) visant une identification de larges structures avec une forte densité modale et de faibles non-linéarités. Cette méthode est une extension de la méthode par appropriation de force (Wright et al., 1999), qui a donné naissance à deux méthodes : la force appropriation appliquée aux systèmes non-linéaires (FANS) (Atkins et al., 2000) et la méthode de décroissance résonante non-linéaire (NLRD) (Wright et al., 2001).

On peut aussi citer des approches modales différentes de celles par modes normaux non-linéaires. Ainsi, l'identification menée dans Bellizzi et al. (2001) est effectuée en comparant des modes non-linéaires couplés obtenus expérimentalement à des modes prédits. Une procédure proche de cette dernière est utilisée dans Hemez et Doebling (2001) et Lenaerts et al. (2001, 2003) à l'aide de la POD. Dans Argoul et Le (2004), la transformée en ondelettes est utilisée pour extraire des déformées modales. La POD et la transformée en ondelettes seront étudiées plus en détail dans la section suivante.

La plupart de ces méthodes sont utilisées pour identifier des systèmes linéaires en déterminant les coefficients de leurs non-linéarités, dont la forme est connue au préalable. Les non-linéarités sont de plus souvent uniques et localisées, permettant d'extraire une loi de comportement unique et relativement simple. Dans ces cas, le modèle du système doit être suffisamment simple pour pouvoir accéder à ses paramètres expérimentalement. Pour l'étude du couplage entre assemblages combustibles effectuée dans cette thèse, le modèle est trop complexe pour identifier ses paramètres quantitativement à partir de résultats expérimentaux. C'est pourquoi la recherche de "signatures" est privilégiée, pour laquelle l'analyse temps-fréquence et la décomposition sur modes propres orthogonaux (POD) sont privilégiées. Ces deux méthodes seront présentées plus en détail dans la suite.

### I.3.3.b Analyse temps-fréquence

Pendant longtemps, la représentation des signaux fut majoritairement effectuée en utilisant des représentations temporelles, spatiales ou spatio-temporelles. L'analyse harmonique (ou spectrale) donnant une représentation fréquentielle a été introduite grâce au développement des séries de Fourier et de la transformée de Fourier, faisant le lien entre signaux temporels et fréquentiels. La transformée de Fourier est un outil très puissant pour étudier des signaux stationnaires mais se montre limitée pour des signaux dont le contenu fréquentiel varie avec le

temps.

L'exemple de la représentation d'un morceau de musique est révélateur des limitations des représentations temporelles et fréquentielles (Feichtinger et Strohmer, 1998). En effet, la première ne permet de suivre que le rythme des notes mais pas leur hauteur (leur fréquence), alors que la seconde permet de connaître les notes présentes dans le morceau mais pas leur enchaînement dans le temps. La représentation effectuée sur une partition de musique est, quand à elle, déjà une représentation temps-fréquence puisque l'enchaînement temporel des notes est donné par les noires, croches, silences, etc... et leur hauteur est donnée par leur position sur la portée (lignes indiquant la hauteur des notes).

L'idée de créer une représentation similaire pour les mathématiques est apparue dans les années 50, avec les travaux de Gabor et Ville (Gabor, 1946; Ville, 1948). Ville a proposé une approche basée sur les distributions de Wigner, alors que Gabor a utilisé des translations d'une fonction gaussienne, effectuant ainsi une analyse fréquentielle sur des fenêtres temporelles glissantes. A l'instar de la décomposition en séries de Fourier, Gabor a ainsi proposé de décomposer un signal  $s(t)$  en une série de fonctions élémentaires appelées "gaborlettes", glissantes en temps et en fréquence :

$$s(t) = \sum_{n,m \in \mathbb{Z}} c_{n,m} g_{n,m}(t), \quad (\text{I.71})$$

où les gaborlettes  $g_{n,m}(t)$  sont

$$g_{n,m}(t) = g(t - na) e^{2\pi jmb(t-na)}, \quad (\text{I.72})$$

avec  $g$  une fonction fixée et  $a, b > 0$  les paramètres de glissement dans le plan temps-fréquence. La fonction  $g$  impose le fenêtrage temporel appliqué au signal et est une gaussienne :

$$g(t) = e^{-\frac{t^2}{2\sigma^2}}, \quad (\text{I.73})$$

où  $\sigma$  détermine la largeur de la gaussienne. La transformée de Gabor continue (CGT) du signal  $s$  est alors :

$$G_s(n, m) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \overline{g(t - na)} e^{-j2\pi mb(t-na)} dt, \quad (\text{I.74})$$

On obtient donc les coefficients  $G_s$  donnant l'amplitude du signal  $s$  en fonction de  $m$  et  $n$ , qui effectuent respectivement la localisation dans le domaine fréquentiel et temporel. Si on considère une discrétisation de l'espace temps-fréquence avec des pas  $\Delta t$  et  $\Delta f$ , alors les paramètres  $a$  et  $b$  ne sont autres que  $a = \Delta t$  et  $b = \Delta f$ . La transformée de Gabor continue du signal  $s$  s'écrit alors :

$$G_s(\tau, f) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \overline{g(t - \tau)} e^{-j2\pi f(t-\tau)} dt, \quad (\text{I.75})$$

où  $\tau$  est le temps autour duquel sont centrées les fenêtres et  $f$  est la fréquence d'analyse, discrétisés avec des pas  $\Delta t$  et  $\Delta f$ . Il faut noter qu'une formule inverse permet de retrouver un signal à partir de sa transformée de Gabor continue :

$$s(t) = \frac{1}{2\pi\|g\|^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} G_s(\tau, f) g(t - \tau) e^{j2\pi f(t-\tau)} df d\tau. \quad (\text{I.76})$$

La CGT a été très utilisée en traitement du signal pour l'analyse de la parole à ses débuts, puis a été appliquée à des problèmes de dynamique des structures. Elle a par exemple été utilisée pour la détection de non-linéarités (Spina et al., 1996) et l'identification de modes non-linéaires (Bellizzi et al., 2001; Zhang, 2002). L'ouvrage de Feichtinger et Strohmer (1998) donne plus de détails sur la CGT et les algorithmes permettant de l'appliquer.

La Short Time Fourier Transform (STFT) est une méthode d'analyse temps-fréquence très proche de la transformée de Gabor. La différence est le remplacement des fenêtres gaussiennes précédentes par des fenêtres découpant le signal. En effet, la transformée de Gabor utilise des fenêtres gaussiennes recouvrant l'ensemble du signal étudié, tandis que la STFT utilise des fenêtres de taille finie de formes variées, pouvant être rectangulaires, de Hamming, Hann, Blackman, Kaiser, et d'autres encore.

Une autre méthode d'analyse temps-fréquence, appelée transformée par ondelettes (Continuous Wavelet Analysis, notée CWT), est très utilisée. Elle a été proposée dans Grossmann et Morlet (1984) et a depuis été appliquée dans de nombreux domaines. Cette méthode d'analyse vise à améliorer la résolution en fréquence de la CGT en remplaçant les fonctions appelées "gaborlettes" par des "ondelettes" ayant une échelle variable. Cette transformée est aussi appelée transformée temps-échelle. La famille de fonctions  $g$  utilisée précédemment est remplacée par une famille d'ondelettes  $\psi_{b,a}$  :

$$\psi_{b,a}(t) = \frac{1}{a} \psi \left( \frac{t-b}{a} \right), \quad (\text{I.77})$$

où  $\psi$  est appelée l'ondelette d'analyse ou ondelette "mère". Cette ondelette de référence subit un changement d'échelle piloté par  $a$  et est centrée autour du temps  $b$ . Pour une ondelette d'analyse  $\psi$  choisie, la CWT d'un signal  $f$  est donnée par :

$$T_f(b, a) = \frac{1}{a} \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \overline{\psi} \left( \frac{t-b}{a} \right) dt, \quad (\text{I.78})$$

La transformée par ondelettes permet d'obtenir une précision en fréquence variable, avec une résolution en fréquence inversement proportionnelle à l'échelle.

La CWT a été appliquée à l'identification de systèmes linéaires à partir de réponses de décroissances libres dans Ruzzene et al. (1997); Argoul et Le (2004); Erlicher et Argoul (2007) et en excitation ambiante dans Le et Paultre (2012). Un amortissement non-linéaire a aussi été identifié à l'aide de la CWT dans Garibaldi et al. (1998). On peut aussi citer l'identification de différents types de non-linéarités dans Ghanem et Romeo (2001), réalisée en combinant la CWT et les fonctions de Daubechies sur des simulations en excitation sinusoïdale et en réponse libre.

De nombreuses propriétés de la CWT et de la CGT sont données dans l'overview Torresani (1999) et plus généralement, plus de détails sont donnés sur l'analyse temps-fréquence dans Cohen (1995).

### I.3.3.c Décomposition sur modes propres orthogonaux

La décomposition sur modes propres orthogonaux (POD pour Proper Orthogonal Decomposition) est une méthode d'analyse de données à plusieurs composantes permettant d'extraire les structures les plus énergétiques d'un ensemble de signaux. Elle est aussi appelée décomposition de Karhunen-Loève (KLD) et peut être équivalente à l'analyse en composantes principales (PCA, voir Jolliffe (1986)) suivant certaines simplifications.

La POD permet d'obtenir une décomposition sur une base orthogonale "optimale" d'un signal  $S(t)$  à  $N$  composantes. Les composantes de  $S(t)$  sont supposées être de moyenne temporelle nulle (si ce n'est pas le cas, on peut se ramener dans ce cas en soustrayant aux signaux la valeur de leur moyenne temporelle). La POD donne les vecteurs  $\Phi$  représentant au mieux l'évolution du signal vectoriel  $S(t)$  entre les temps  $t = 0$  et  $t = T$ . Ces vecteurs peuvent être trouvés en maximisant la moyenne temporelle du produit scalaire entre les vecteurs  $\Phi$  et  $S(t)$  :

$$\text{Max} \int_0^T S(t)^T \Phi dt, \text{ avec } \Phi^T \Phi = 1. \quad (\text{I.79})$$

Il est montré dans Kerschen et Golinval (2002) que ce problème de maximisation peut être résolu en trouvant les solutions du problème aux valeurs propres :

$$R\Phi = \lambda\Phi \text{ avec } R = \int_0^T S(t)S(t)^T dt. \quad (\text{I.80})$$

En résolvant ce problème aux valeurs propres, une décomposition sur une base orthogonale de  $N$  vecteurs  $\Phi_i$  peut être obtenue, séparant l'information spatiale et temporelle de la façon suivante :

$$S(t) = \sum_{i=1}^N \Phi_i q_i(t) = \sum_{i=1}^N \Phi_i \sqrt{\lambda_i} \eta_i(t), \quad (\text{I.81})$$

où les vecteurs  $\Phi_i$  sont appelés les Modes Propres Orthogonaux (POMs), donnant les structures cohérentes représentatives du signal  $S(t)$ . Les termes  $q_i(t)$  sont les évolutions temporelles du système dans la base formée par les vecteurs  $\Phi_i$ . Les termes  $\eta_i(t)$  sont leurs évolutions temporelles normalisées, appelées Composantes Principales Orthogonales (POCs). Les  $\lambda_i$  sont les Valeurs Propres Orthogonales (POVs) et donnent l'énergie capturée par chaque POM.

L'écriture précédente a été réalisée avec des données temporelles continues, mais les signaux réels sont discrétisés en temps. Nous considérerons donc maintenant une matrice  $X$  de taille  $N \times P$ , dont les termes  $x_{n,p}$  donnent l'amplitude de la coordonnée  $n$  au temps  $p$ .



$$X = \begin{bmatrix} x_1(t_1) & x_1(t_2) & \dots & x_1(t_P) \\ x_2(t_1) & x_2(t_2) & \dots & x_2(t_P) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_N(t_1) & x_N(t_2) & \dots & x_N(t_P) \end{bmatrix} \quad (\text{I.82})$$

Chaque colonne de  $X$  donne la répartition spatiale  $X_p$  obtenue au temps  $t_p$ . On va alors chercher les vecteurs  $\Phi$  caractérisant au mieux l'ensemble des vecteurs  $X_p$ . On va alors cette fois chercher à maximiser la moyenne du produit scalaire entre les vecteurs  $\Phi$  et les vecteurs  $X_p$  :

$$\text{Max } \langle |(X_p \cdot \Phi)|^2 \rangle \quad \text{avec } \|\Phi\|^2 = 1 \quad \text{afin d'obtenir une solution unique,} \quad (\text{I.83})$$

où  $(\cdot)$  dénote le produit scalaire entre deux vecteurs,  $|\cdot|$  représente la valeur absolue,  $\langle \cdot \rangle$ , dénote l'opération moyenne et  $\|\cdot\|$  la norme euclidienne.

On peut voir clairement dans l'Eq. I.83 que la projection de la matrice  $X$  sur les vecteurs  $\Phi$  maximise l'énergie moyenne comparément à n'importe quelle autre projection. Les solutions du problème de maximisation précédent sont alors les solutions du problème aux valeurs propres suivant :

$$\Gamma \Phi = \lambda \Phi, \quad (\text{I.84})$$

où  $\Gamma$  est la matrice de covariance  $\Gamma = E[(v - E(v))(v - E(v))^T]$ , avec  $E[\cdot]$  l'espérance et  $v$  un vecteur quelconque.

En considérant que le système est stationnaire et ergodique, la matrice de covariance peut s'écrire (voir Kerschen et al. (2005)) :

$$\Gamma_s = \frac{1}{P} X X^T \quad (\text{I.85})$$

Une fois la matrice de covariance écrite de cette façon, il est montré dans Kerschen et al. (2005) que l'application d'une décomposition en valeurs singulières (SVD) à la matrice  $X$  donne directement les solutions du problème à valeurs propres de l'Eq. I.84 :

$$X = U S V^T, \quad (\text{I.86})$$

où :

- $U$  est une matrice orthogonale de taille  $N \times N$ , dont les colonnes  $\Phi_i$  sont les POMs de  $X$
- $S$  est semi-diagonale, de taille  $N \times M$ , et contient les racines carrées des POVs, notées  $\sigma_i = \sqrt{\lambda_i}$
- $V$  est une matrice orthogonale de taille  $M \times M$ , dont les colonnes sont les évolutions temporelles des POMs  $\eta_i(t)$ , normalisées par les valeurs singulières  $\sigma_i$ .

Cette méthode d'application de la POD utilisant la décomposition par valeurs singulières est particulièrement pratique et efficace, puisque les matrices  $U$ ,  $S$  et  $V$  donnent directement les composantes de la décomposition POD donnée en Eq. I.81.

L'intérêt principal de la POD est donc d'obtenir les déformées les plus énergétiques, appelées POMs, qui sont classées par énergie décroissante. Ainsi, pour tout  $i < j$ ,  $\lambda_i > \lambda_j$ . Ce résultat est au coeur d'une des applications principales de la POD, à savoir la réduction de modèle. On peut en effet réduire le nombre de POMs nécessaires pour représenter le signal de  $N$  à  $N_r$  si une condition semblable à celle ci-dessous est respectée :

$$\sum_{i=1}^{N_r} \lambda_i > 99\% \sum_{i=1}^N \lambda_i. \quad (\text{I.87})$$

Pour résumer, l'application de la POD à un champ vectoriel permet d'en extraire les structures spatiales les plus énergétiques et leurs évolutions temporelles, classées par ordre d'énergie.

Pour sa capacité à extraire des structures cohérentes de signaux à grand nombre de DDL, la POD a été largement utilisée dans les études de turbulence fluide afin d'extraire les structures d'écoulement principales (Berkooz, 1992; Holmes et al., 1996). Elle a aussi été utilisée dans le cadre de la réduction de modèle (Fitzsimons et Rui, 1993; Azeez et Vakakis, 2001) et émergea à partir des années 1990 en tant qu'outil pour l'étude de la dynamique des structures (Kappagantu et Feeny, 2000 -a, b; Georgiou, 2001). L'identification d'une poutre contenant une non-linéarité géométrique a par exemple été réalisée à l'aide de la POD dans Lenaerts et al. (2003) et comparée à une identification réalisée avec la CRP, présentée dans Kerschen et Golinval (2003). Dans Pomarede et al. (2011), la POD est utilisée pour étudier un problème d'interaction fluide-structure, en l'appliquant à la fois au domaine fluide et au domaine structure.

Une review de la POD est faite dans Kerschen et al. (2005) et son interprétation physique en dynamique des structures est donnée dans Kerschen et Golinval (2002) et Han et Feeny (2003). Un résultat important obtenu dans Kerschen et Golinval (2002) est l'obtention d'un POM unique lorsqu'un système linéaire faiblement amorti est excité harmoniquement. Si la fréquence d'excitation est une des fréquences de résonance du système, le POM obtenu est alors le mode propre associé à cette fréquence. L'augmentation de l'amortissement, ou l'ajout de non-linéarités, apporte par contre des POMs supplémentaires dans la décomposition.

L'application de la POD à des systèmes non-linéaires et les liens entre POMs et modes normaux non-linéaires (NNM) ont aussi été largement étudiés. Dans Kerschen et al. (2005), il a été montré que la POD reste une linéarisation optimale d'un NNM. Ainsi, lorsqu'un NNM est représenté dans l'espace des configurations par une ligne courbe (un système linéaire est toujours représenté par une droite), il a été montré que le premier POM est la droite approximant au mieux cette ligne courbe. Dans Georgiou (2005), les liens entre POMs et modes propres linéaires et non-linéaires sont étudiés en détail, à travers l'étude d'un système à trois DDL. On peut aussi citer la comparaison effectuée dans Amabili et Touzé (2006) entre réduction de modèle par POD et calcul asymptotique des NNM.

Pour finir, une méthode appelée Décomposition Modale Dynamique (DMD) a été développée récemment et est décrite dans Kutz (2013). Une décomposition modale en fonction du temps est effectuée à l'aide de la PCA (très proche de la POD), en utilisant l'opérateur non-linéaire de Koopman. Cet ouvrage contient aussi de bonnes descriptions de la POD et des différentes méthodes d'analyse temps-fréquence.

## Bilan du chapitre

Ce premier chapitre a présenté les enjeux des études vibratoires d'un coeur de réacteur nucléaire, avec la description des phénomènes physiques entrant en jeu et quelques résultats expérimentaux à l'origine des travaux actuels. Un modèle basé sur une approche milieu poreux, représentant le comportement d'un réseau d'assemblages combustibles, a ensuite été présenté. La structure et le fluide sont modélisés à l'échelle de l'assemblage combustible, dans un premier temps séparément, avant d'être couplés afin de prendre en compte l'ensemble des phénomènes d'interaction fluide-structure. Enfin, un aperçu bibliographique des méthodes d'analyse de données existantes pour l'étude des systèmes linéaires et non-linéaires a été donné, ainsi qu'une introduction à la théorie des modes non-linéaires. La décomposition sur modes propres orthogonaux et l'analyse temps-fréquence ont été décrites avec plus de détails. Elles seront combinées au Chapitre 3 pour former une méthode d'analyse de données appelée Sliding Window Proper Orthogonal Decomposition (SWPOD).

## Chapitre II

# Conception de la section d'essai ICARE EXPERIMENTAL

### II.1 Historique des études expérimentales au CEA

Confidentiel

## II.2 La section d'essai ICARE EXPERIMENTAL

### II.2.1 Principe de la section d'essai et ses différentes configurations

Confidentiel

## II.2.2 Conception des maquettes d'assemblages combustibles

### II.2.2.a Critères de dimensionnement des assemblages combustibles

Afin de se rapprocher du comportement des assemblages d'un REP, quatre maquettes d'assemblages combustibles échelle 1/2 ont cette fois été utilisées, avec un design des assemblages plus proche de celui réel. En effet, contrairement aux maquettes de COUPLAGE, les maquettes comportent cette fois 4 tubes guides chacune, soudés aux grilles et fixés dans les embouts inférieur et supérieur, et 60 crayons pouvant glisser dans les 5 grilles de l'assemblage. Les crayons sont, comme pour les assemblages réels, serrés à l'intérieur des grilles entre des ressorts et des bossettes.

Des pions de centrage, présents en bas et en haut de la section d'essai, permettent un placement précis des maquettes dans le plan horizontal. Les assemblages sont suspendus à l'aide de vis au haut de la section d'essai, à travers la PSC (Plaque Supérieure de Coeur) et sont surélevés par rapport au bas de la section (la PIC, pour Plaque Inférieure de Coeur), permettant un léger glissement vertical au bas de la section d'essai sur les pions de centrage. Le schéma d'une des maquettes d'assemblages combustibles est donné sur la Figure II.1.

Le dimensionnement des maquettes d'assemblages a été réalisé à l'aide des logiciels ABAQUS et CATIA, de façon à respecter deux contraintes principales nécessaires à la faisabilité des essais :

- Le premier élément déterminant est la souplesse des assemblages. Le couplage hydraulique que l'on veut observer crée des forces induites relativement faibles (quelques dizaines de Newtons sont attendues par assemblage, à partir des résultats obtenus précédemment avec la section d'essai COUPLAGE) et des assemblages d'une grande souplesse sont donc nécessaires afin de pouvoir mesurer avec une bonne précision leurs déplacements. De plus, une faible raideur permet de limiter la force imposée au niveau du vérin, et ainsi réduire les risques de dégâts sur la grille excitée.

- Le deuxième élément déterminant est la valeur des fréquences de résonance des maquettes. En effet, la force imposée au niveau du vérin est proportionnelle au carré de la fréquence d'excitation. On cherche donc à abaisser au maximum les fréquences de résonance des assemblages.

En approximant grossièrement le comportement de l'assemblage en tant qu'oscillateur harmonique classique, on sait qu'une diminution de sa raideur (ou augmentation de sa masse) provoque une baisse des fréquences de résonance. Des simulations ont été réalisées à l'aide du logiciel ABAQUS afin de faire varier les paramètres de design des assemblages (diamètre des crayons, des tubes guides, densité des crayons), et choisir le meilleur compromis entre performances et coûts/possibilités de fabrication. Les résultats de ces simulations vont être détaillés dans la partie suivante.

### II.2.2.b Etablissement d'un modèle simulant une maquette sous ABAQUS

Le logiciel ABAQUS permet de réaliser des calculs numériques par éléments finis à partir d'une structure dessinée en 3D, ou d'un modèle à base d'éléments simples tels que des poutres et des plaques, auxquels on associe des caractéristiques physiques. Il est possible d'effectuer des calculs statiques, quasi-statiques, dynamiques ou encore d'analyse modale linéaire. Le logiciel étant extrêmement complet, il serait trop long d'énumérer toutes ses capacités et la présentation succincte précédente ne mentionne que les fonctionnalités utilisées dans le cadre de cette thèse.

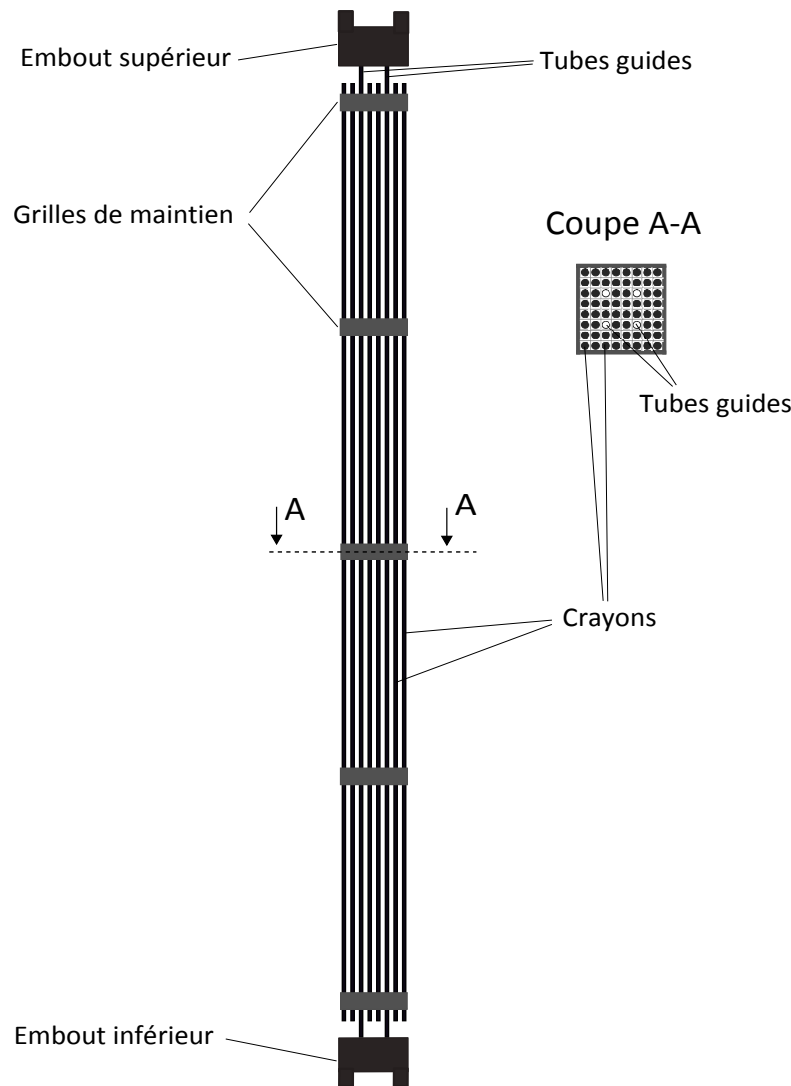


FIGURE II.1 – Schéma d'une maquette d'assemblage d'ICARE EXPERIMENTAL

Les simulations sous ABAQUS n'étant qu'une petite partie de la thèse, et principalement destinées au dimensionnement des maquettes, il est décidé d'utiliser pour la modélisation une structure à base de poutres et de plaques simples, plus rapide à mettre en place qu'une simulation complète avec dessin en 3D et maillage intégral de l'assemblage. Les tubes guides et les crayons sont alors représentés par des poutres auxquelles on assigne un profil cylindrique, respectivement creux et plein, et les grilles sont représentées par des plaques. Les relations liant les crayons ou tubes guides aux grilles sont alors imposées au niveau des noeuds qu'ils ont en commun, en utilisant des connecteurs. Ces connecteurs permettent d'établir des relations entre les degrés de liberté des noeuds de chaque élément. Ainsi, l'encastrement entre les tubes guides et les grilles est représenté par un blocage des 6 degrés de liberté à leur noeud commun à l'aide de connecteurs "beam".

La liaison entre les crayons et les grilles est bien plus complexe et le connecteur utilisé pour lier les noeuds des grilles à ceux des crayons est appelé "translator". Il permet de lier tous les degrés de liberté entre deux noeuds sauf un. Le degré de liberté laissé libre permet alors une translation dans sa direction. L'utilisation de ce connecteur permet d'obtenir un déplacement des crayons uniquement dans la direction perpendiculaire aux grilles.

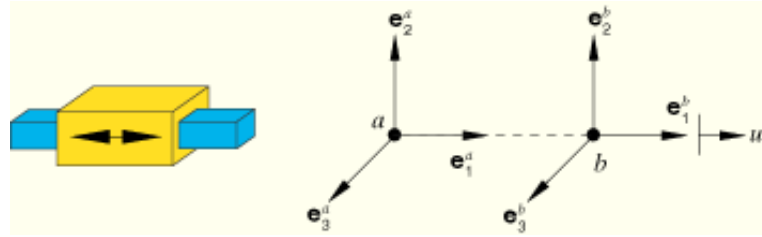


FIGURE II.2 – Schéma de fonctionnement du connecteur "translator"

De plus, il est possible d'ajouter au sein de chaque connecteur des lois de comportement liant des degrés de liberté laissés libres. Il est par exemple possible d'ajouter une relation d'élasticité, de plasticité, de dissipation, etc... Dans le cas présent, une loi de Coulomb avec un coefficient de frottement  $\mu_f$  a été ajoutée. De nombreuses options sont disponibles pour affiner cette loi, dont l'ajout d'une force constante normale à l'axe de déplacement des noeuds,  $F_c$ . Celle-ci permet donc dans notre cas de représenter la force de serrage appliquée par les ressorts sur les crayons, agissant bien perpendiculairement à leur axe comme représenté sur la Figure II.3.

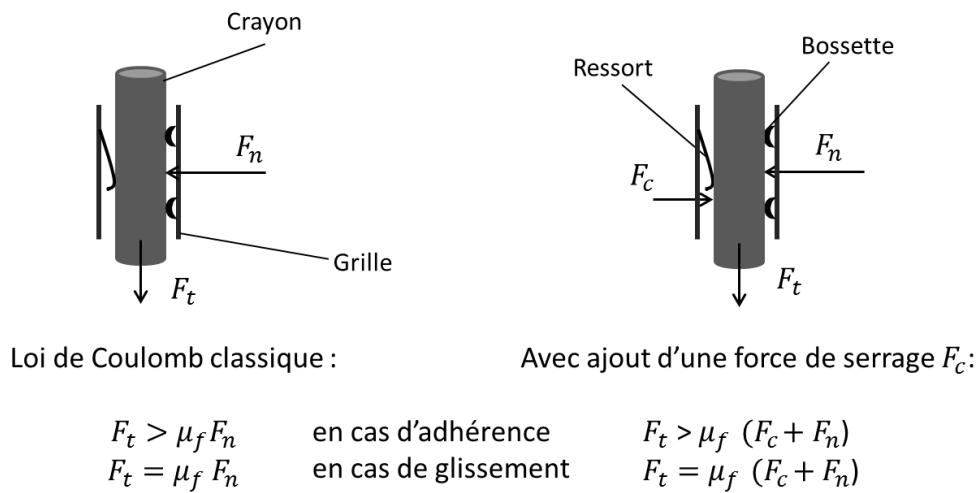


FIGURE II.3 – Loi de Coulomb introduite dans la liaison grille-crayon, avec l'ajout d'une force de serrage

Au niveau du maillage, les tubes guides et les crayons sont maillés avec quatre cellules pour chaque tronçon entre deux grilles, et ces dernières sont maillées finement avec quatre cellules couvrant l'espace situé entre quatre crayons. Ce maillage représente un bon compromis entre un faible nombre de degrés de liberté du modèle et une bonne souplesse de la structure. Au niveau du solveur, la méthode de résolution numérique de Newton-Rawson est utilisée, qui est la méthode par défaut d'ABAQUS.

Afin de tester l'implémentation de la loi de frottement, des premières simulations ont été conduites avec une plaque et un crayon seuls, détaillées dans la partie suivante.



### II.2.2.c Tests avec un crayon et une plaque seuls

Deux tests avec crayon et plaque seuls ont été effectués pour tester le bon fonctionnement de la liaison grille-crayon. Pour ces tests, une plaque est encastrée sur ses quatre bords et un crayon est placé en son centre. Une force de traction est appliquée à l'extrémité du crayon. On applique au niveau de la liaison une force de serrage  $F_c=40\text{ N}$  et un coefficient de frottement  $\mu_f=0,25$ . Ces conditions sont représentées sur la Figure II.4.

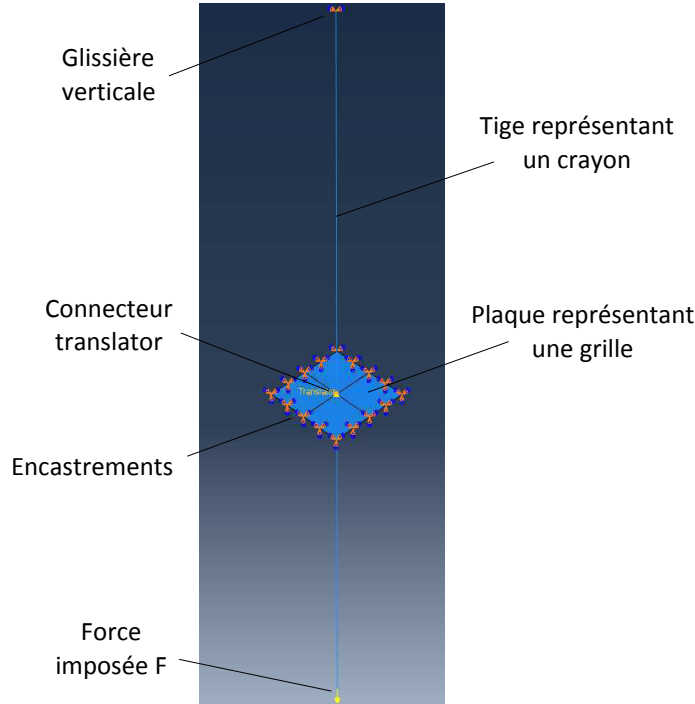


FIGURE II.4 – Conditions des tests avec crayon et une plaque seuls

Des tests statiques sont effectués en faisant varier la force de traction au bout du crayon. Avec une force de traction  $F_t \leq 10\text{ N}$ , le crayon reste encastré dans la plaque et a un déplacement nul par rapport à celle-ci. Seule la plaque se déforme légèrement. A l'inverse, pour des forces de traction  $F_t > 10\text{ N}$ , le crayon glisse et quitte la plaque. On a donc bien un glissement du crayon qui apparaît pour des valeurs de la force de traction  $F_t > \mu_f F_c$ , comme attendu avec la loi de Coulomb.

Un test dynamique a ensuite été effectué afin de vérifier l'apparition de dissipation par frottement. Dans cet essai, on applique une force de traction constante de  $20\text{ N}$ , dans les mêmes conditions que la Figure II.4 précédente. On observe dans un premier temps une légère déformation de la grille, où le crayon reste solidaire de cette dernière, puis un glissement du crayon avec frottement à partir de  $50\text{ s}$  environ. Au-delà de ce temps, lors de la phase de glissement, on peut observer sur la Figure II.5 la présence de dissipation. L'évolution de l'énergie dissipée devient linéaire une fois le régime transitoire passé, ce qui est normal puisque la force imposée est constante.

L'effet du connecteur "translator", avec l'ajout de la relation de frottement, permet donc de reproduire la liaison grille-crayon réelle. En effet, le mouvement du crayon est uniquement possible dans la direction perpendiculaire à la grille et la loi de Coulomb permet de reproduire la relation de contact. L'ajout d'une force de serrage permet en plus de reproduire la compression

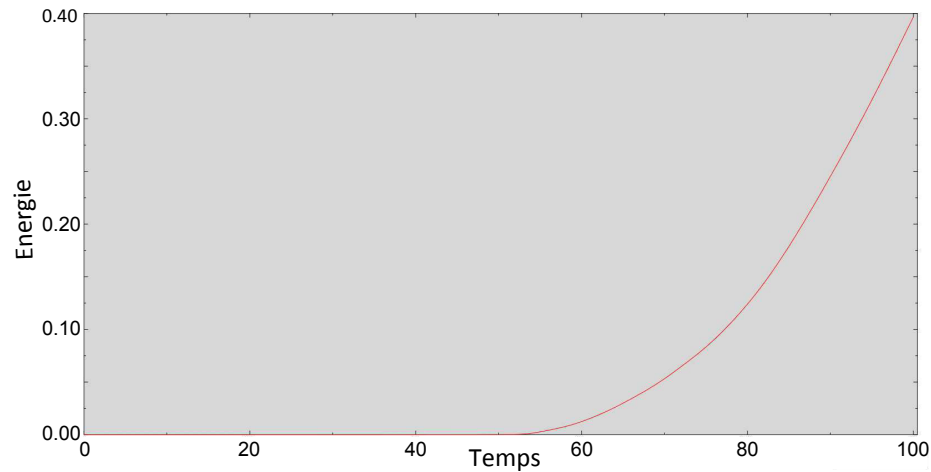


FIGURE II.5 – Energie dissipée par le frottement

du crayon entre ressort et bossettes. Les calculs effectués en dynamique ont permis, pour finir, d'observer la présence de dissipation due au frottement.

#### II.2.2.d Tests avec un assemblage complet en statique

Un assemblage complet sera par la suite utilisé pour les simulations, avec 5 grilles, 4 tubes guides et 60 crayons. Les calculs effectués en statique ont pour principal objectif de déterminer la raideur de l'assemblage en fonction des paramètres de dimensionnement choisis. Pour ces tests, une force est appliquée perpendiculairement à l'assemblage, en son centre. Le haut de l'assemblage est encastré et le bas peut se déplacer verticalement, comme dans le cas des essais ICARE EXPERIMENTAL. Les constantes matériaux sont celles de l'inox 304L, et le coefficient de frottement appliqué est  $\mu_F=0,25$ , adéquat pour de l'acier immergé. Un assemblage ainsi modélisé est montré en Figure II.6 (gauche), contenant seulement 2 crayons pour plus de clareté. Le résultat obtenu par un test statique avec une force de serrage  $F_c=0$  est donné en Figure II.6 (droite), pour une force  $F=100\text{ N}$ . On peut alors faire varier les paramètres de dimensionnement de l'assemblage tels que le diamètre des crayons, des tubes guides ou encore la force de serrage au niveau des ressorts et comparer la souplesse de l'assemblage obtenue dans les différents cas.

Les tubes guides des assemblages réels ont des diamètres extérieur et intérieur respectivement de 12 et 10 mm. Les calculs statiques ont révélé une raideur un peu élevée avec ces valeurs (environ 3 mm de déplacement pour 100 N imposés). Or avec des diamètres de 9 mm pour l'extérieur et 8 mm à l'intérieur, on obtient 4,6 mm de déplacement pour une force de 100 N (correspondant au résultat en Figure II.6). Ce changement de design ne nuit que très peu à la représentativité des maquettes et apporte un fort gain de souplesse et sera donc adopté pour le design final des maquettes.

L'autre résultat important obtenu en statique vient de calculs effectués en non-linéaire géométrique. L'impact du non-linéaire géométrique est nul pour les calculs effectués avec l'assemblage au repos. Cependant, en ajoutant une force de compression sur l'assemblage (force vers le haut imposée au pied des tubes guides), on voit une augmentation du déplacement de l'assemblage, pour une même force imposée en son centre. Ce comportement est bien représentatif de la réalité, puisque la compression d'une poutre augmente sa souplesse en flexion. Il est

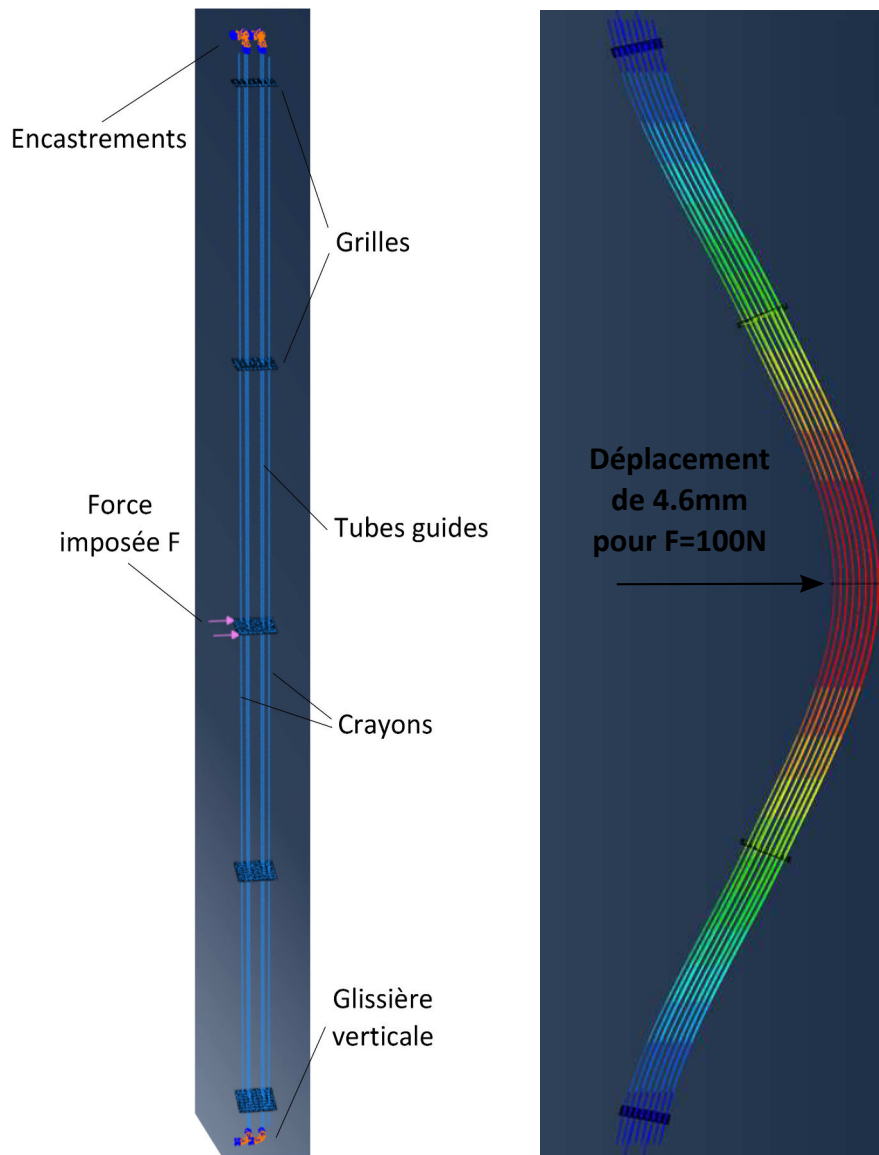


FIGURE II.6 – Modèle utilisé pour les tests en statique, avec deux crayons représentés seulement (gauche) et résultat obtenu pour une force imposée de 100 N (droite)

à noter qu'en réalisant ce calcul (avec compression de l'assemblage) en linéaire, aucune augmentation de déplacement n'est observable. Réaliser des calculs en non-linéaire géométrique est donc possible, et indispensable dans des cas où l'assemblage est comprimé, mais inutile lorsque l'assemblage est relâché. Il est aussi important de retenir qu'en cas de raideur trop importante des assemblages, les comprimer peut être une solution pour les assouplir, dont l'impact est calculable sous ABAQUS.

Cependant, les calculs en statique ont posé plusieurs problèmes de convergence :

- Lorsque le connecteur "translator" est utilisé au niveau de toutes les grilles, la position verticale des crayons est indéterminée, empêchant tout calcul. Il est donc nécessaire de fixer les crayons en un point. Ils l'ont été au niveau de la grille centrale de l'assemblage, à l'aide de connecteurs "beam" (à la place de ceux "translator"), qui appliquent un encastrement entre les noeuds des crayons et des grilles.

- La force de serrage  $F_c$  ajoutée dans le connecteur s'est révélée être un paramètre problématique, puisque la faisabilité des calculs en dépendait. Seules une force de serrage nulle ou très élevée (équivalente à un encastrement à chaque liaison) ont permis d'effectuer les calculs. Il n'a donc pas été possible de jouer sur ce paramètre. La non-convergence des calculs dans le cas de valeurs intermédiaires de  $F_c$  semble provenir de contraintes inconsistantes entre la force  $F_c$  et les forces exercées par la grille sur le crayon à cause de leurs déplacements relatifs. Le résultat donné en Figure II.6 est celui obtenu pour une force  $F_c$  nulle, soit un glissement des crayons maximal. La loi de Coulomb, appliquée sans encombre pour une grille et un crayon seuls, n'a donc pas pu être appliquée pour une maquette complète. Seuls deux cas ont pu être étudiés, avec un glissement complet ou des encastremets au niveau de chaque liaison grille-crayon.

- Afin de pouvoir effectuer les calculs en non-linéaire géométrique, les extrémités de chaque crayon ont dû être mises en traction dans une première étape précédant le calcul principal. La raison de ce prérequis reste assez floue, mais imposer une condition d'effort supplémentaire sur les crayons au début du calcul semble permettre sa convergence.

### II.2.2.e Calculs d'analyse modale linéaire

Comme mentionné précédemment, les diamètres des tubes guides ont été modifiés suite aux calculs statiques afin d'augmenter la souplesse de l'assemblage. Afin d'étudier l'évolution des fréquences propres des assemblages en fonction de leurs paramètres de conception, des calculs d'analyse modale linéaire ont aussi été conduits. Les fréquences propres peuvent être baissées en augmentant la masse des maquettes, par exemple en utilisant des crayons creux contenant des pastilles de plomb ou de carbure de tungstène.

Le module d'analyse modale d'ABAQUS étant limité à des liaisons comportant des lois linéaires, tous les connecteurs "translator" sont remplacés automatiquement par des encastremets (connecteurs "beam"). Il faut noter que les connecteurs "beam", réalisant un encastrement, sont équivalents aux connecteurs "translator" en imposant une force de serrage  $F_c$  très grande. Les modes normaux obtenus par ce module ne seront donc pas ceux réels, puisqu'aucun glissement n'est possible, mais ils permettent toutefois de mener des analyses qualitatives quand à l'évolution des fréquences propres en fonction des paramètres de dimensionnement des maquettes. Avec le design initial des assemblages (crayons pleins en acier inox), on obtient les deux premiers modes de vibration aux fréquences  $F_1=10,6 \text{ Hz}$  et  $F_2=22,2 \text{ Hz}$ . Cependant, après comparaison avec des résultats obtenus lors des campagnes expérimentales précédentes, des fréquences propres plus basses seraient attendues. Le remplacement de toutes les liaisons grilles-crayon par des encastremets augmente la raideur de l'assemblage et donc ses fréquences propres. Afin d'obtenir des fréquences propres plus proches de celles réelles, il est nécessaire de corriger la raideur des assemblages.

Le module d'analyse modale ne prend donc en compte que des encastremets pour les liaisons grilles-crayons. Si on considère, en approximation grossière, que la fréquence de résonance d'un assemblage est de l'ordre de  $f_{res} = \sqrt{\frac{k}{m}}$ , on peut baisser ses fréquences de résonance en diminuant sa raideur. On va donc chercher à baisser la raideur de l'assemblage contenant uniquement des encastremets, pour qu'il obtienne les fréquences de résonance d'un assemblage contenant du glissement.

Afin d'obtenir des fréquences de résonance représentatives d'un assemblage contenant du glissement, un assemblage contenant seulement des encastremets va être créé (connecteurs "beam", ou "translator" avec  $F_c$  grand), ayant la même raideur qu'un assemblage avec du glis-

sement (connecteurs "translator" avec  $F_c$  faible). Cela devra être fait en gardant une masse constante. Pour cela, on commence par effectuer un calcul statique avec un assemblage contenant du glissement, afin d'obtenir sa raideur (exemple en Figure II.6, avec 4,6 mm de déplacement pour 100 N). On augmente ensuite la valeur de  $F_c$  fortement de façon à obtenir des encastrements. On rend alors les crayons creux et on fait varier leur diamètre intérieur, de façon à obtenir la même raideur pour cet assemblage contenant seulement des encastrements, que pour l'assemblage avec glissement. Il reste alors à changer la densité des crayons de façon à garder la même masse que dans le cas avec glissement, où ils étaient pleins. Cette correction, bien qu'approximative, permet d'obtenir un assemblage ne contenant que des encastrements ayant un comportement plus proche de l'assemblage comportant des glissements.

En menant une analyse modale sur ces assemblages dont la raideur est corrigée (crayons creux dont la densité a été changée), on obtient la première fréquence propre  $F_1=5,6 \text{ Hz}$  ( $F_2=11,8 \text{ Hz}$ ). En changeant la densité du matériau des crayons, afin de se placer dans le cas où on aurait des pastilles de plomb ou de carbure de tungstène (CTg), on obtient les fréquences de résonance suivantes :

TABLE II.1 – Fréquences obtenues pour le premier mode de vibration

matériau	$F_c$ élevée	$F_c$ faible
acier seul	10,6 Hz	5,6 Hz
acier et plomb	9,1 Hz	4,9 Hz
acier et CTg	7,5 Hz	4 Hz
acier seul, mode 2	22,2 Hz	11,8 Hz

L'utilisation de pastilles de plomb ou de carbure de tungstène introduisant une différence de coût et de complexité de fabrication très importante, la baisse des fréquences propres n'a pas été jugée suffisante. Les crayons ont donc été réalisés pleins, en acier inoxydable.

Il faut noter que les deux cas utilisés pour l'analyse modale linéaire (encastrements ou glissement maximal) sont extrêmes, le premier correspondant à un serrage infini des crayons par les ressorts et le second à un serrage nul. Le cas réel se situe, lui, entre ces deux cas limites.

### II.2.2.f Conclusion des simulations réalisées sous ABAQUS

La modélisation choisie, basée sur des poutres et plaques simples, a permis la conduite de calculs en statique et d'analyse modale linéaire pour une maquette d'assemblage combustible complète. Ces simulations ont permis une conception affinée des maquettes, mais restent limitées, puisque la force de serrage des crayons ne peut pas être choisie finement. De plus, l'analyse modale est elle aussi limitée puisque seules des liaisons comportant des lois linéaires sont utilisables. Des tests quasi-statiques et dynamiques ont aussi été conduits avec ce modèle, qui ont révélé de lourds problèmes de convergence (en particulier pour ceux en dynamique). Ces tests ne seront donc pas détaillés ici, n'ayant pas pu aider à la conception des maquettes.

La modélisation réalisée sous ABAQUS est donc un outil prometteur pour la simulation du comportement d'un assemblage combustible, mais reste encore très limitée. Les connecteurs utilisés ici, qui permettent l'ajout d'une loi de comportement non-linéaire, sont une fonctionnalité récente du logiciel, dont le développement est en cours. Il serait donc intéressant de pousser

ces études en approfondissant la compréhension du fonctionnement de ce modèle et en suivant les évolutions futures de cette partie du logiciel.

### II.2.2.g Conception des grilles et des embouts

Le design général des maquettes d'assemblages combustibles a été réalisé à l'aide des simulations sous ABAQUS décrites précédemment, et seuls les grilles et les embouts restent à être dimensionnés. Les grilles sont formées de 16 plaques imbriquées les unes dans les autres, formant les cellules contenant les crayons et tubes guides. Il faut préciser que sur les 20 grilles utilisées (5 par maquette), 2 doivent pouvoir être attachées au vérin et ont un design particulier. Ces deux "grilles pour vérin" sont présentes sur une même maquette, au niveau de sa grille centrale et de celle au-dessus. Des vues du dessus d'une grille pour vérin et d'une grille commune sont données en Figure II.7.

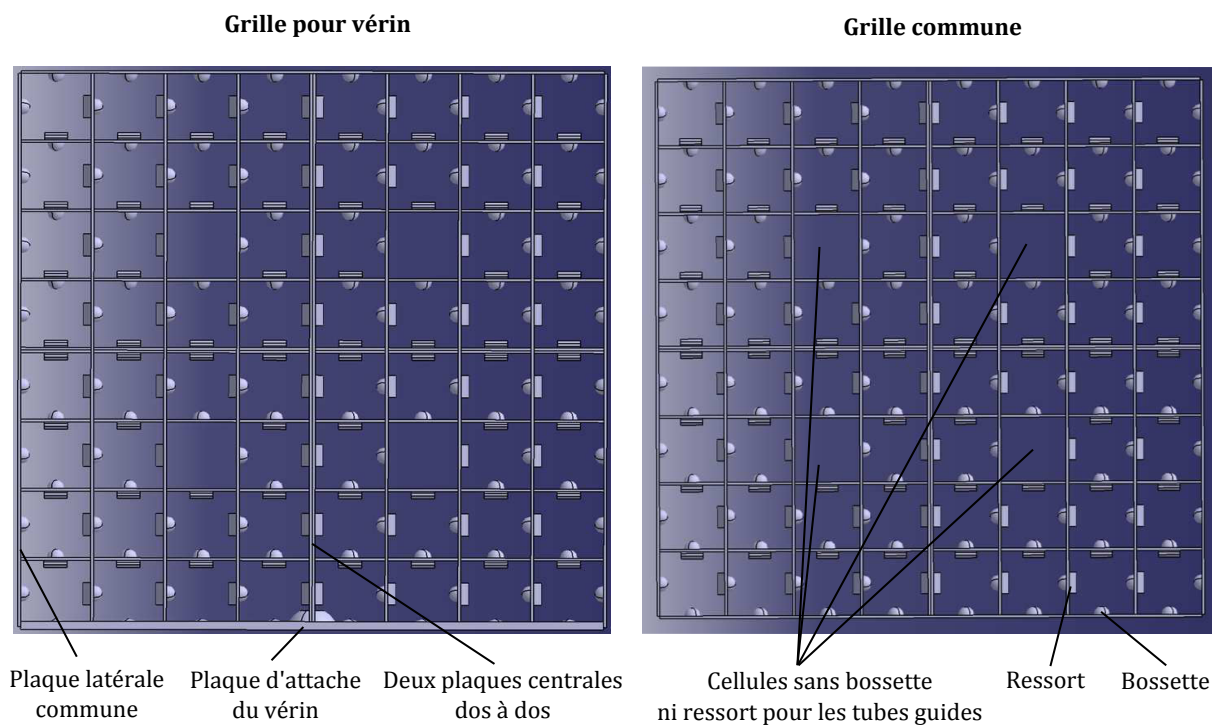


FIGURE II.7 – Vues du dessus d'une grille pour vérin (gauche) et d'une grille commune (droite).

L'épaisseur des plaques a été choisie de  $0,5\text{ mm}$ , comme pour les grilles réelles. Seules deux plaques, pouvant être liées au vérin, ont vu leur épaisseur augmentée à  $1,5\text{ mm}$  (le millimètre supplémentaire étant vers l'intérieur de la grille) afin de pouvoir y placer un taraudage pour fixer la tige liée au vérin. Cette surépaisseur permet de résister à l'effort créé lors de l'excitation par le vérin (quelques centaines de Newtons). Les schémas d'une plaque classique et d'une plaque pour vérin sont donnés en Figures II.8 et II.9.

Au centre de chaque grille, deux plaques centrales sont dos à dos, permettant d'obtenir des ressorts des deux côtés (voir Figure II.7). Afin de s'adapter au taraudage présent dans les plaques pour vérin, des plaques centrales particulières ont dû être fabriquées pour les grilles pour vérin, dont une vue isométrique est donnée en Figure II.10.

Dans chaque grille, les quatre cellules contenant les tubes guides ne doivent contenir ni

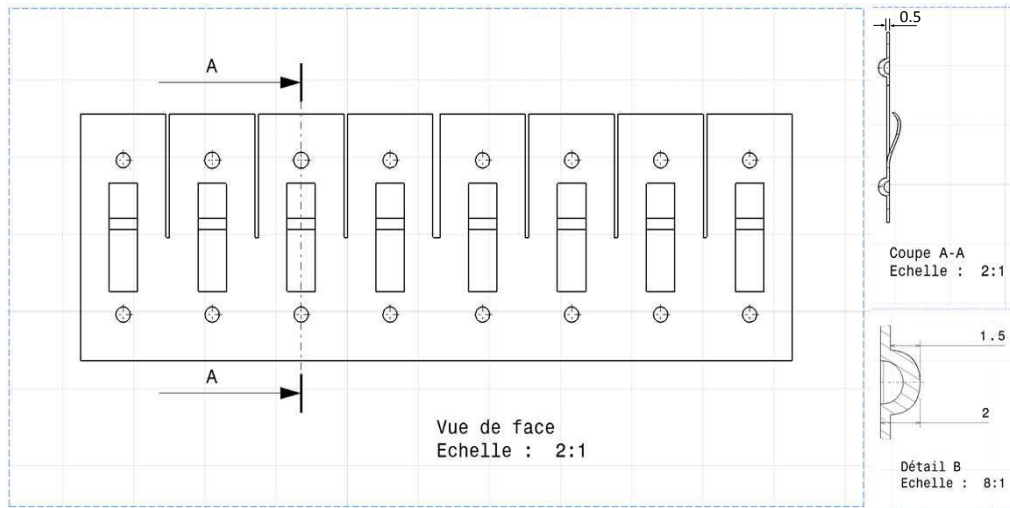


FIGURE II.8 – Schéma d'une plaque classique bordant huit crayons

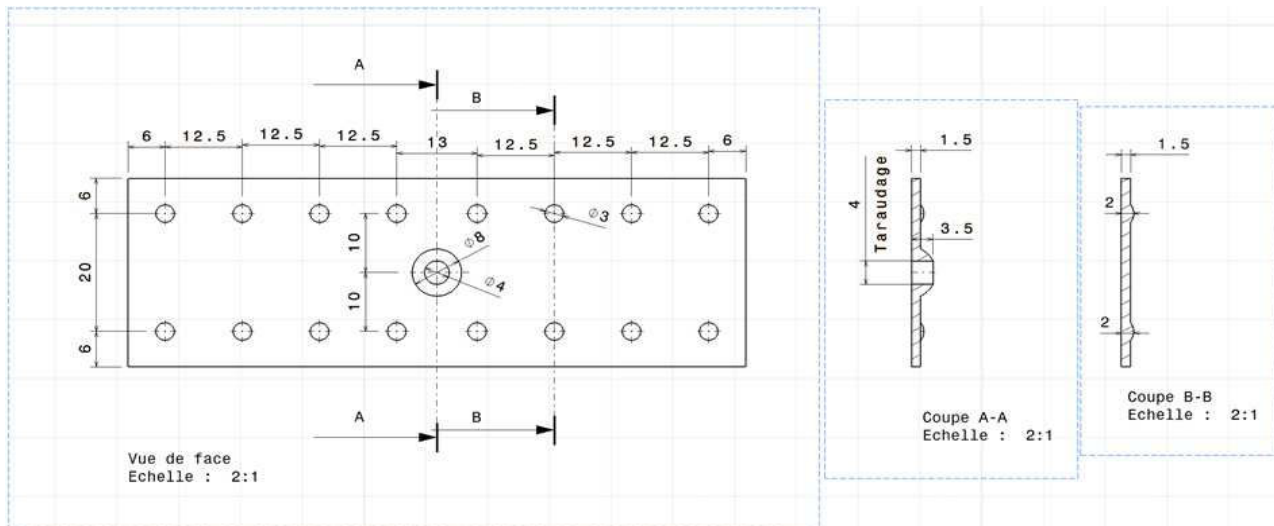


FIGURE II.9 – Schéma d'une plaque pouvant être liée au vérin

bosses ni ressort, puisque les tubes guides sont directement soudés aux grilles. Les plaques ont donc des formes différentes, en fonction de leur positionnement dans la grille.

Les crayons sont maintenus dans les grilles à l'aide de ressorts et de bossesses, comme dans le cas d'assemblages réels. La forme des ressorts est cependant ici fortement simplifiée pour faciliter la fabrication des grilles. Deux phénomènes qui s'opposent contraignent le dimensionnement des ressorts :

- La force de serrage doit être suffisamment élevée pour supporter le poids des crayons et permettre leur maintien dans les grilles. Il est important de noter que la mise en vibration des assemblages facilite la chute des crayons et la prise de marges lors du dimensionnement est donc nécessaire.

- La force de serrage doit rester relativement faible, afin de laisser possible le glissement des crayons entre ressort et bossesses, en plus de réduire ainsi la raideur des assemblages.

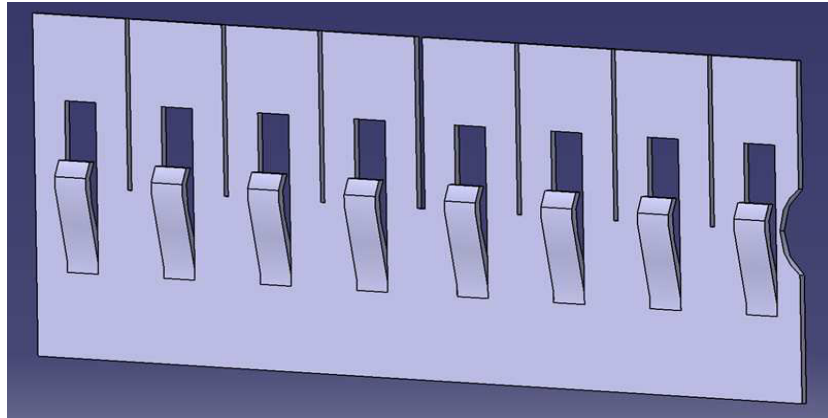


FIGURE II.10 – Vue isométrique d'une des deux plaques centrales pour vérin

Afin de déterminer la force de serrage nécessaire au maintien du crayon, on utilise une loi de Coulomb classique  $F_t \leq \mu_f F_n$  pour les cas d'adhérence (voir Figure II.3). On prend ici un coefficient de frottement  $\mu_f = 0,25$ , adéquat pour de l'acier en présence d'eau. Un crayon pèse  $1,3 \text{ kg}$  environ (en acier inoxydable, avec un diamètre de  $9 \text{ mm}$  et une longueur de  $2,512 \text{ m}$ ), ce qui représente un poids de  $12,8 \text{ N}$  qu'il faut compenser avec une force de serrage totale  $F_n = 51 \text{ N}$ . Il faut ensuite considérer la présence de cinq grilles par assemblage, avec deux ressorts par grille. Ainsi, la force à appliquer au niveau de chaque ressort est de  $5,1 \text{ N}$  pour maintenir un crayon contre son propre poids.

Le logiciel CATIA a été utilisé pour choisir les dimensions des ressorts nécessaires à l'application de cette force. Les ressorts ont été conçus de façon à apporter une force serrant le crayon de  $30 \text{ N}$  lors d'une compression de  $0,5 \text{ mm}$ . La compression des ressorts de  $0,5 \text{ mm}$  est assurée par un design précis des grilles, avec une largeur des cellules de  $12 \text{ mm}$ , une épaisseur des bossettes de  $1,5 \text{ mm}$  et un écart entre le sommet du ressort et la grille de  $2 \text{ mm}$  au repos. Cette valeur de  $30 \text{ N}$  a été estimée assez élevée pour empêcher la chute des crayons lorsque l'assemblage est mis en vibration et assez faible pour permettre le glissement des crayons dans les grilles.

Les embouts inférieur et supérieur ont été dimensionnés de façon à pouvoir s'emboîter dans les pions de centrage présents sur la PIC et la PSC de la section d'essai. Les embouts supérieurs contiennent aussi quatre taraudages chacun, permettant de les visser à travers la PSC pour suspendre les maquettes. Chaque embout contient aussi quatre perçages permettant d'y insérer les tubes guides. Des vues isométriques des embouts sont données en Figure II.11 (b) et (c). Les tubes guides comportent à leur extrémité une tige filetée, venant dépasser à l'intérieur l'embout après leur insertion, et permettant la fixation des embouts aux tubes guides à l'aide d'écrous (le montage d'un squelette complet est donné en Figure II.11 (a)).

Les dessins des crayons, tubes guides, grilles et embouts ont été réalisés sous CATIA afin d'établir les plans du cahier des charges (Clement, 2012 -b), fourni aux prestataires contactés lors de l'appel d'offre.

Le montage des grilles et du squelette a représenté un challenge pour obtenir des alignements précis. Les soudures, en particulier, ont posé des difficultés à cause de la faible épaisseur des grilles et des déformations qu'une soudure peut apporter. Les grilles ont été assemblées en soudant les plaques entre elles par soudure laser, tandis que les tubes guides ont été soudés



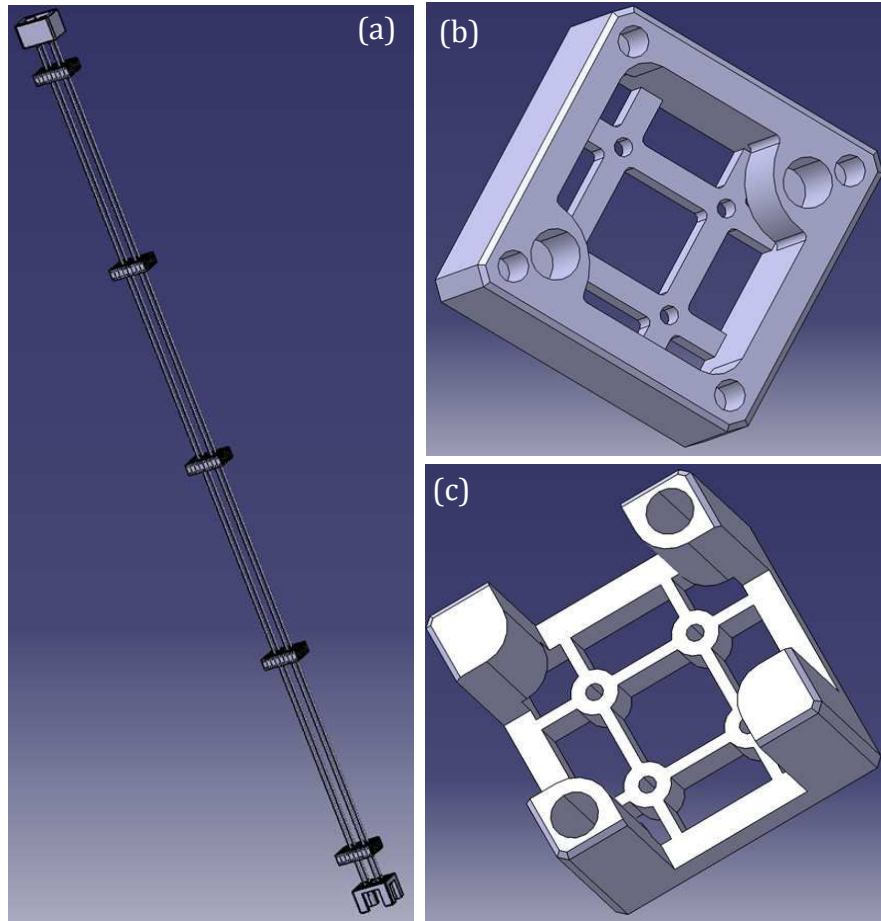


FIGURE II.11 – Structures obtenues sous CATIA pour le squelette de la maquette (a), un embout supérieur (b) et un embout inférieur (c).

dans les grilles par soudage à l'arc (TIG). La société DEP Industrie, basée à St Victor de Cessieu (38), a réalisé les pièces et le montage des quatre squelettes. Les crayons ont ensuite été insérés dans les squelettes au LHC.

Lors de la livraison des maquettes au LHC au début de l'année 2014, les ressorts réalisés ont révélé une plastification importante lors de l'insertion des crayons dans les grilles, ce qui n'avait pas été prévu à la conception. Cela a provoqué une chute des crayons très aisée au moment du montage. En effet, si les ressorts étaient comprimés de plus de  $0,5\text{ mm}$  (ce qui peut arriver lors de leur insertion dans les grilles ou de la vibration des maquettes), ils ne revenaient plus dans leur position initiale et ne pouvaient plus comprimer suffisamment le crayon pour le maintenir contre son propre poids. Pour pallier à ce problème, de fines plaquettes en inox 301 (qui a une limite élastique plus élevée que l'inox 304L) ont été soudées sur les grilles, placées sous les ressorts, afin d'empêcher leur plastification. Ces plaquettes ont fortement augmenté la force de serrage appliquée par les ressorts, permettant d'éviter la chute des crayons.

### II.2.3 Le dispositif d'excitation

L'excitation est effectuée à l'aide d'un vérin hydraulique lié à une grille d'une des maquettes d'assemblages combustibles. Les trois autres maquettes sont laissées libres, en dehors de leur fixation sur la PIC et la PSC. Le vérin peut être positionné sur la grille 3 ou la grille 4 de la maquette excitée, afin d'exciter différents modes de l'assemblage. En effet, la grille 3 se situant sur un noeud du second mode propre, une excitation sur cette grille ne permettrait pas son observation. La configuration de référence sera donc celle d'une excitation en grille 4. Le vérin, bien plus petit que celui utilisé pour les essais DEDALE, est fixé directement sur la section d'essai à l'aide d'une équerre de support, comme montré en Figure II.12.

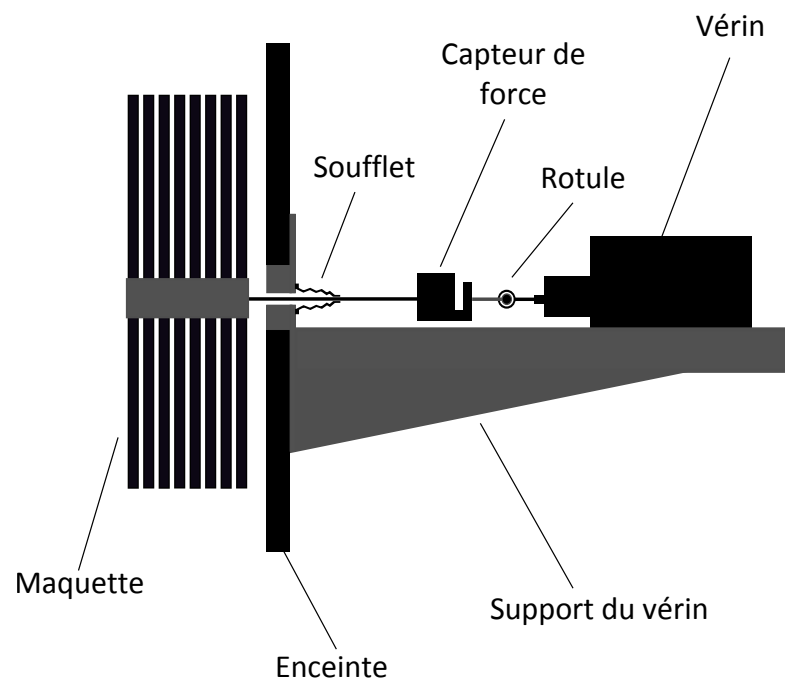


FIGURE II.12 – Schéma du dispositif d'excitation d'ICARE EXPERIMENTAL

Le vérin utilisé est de la série Minipuls Actuator PLF, de la société INSTRON. Il a une course nominale de  $\pm 20 \text{ mm}$ , peut atteindre des fréquences allant jusqu'à  $1000 \text{ Hz}$ , et permet d'appliquer une force dans la gamme  $\pm 7000 \text{ N}$  en fonctionnant sous  $280 \text{ bar}$ . Le groupe hydraulique utilisé ici pour mettre l'huile sous pression ne permet que de monter à  $210 \text{ bar}$ , limitant la force dans la gamme  $\pm 5200 \text{ N}$ . Cette force est cependant largement suffisante pour l'excitation d'une maquette puisque la force maximale envisagée est de  $500 \text{ N}$ . Le vérin est équipé d'un capteur de déplacement interne (capteur LVDT) et un capteur de force est ajouté entre le vérin et la section d'essai, positionné après une rotule. Contrairement aux essais DEDALE, il est cette fois placé en dehors du soufflet d'étanchéité. En effet, l'étanchéité est ici assurée par un soufflet de très petite dimension (référence F 2104 NBR chez Interact France), qui permet d'obtenir un volume d'eau déplacé dans le soufflet de seulement  $8 \text{ ml}$  environ. La force nécessaire au déplacement de ce volume d'eau est alors seulement de  $2,3 \text{ N}$ , pour une amplitude de déplacement de  $15 \text{ mm}$  et une fréquence de  $22 \text{ Hz}$ . Cette valeur est très faible comparée aux forces qui seront exercées au niveau du vérin (variant de  $50$  à  $500 \text{ N}$ ) et ne parasitera donc pas la mesure. On suppose aussi que le frottement dans le soufflet est négligeable.

L'excitation utilisée est un sinus balayé linéaire, avec force ou déplacement imposé. Une excitation à force imposée permet une analyse des résultats plus aisée avec la méthode de POD sur fenêtres glissantes, présentée en Chapitre 3. En effet, dans ce cas les résonances sont marquées par des pics de déplacement et non des minima de la force, comme c'est le cas en déplacement imposé. En suivant un balayage en fréquence linéaire, la grandeur imposée a pour évolution temporelle :

$$a(t) = A \sin \left( \frac{\pi(f_{\max} - f_{\min})}{T_s} t^2 + 2\pi f_{\min} t + \varphi_0 \right) \quad (\text{II.1})$$

où  $A$  est l'amplitude de la force ou du déplacement, choisie constante.  $T_s$  est le temps pour monter de la fréquence minimale  $f_{\min}$  à celle maximale  $f_{\max}$  et  $\varphi_0$  la phase à l'origine.

Lors de l'utilisation d'un sinus balayé, la vitesse de balayage a une importance capitale. En effet, afin de déterminer les fréquences de résonance et l'amplitude atteinte à la résonance réelle, il est nécessaire d'avoir un système se comportant comme s'il était excité harmoniquement à chacune des fréquences parcourues. Pour cela, le balayage doit être suffisamment lent pour éviter les phénomènes transitoires. Les phénomènes créés par une montée en fréquence trop rapide sont une diminution de l'amplitude à la résonance, ainsi qu'une augmentation de la fréquence de résonance estimée comparée à celle réelle. Ces phénomènes sont expliqués en détail dans Gloth et Sinapius (2004) et Markert et Seidler (2001).

La norme internationale ISO-7626, établie pour la première fois en 1986 (consultable dans ISO (1986)), définit les conditions à remplir pour la détermination de la fonction de transfert (en réceptance ou mobilité) d'une structure soumise à une excitation externe. Pour des fréquences comprises dans un interval de  $\pm 10\%$  autour de la fréquence de résonance, l'amplitude estimée ne doit pas être éloignée de plus de  $5\%$  de celle réelle. Cela permet de définir une vitesse maximum de balayage :

$$v_b = \frac{54f_r^2}{Q^2} \text{ avec } Q = 1/(2\xi), \quad (\text{II.2})$$

où  $v_b$  est la vitesse de balayage, en  $Hz/min$ ,  $f_r$  est la fréquence de résonance traversée, en  $Hz$ , et  $\xi$  est l'amortissement réduit de la structure étudiée. Cette loi est communément utilisée dans l'industrie, en particulier dans les domaines de l'aérospatial et de l'aéronautique pour lesquels les sinus balayés sont très souvent utilisés.

Cette loi est en réalité un critère permettant de s'assurer que les transitoires du système sont trop rapides pour être visibles. Elle est basée sur le temps de décroissance d'une résonance d'un système linéaire amorti. Elle est remise en cause dans Gloth et Sinapius (2004), car elle mène à des vitesses de balayage très faibles pour des structures faiblement amorties ( $0,3-3\%$ ) avec des fréquences de résonance basses (autour de  $1 Hz$ ). Dans notre cas, cette loi sera tout de même utilisée comme référence, puisque l'amortissement attendu est supérieur à  $5\%$  et les fréquences de résonance supérieures à  $4 Hz$ .

Des tests seront tout de même conduits à différentes vitesses de balayage afin de vérifier que les transitoires sont bien évités et que les fréquences de résonance obtenues ne varient pas pour des vitesses de balayage proches de celle choisie.

Afin d'imposer un déplacement ou une force suivant une consigne choisie, un régulateur PID est utilisé. Le réglage du PID a été effectué pour des régulations en déplacement et en

force, pour une pression de l'huile de 210 *bar*. Il faut noter qu'un changement de la pression de l'huile introduit un changement de la réactivité de la servovalve pilotant le vérin, nécessitant un réglage du PID différent.

Le réglage du PID est effectué en imposant en consigne un signal carré de fréquence 0,7 *Hz*, à une amplitude jugée représentative, et en modifiant ses paramètres de façon à obtenir une valeur régulée suivant au mieux cette consigne. Le réglage se fait par itérations successives, en commençant avec un gain (coefficient P pour Proportionnel) très faible, un terme intégral (coefficient I) au minimum mais non nul, et un terme dérivée (coefficient D) nul. Avec ces valeurs, la grandeur régulée doit atteindre la consigne lentement. Le gain est ensuite augmenté jusqu'à atteindre une bonne vitesse de montée à la valeur de consigne. Si un écart statique est constaté entre la valeur de consigne et la valeur régulée, le terme intégral doit être augmenté ou le gain doit être baissé. Une fois une vitesse de montée suffisante atteinte, le terme dérivée permet de diminuer l'"overshoot" lorsque le système atteint la valeur de consigne. Il faut cependant faire attention à ne pas augmenter trop fortement le gain ou le coefficient dérivée du PID, sous peine de rendre le système instable. Un bon compromis entre robustesse, vitesse et précision doit donc être atteint.

Ici on cherche à éviter à tout prix que le vérin ne devienne instable, car ses déplacements ne sont alors plus contrôlés et peuvent endommager à la fois le capteur de force et la maquette d'assemblage combustible.

Pour une régulation en déplacement, le réglage est plutôt aisé car le vérin est très stable, et la réponse à un signal carré est très proche de la consigne. Les valeurs finales du PID, permettant d'obtenir une régulation quasi-idéale pour une pression de l'huile de 210 *bar*, sont  $P=4,50$  *dB*,  $I=0,1$  et  $D=1,35$ .

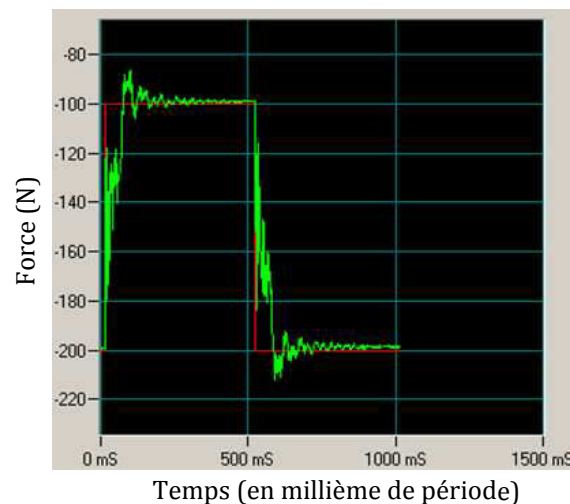


FIGURE II.13 – Consigne (rouge) et réponse (vert) obtenues lors du réglage du PID en force.

En force par contre, une régulation propre est bien plus difficile à atteindre, à cause du comportement fortement non-linéaire de l'assemblage combustible et de la liaison vérin-rotule-maquette qui n'est pas parfaite (un léger jeu existe au niveau de la rotule). A cause de ces phénomènes, le vérin peut devenir instable très rapidement, même pour des valeurs de gain faibles. La valeur de gain maximum pour laquelle le vérin reste stable est  $P=-22$  *dB*, qui est très faible. La réponse du système est donc très lente, et la régulation molle. On peut donc entrevoir qu'il sera difficile d'effectuer une régulation en force précise. Le résultat de l'application d'un

signal carré en consigne est donné sur la Figure II.13 (droite). On applique ici un signal carré d'amplitude  $50\text{ N}$ , centré autour de  $-150\text{ N}$ . Le signal carré est appliqué autour d'une position où le capteur de force est comprimé, c'est-à-dire que l'assemblage est poussé, car avoir une précontrainte évite de passer par le point où la force appliquée est nulle, ce qui peut poser des problèmes pour la régulation. On peut observer que de fortes oscillations ont lieu au cours du transitoire, ce qui explique la dérive rapide dans un comportement instable lorsque le gain est plus élevé. Les valeurs finales utilisées pour le PID sont  $P=-22\text{ dB}$ ,  $I=0,1$  et  $D=0$ .

## II.2.4 L'instrumentation de mesure

Afin de mesurer la force appliquée par le vérin sur la maquette excitée, deux capteurs de force peuvent être utilisés en fonction de la force que l'on souhaite appliquer : le premier mesure des forces allant jusqu'à  $500\text{ N}$  et le second jusqu'à  $5000\text{ N}$  (modèles SM-S de PM Instrumentation). Ils ont une incertitude de  $0,045\%$  pleine échelle, ce qui correspond à une incertitude de  $\pm 0,225\text{ N}$  pour le premier et  $\pm 2,25\text{ N}$  pour le second. On voit donc que le positionnement des capteurs à l'extérieur du soufflet a de nombreux avantages, puisqu'il permet d'obtenir une incertitude bien plus faible que pour les essais DEDALE, en utilisant des capteurs du marché, qui sont moins chers et disponibles plus rapidement. On peut enfin préciser que la force due au mouvement de l'eau dans le soufflet, de  $2,3\text{ N}$ , est proche de l'incertitude des capteurs de force utilisés et n'est donc pas problématique.

Chaque assemblage contient cinq grilles, dont les trois centrales voient leurs déplacements mesurés dans le plan horizontal à l'aide de deux capteurs LVDT. Ces capteurs sont fixés à travers l'enceinte par des passages étanches dont le design est inspiré de ceux des essais DEDALE, auxquels quelques modifications ont été apportées pour s'adapter aux différences de l'enceinte d'ICARE EXPERIMENTAL. Les déplacements des grilles sont ici au maximum de  $\pm 7,5\text{ mm}$ , afin d'éviter des chocs avec l'enceinte ou les autres assemblages, puisque l'espacement est de  $8\text{ mm}$  avec un confinement large. Les capteurs LVDT utilisés (modèle D5/300AW de PHIME-SURE) ont une plage de fonctionnement linéaire adaptée, de  $\pm 7,5\text{ mm}$ , avec une incertitude de  $\pm 0,0225\text{ mm}$  ( $0,3\%$  pleine échelle). Cette plage de fonctionnement est plus faible que celle des capteurs des essais DEDALE, permettant de réduire l'incertitude de mesure.

Six capteurs de pression différentielle sont présents sur la section d'essai. Celui placé entre le bas et le haut de l'enceinte a pour objectif de mesurer la perte de charge à travers la section d'essai et a une gamme de mesure  $0-620\text{ hPa}$ , avec une incertitude de  $0,024\%$  pleine échelle (soit  $\pm 150\text{ Pa}$ ). De plus, huit piquages de pression sont présents au bas de l'enceinte, joints deux à deux verticalement par des capteurs  $\Delta P$  de gamme  $0-60\text{ hPa}$ , dont l'incertitude maximum est de  $0,066\%$  pleine échelle (soit  $\pm 4\text{ Pa}$ ). Ces quatre capteurs de pression différentielle ont pour objectif d'évaluer d'éventuelles asymétries de l'écoulement d'eau à l'entrée de la section d'essai. Un dernier capteur  $\Delta P$  a pour objectif de mesurer des asymétries très légères. Celui-ci a donc une gamme de mesure très faible, de  $0-750\text{ Pa}$ , avec une incertitude de mesure de  $0,108\%$  pleine échelle (soit  $\pm 0,81\text{ Pa}$ ).

Afin de connaître les conditions boucle, un capteur de température et un capteur de pression statique sont présents à l'entrée et à la sortie de la pompe, ainsi qu'un débitmètre sur la ligne entre la pompe et la section d'essai.

Les 23 déplacements mesurés avec les capteurs LVDT, celui mesuré au vérin et la force au niveau du vérin sont enregistrés sur des voies rapides, permettant un échantillonnage à  $2\text{ kHz}$ . Des filtres passe-bas analogiques sont utilisés, de fréquence de coupure  $512\text{ Hz}$ . Les

signaux filtrés sont ensuite acquis et enregistrés à l'aide du logiciel TRIDENT, qui est le logiciel d'acquisition du LHC. Les données mesurées par les capteurs de pression différentielle, statique, de température et le débitmètre sont, elles, enregistrées sur des voies lentes, avec un échantillonnage de l'ordre du Hertz.

Enfin, des hublots sont présents à la fois sur la porte de la section d'essai et sur ses faces latérales, afin de pouvoir effectuer des mesures de vitesse fluide par LDV (Laser Doppler Velocimetry) ou PIV (Particle Image Velocimetry). La LDV peut être réalisée avec un seul hublot, utilisant la réflexion d'un seul laser à son point d'émission. La PIV nécessite un hublot pour émettre un plan laser et un autre perpendiculaire au premier pour la caméra. Cette caméra filme des particules passant dans le plan laser, au préalable injectées dans le fluide. Ces mesures n'ont pas pu avoir lieu sur la section d'essai ICARE EXPERIMENTAL, mais des mesures laser ont été effectuées au cours de la thèse lors d'un séjour de 3 mois au Thermo-Fluids Lab de Georges Washington University, à Washington DC, USA. Les travaux conduits lors de ces trois mois seront décrits dans la partie suivante.

## II.2.5 Développement de mesures laser à Georges Washington University

Le Thermo-Fluids Lab (TF-Lab) de Georges Washington University, à Washington DC, USA, étudie la mécanique des fluides et les transferts de chaleur de façon expérimentale et via des simulations. Une des expériences conduites dans ce laboratoire étudie l'écoulement fluide autour d'une maquette d'assemblage combustible sous excitation sismique, sur table vibrante. Cette étude se rapprochant fortement et étant complémentaire de celles menées au CEA, une collaboration a été lancée en 2013. Pour débiter cette collaboration, et afin de se former aux mesures laser par PIV et PLIF (Planar Laser-Induced Fluorescence), un séjour de trois mois a été réalisé au cours de l'été 2013 pour participer à l'installation de cette expérience. Les travaux réalisés au cours de cette visite seront succinctement décrits dans cette partie, le rapport complet étant consultable dans Clement (2013).

### II.2.5.a Excitation d'une maquette d'assemblage combustible sur table vibrante

Dans l'expérience présente au TF-Lab, présentée en Figure II.14, une section d'essai en acrylique est placée sur une table vibrante, supportée par une large structure en acier. Une maquette d'assemblage combustible est placée au centre de cette section d'essai, contenant un réseau de 6x6 crayons en acrylique et six grilles. Un fluide ayant l'indice de réfraction de l'acrylique (du para-cymène) s'écoule à travers la section d'essai. Afin de s'adapter à la viscosité du fluide utilisé, le diamètre des crayons a été augmenté de façon à garder le nombre de Reynolds présent dans un coeur de réacteur.

Plusieurs mesures sont effectuées, par PIV, PLIF et shadowgraphy. La PIV mesure l'écoulement du fluide à l'aide de particules y étant injectées, dans un plan laser vertical. La PLIF est utilisée pour mesurer les déplacements des crayons sur cinq plans horizontaux, représentés sur la Figure II.14 au centre de l'assemblage. Pour cela, un colorant fluorescent est ajouté au para-cymène, permettant de discerner le contour des tubes dans l'écoulement fluide. La shadowgraphy permet la mesure des déplacements des quatre grilles centrales, en filmant l'ombre projetée par les grilles dans la lumière créée par quatre LED.

Les six plans laser (un vertical et cinq horizontaux) sont créés à partir de six faisceaux

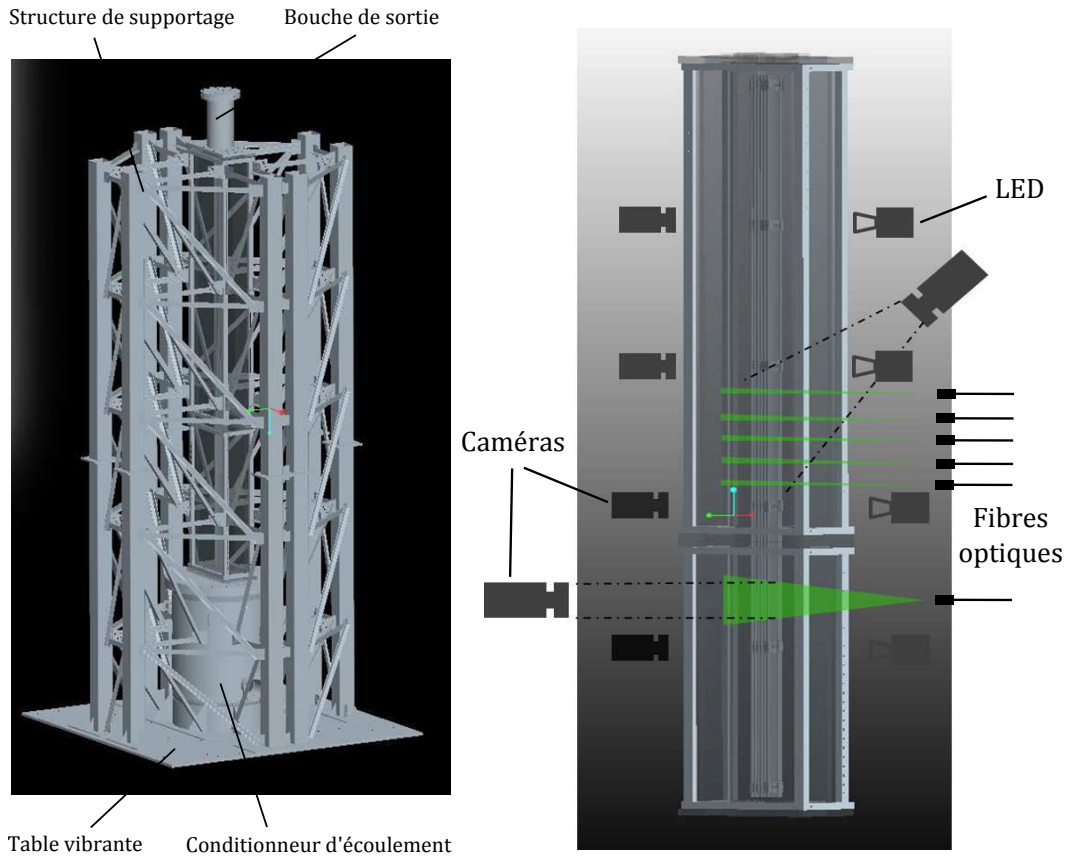


FIGURE II.14 – Schéma de l'installation expérimentale sur table vibrante (gauche). Schéma de la section d'essai avec la maquette et l'instrumentation (droite).

amenés à l'aide de fibres optiques. La table contenant le laser lui-même étant placée en dehors de la table vibrante, isolée de ses vibrations. L'ensemble des fibres optiques, des caméras et des lampes doivent être très solidement fixées à la section d'essai afin d'éviter tout mouvement relatif, qui rendrait les mesures inexploitable. Effectuer des mesures de cette complexité, sur table vibrante, est une première et la faisabilité de ces mesures a été testée sur une expérience à échelle réduite. Des essais ont pu être conduits au cours des trois mois sur ce dispositif à échelle réduite, qui seront présentés dans la partie suivante.

### II.2.5.b Prototype à échelle réduite

Dans l'objectif de tester l'instrumentation soumise aux vibrations, un dispositif expérimental à petite échelle a été placé sur la table vibrante. Celui-ci comporte un cylindre en acrylique, traversé par un écoulement ascendant de para-cymène. Le cylindre est placé dans une cuve, afin d'éviter des fuites du fluide, qui est corrosif. Un tube noir flexible est présent au centre du cylindre, fixé à ses deux extrémités. L'objectif est de mesurer les déplacements du tube par shadowgraphy et les mouvements du fluide par PIV en même temps, sur la table vibrante. Des tests de mesure des mouvements du tube dans un plan horizontal par PLIF sont aussi prévus. Ce prototype est montré sur la Figure II.15 (gauche), lors d'un essai de mesure de la vitesse fluide par PIV hors de la table vibrante.

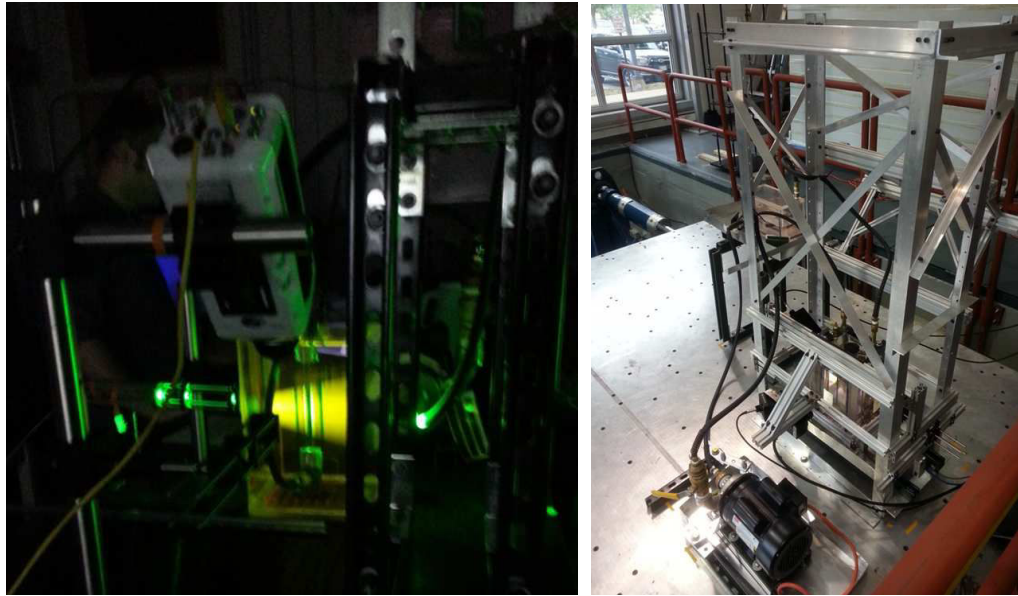


FIGURE II.15 – Prototype à échelle réduite, lors d'une mesure par PIV (gauche) et placé sur la table vibrante (droite).

Sur la Figure II.15 (droite), le cylindre, sa cuve, la pompe et l'ensemble de l'instrumentation sont placés sur la table vibrante. On peut voir que la structure de supportage des LED, caméras et de la fibre optique est imposante, ce qui s'est avéré nécessaire afin d'obtenir un mouvement de l'instrumentation solidaire de la table vibrante.

Des mesures par PIV et shadowgraphy ont été réalisées avec la table en vibration, pour une fréquence de  $2\text{ Hz}$  et une amplitude allant jusque  $8\text{ mm}$ . La structure de supportage n'était, dans un premier temps, pas suffisamment rigide et a dû être améliorée, menant à celle visible sur la Figure II.15 (droite). Un mouvement relatif des caméras avec le cylindre a cependant été observé malgré la rigidification du support, provenant de vibrations des lentilles des caméras.

La résolution des problèmes de vibration n'a pu avoir lieu qu'une fois le séjour de trois mois fini, par l'ajout d'un dispositif de fixation des lentilles des caméras. Ces travaux ont été présentés à une conférence en 2014, consultables dans Weichselbaum et al. (2014).

### II.2.5.c Réalisation d'un multiplexeur optique à haute performance

Dans la seconde partie de ce séjour de trois mois, la conception d'un multiplexeur optique a été réalisée, dans le but de créer les cinq faisceaux laser utilisés pour la PLIF à partir d'un seul faisceau original. Le laboratoire dispose d'un laser à double cavité Nd :YLF (Neodymium-doped yttrium lithium fluoride), créant deux faisceaux polarisés orthogonalement à haute puissance ( $40\text{ W}$ ) et haute fréquence (jusque  $10\text{ kHz}$ ). Un de ces deux faisceaux est utilisé pour effectuer les mesures par PIV, l'autre doit être utilisé pour créer les 5 plans laser pour la PLIF.

Afin de créer cinq faisceaux laser tout en perdant le moins d'énergie possible, un multiplexeur optique utilisant un miroir rotatif et cinq fibres optiques sera utilisé. Le miroir rotatif, ainsi que l'entrée des cinq fibres optiques, seront placés sur la table laser située en dehors de la table vibrante. Les fibres optiques sont tirées jusqu'à la section d'essai, sur la table vibrante, où sont créés les cinq plans laser. Le principe de fonctionnement du multiplexeur optique est donné en



Figure II.16.

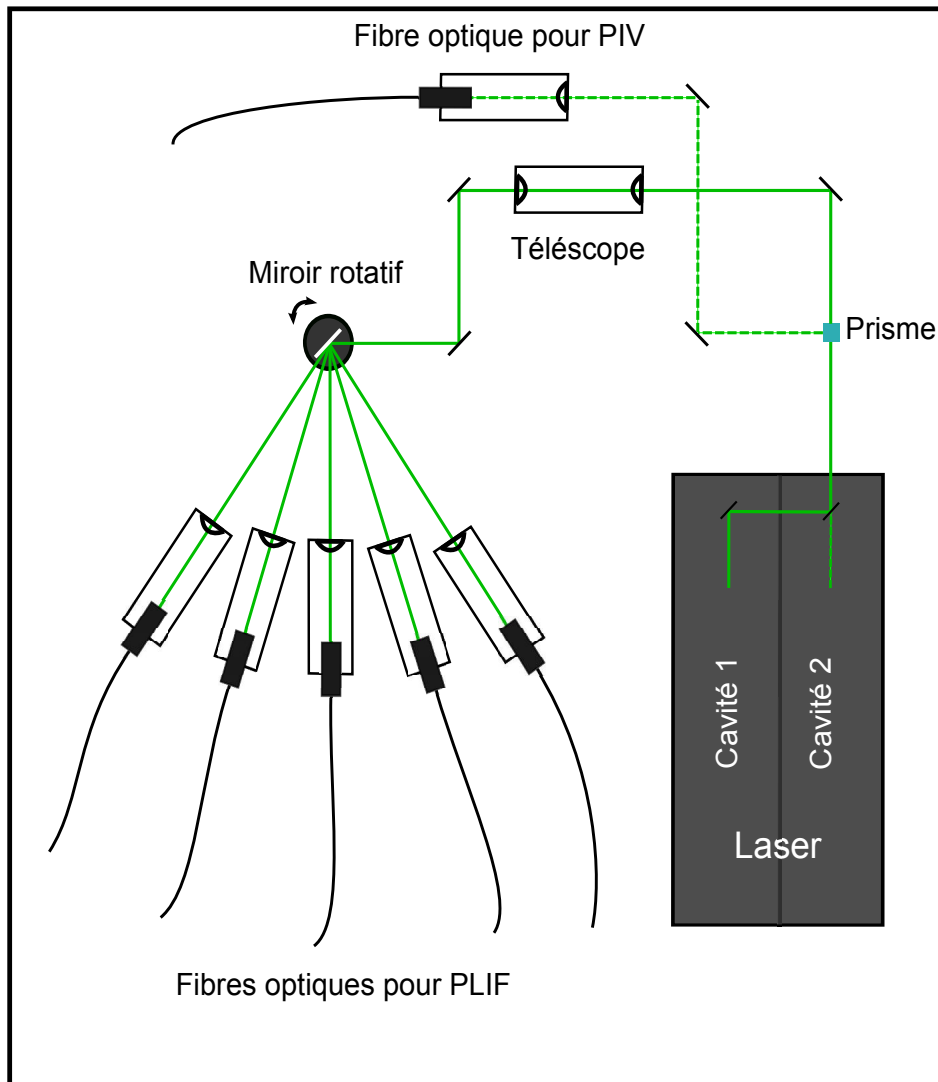


FIGURE II.16 – Schéma de principe du multiplexeur optique.

Les pulses du laser sont cadencés à  $5\text{ kHz}$ , comme la fréquence d'acquisition de la caméra qui filme les cinq plans de la PLIF. L'objectif est alors d'obtenir un plan laser à chaque prise d'image de la caméra, en synchronisant les pulses du laser et les captures de la caméra. Le miroir rotatif doit donc envoyer le faisceau laser successivement dans les cinq fibres optiques au cours d'une période de rotation. Afin d'obtenir ce résultat, la vitesse de rotation du miroir doit donc être de  $1\text{ kHz}$ .

Le miroir rotatif et le contrôleur le pilotant sont fournis par la société Cambridge Technology. L'angle de rotation du miroir est proportionnel au voltage envoyé en entrée du contrôleur. L'amplitude de rotation maximum du miroir est de  $\pm 20^\circ$ , correspondant à un signal en entrée d'amplitude  $\pm 10\text{ V}$ . Cet angle "mécanique" de rotation correspond alors à un angle de déviation entre le faisceau incident et celui réfléchi de  $\pm 40^\circ$ , appelé "angle optique". Cambridge Technology indique une fréquence maximum d'utilisation de  $1,4\text{ kHz}$ . Ce miroir rotatif n'ayant jamais été utilisé au laboratoire, son fonctionnement a dû être testé. Les limites de fonctionnement du contrôleur en amplitude et en fréquence ont dû être étudiées, et sa précision évaluée.

Pour cela, un dispositif de test a été conçu, installé et utilisé pour caractériser le système miroir/contrôleur. Une photo du setup expérimental est donnée en Figure II.17.

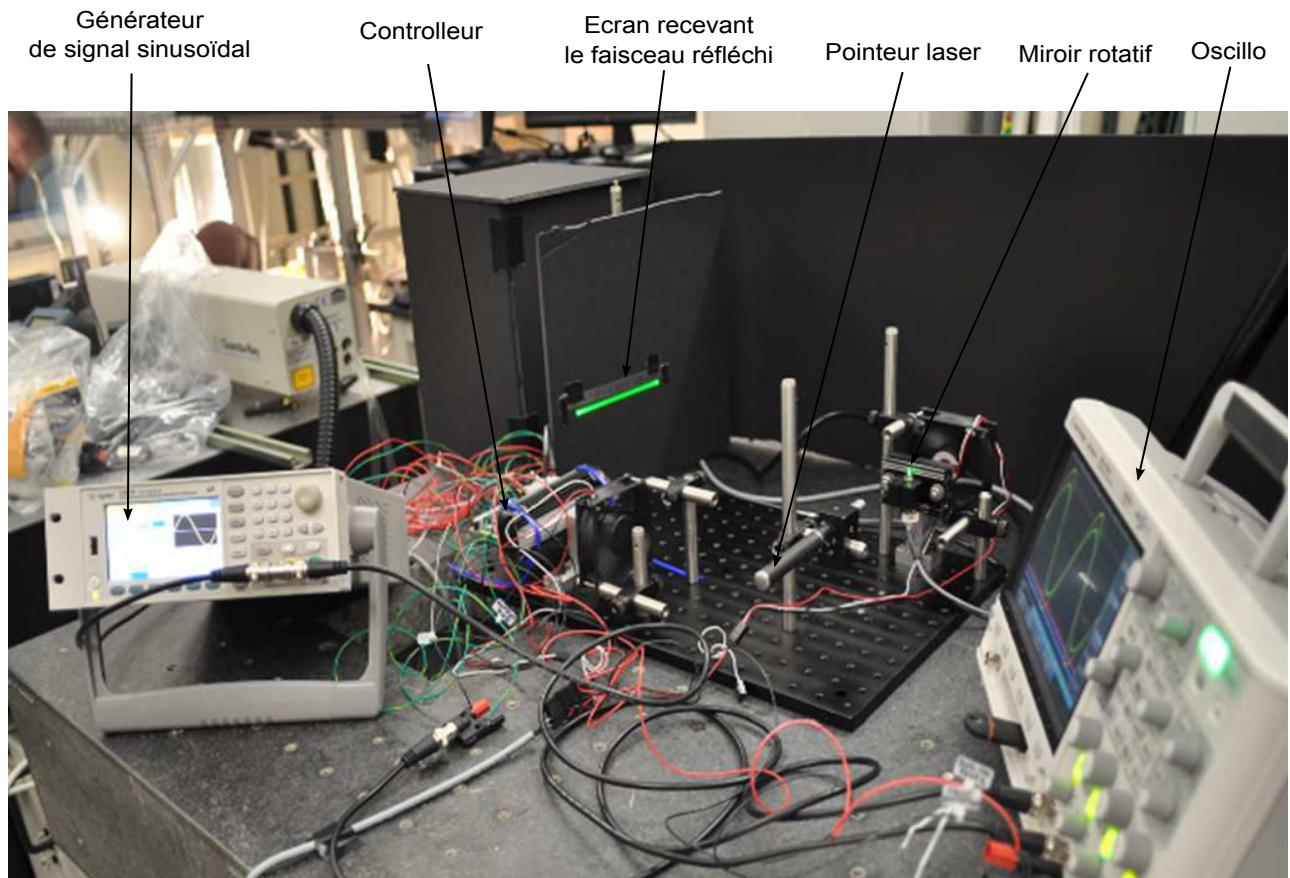


FIGURE II.17 – Dispositif de test du miroir rotatif.

Pour ces tests de caractérisation, le signal sinusoïdal envoyé à l'entrée du contrôleur est créé par un générateur de signal, permettant de piloter l'angle de rotation du miroir. Un pointeur laser envoie un faisceau sur le miroir rotatif, qui le réfléchit sur un écran en tournant suivant le signal appliqué. Un oscillo est utilisé pour récupérer le signal de consigne et celui venant du moteur du miroir, permettant de connaître l'écart entre la consigne et l'angle réel obtenu. Des échangeurs de chaleur nécessaires au refroidissement du contrôleur et du moteur du miroir ont aussi dû être conçus et réalisés.

Faire tourner le miroir à  $1\text{ kHz}$  n'est pas trivial et des différences notables ont été rencontrées entre le signal fourni en entrée et ses rotations réelles. Une atténuation du signal et un déphasage ont pu être observés, et leur évolution en fonction de l'amplitude et de la fréquence de rotation du miroir a été mesurée. En parallèle de ces tests, des calculs d'incertitude ont aussi été réalisés afin de déterminer la dispersion du faisceau à la sortie du miroir rotatif.

Une fois les essais de caractérisation et les calculs d'incertitude réalisés, des pièces permettant la réalisation du multiplexeur sur la table laser ont été commandées, mais n'ont pas pu être testées par manque de temps.

Les essais de caractérisation du miroir rotatif et les calculs d'incertitude réalisés étant plus éloignés du but original du séjour, ils ne seront pas plus amplement détaillés ici mais sont décrits dans Clement (2013).

## Bilan du chapitre

Dans l'objectif d'étudier le couplage hydraulique entre assemblages combustibles sous écoulement, une nouvelle section d'essai à 4 maquettes d'assemblages combustibles représentatives a été conçue et réalisée. Sa conception est basée sur les expériences antérieures réalisées au CEA et sur des simulations réalisées sous ABAQUS et CATIA. Ces simulations ont révélé une aptitude prometteuse du logiciel ABAQUS pour la simulation du comportement vibratoire d'un assemblage combustible, bien que celle-ci n'ait pas pu être finalisée.

L'installation ICARE EXPERIMENTAL a été décrite en détail, avec la section d'essai et ses différentes configurations, le dispositif d'excitation et l'instrumentation de mesure. Les outils de vélocimétrie laser n'ont pas pu être utilisés sur l'installation ICARE EXPERIMENTAL, mais un séjour de trois mois au Thermo-Fluids Lab de Georges Washington University a permis de se familiariser avec plusieurs méthodes d'instrumentation laser. Les résultats obtenus à l'aide de l'installation ICARE EXPERIMENTAL seront donnés au Chapitre 5 et seront étudiés avec des outils d'analyse linéaire classiques, mais aussi par une nouvelle méthode d'analyse de données développée au cours de la thèse, qui sera présentée dans le Chapitre 3.

# Chapitre III

## Analyse par POD à fenêtres glissantes (SWPOD)

L'objectif de la méthode développée est de caractériser les vibrations d'un système à plusieurs degrés de liberté pouvant comporter des non-linéarités et de l'amortissement. Cette méthode doit être applicable à un champ vectoriel obtenu expérimentalement ou par des simulations, sans hypothèse a priori sur le modèle représentant le système étudié. On cherche ici en particulier à étudier des évolutions temporelles dont le contenu fréquentiel évolue avec le temps, par exemple dans le cas d'un système répondant à un balayage fréquentiel.

Une méthode d'analyse temps-fréquence est utilisée afin de suivre le contenu fréquentiel du signal en fonction du temps. Le signal étudié ayant plusieurs composantes, on souhaite réduire le nombre de signaux à analyser, ce qui est effectué à l'aide de la décomposition sur modes propres orthogonaux (POD), qui a en plus l'avantage de fournir les structures cohérentes représentant au mieux la dynamique du système. Dans ce chapitre, le principe et la formulation mathématique de la méthode sont présentés dans un premier temps. La méthode est ensuite illustrée à travers l'analyse d'un système non-linéaire à 3 degrés de liberté. Les résultats sont comparés à ceux obtenus en appliquant l'équilibrage harmonique.

### III.1 Présentation de la méthode

#### III.1.1 La transformée continue de Gabor et la POD

La transformée continue de Gabor (CGT) et la POD ont été présentées en détail dans le Chapitre 1, leur description réalisée ici sera donc succincte.

La CGT est une méthode de traitement du signal qui permet d'obtenir l'évolution temporelle du contenu fréquentiel d'un signal. Pour cela, une fenêtre glissante gaussienne est appliquée au signal, puis la transformée de Fourier de chaque signal ainsi fenêtré est calculée. La transformée de Gabor d'un signal scalaire  $s(t)$  s'écrit :

$$G_s(\tau, f) = \int_{-\infty}^{+\infty} s(t) \overline{g(t - \tau)} e^{-j2\pi f(t - \tau)} dt, \quad (\text{III.1})$$

où  $g(t)$  est une fonction de fenêtrage gaussienne  $g(t) = e^{-\frac{t^2}{2\sigma^2}}$ , et  $f$  est la fréquence du signal.

On souhaite maintenant étudier un signal à  $N$  composantes  $\mathbf{S}(t)$ . L'application de la POD permet, à travers la résolution d'un problème aux valeurs propres, d'obtenir une décomposition sur une base orthogonale à  $N$  vecteurs  $\Phi_i$ , découplant les informations spatiales et temporelles de la façon suivante :

$$\mathbf{S}(t) = \sum_{i=1}^N \Phi_i \sqrt{\lambda_i} \eta_i(t) \quad (\text{III.2})$$

où les vecteurs  $\Phi_i$  sont les Modes Propres Orthogonaux (POMs), donnant les structures cohérentes représentant la dynamique du signal. Les termes  $\eta_i(t)$  sont leurs évolutions temporelles normalisées, appelées Composantes Propres Orthogonales (POCs). Les termes  $\lambda_i$  sont les Valeurs Propres Orthogonales (POVs) et donnent l'énergie capturée par chaque POM.

L'application de la POD permet donc d'extraire les structures cohérentes d'un signal, données par les POMs, avec la proportion d'énergie capturée par chacun. De plus, les évolutions temporelles de chacun des POMs sont aussi accessibles, desquelles on souhaite obtenir le contenu fréquentiel.

### III.1.2 Sliding Window Proper Orthogonal Decomposition

Dans le but d'analyser un signal vectoriel  $\mathbf{S}(t)$  et d'obtenir à la fois son évolution spatiale et fréquentielle en fonction du temps, la POD et la transformée de Gabor vont être combinées, créant ainsi la POD sur fenêtres glissantes (SWPOD pour Sliding Window POD).

Dans un premier temps, le fenêtrage temporel est appliqué à chaque composante du signal vectoriel  $\mathbf{S}(t)$ , donnant le signal fenêtré suivant :

$$\mathbf{S}^\tau(t) = \mathbf{S}(t)g(t - \tau). \quad (\text{III.3})$$

Le signal ainsi obtenu est décomposé en utilisant la POD :

$$\mathbf{S}^\tau(t) = \sum_{i=1}^N \Phi_i^\tau \sqrt{\lambda_i^\tau} \eta_i^\tau(t). \quad (\text{III.4})$$

Il est important de noter que le nombre de termes présents dans cette décomposition peut être réduit de  $N$  à  $N^\tau$  en utilisant un critère du type  $\sum_{i=1}^{N^\tau} \lambda_i^\tau \geq 0.99 \sum_{i=1}^N \lambda_i^\tau$ . Pour finir, la transformée de Gabor de  $\mathbf{S}(t)$  donne la forme finale de la SWPOD :

$$\begin{aligned} \mathbf{G}_\mathbf{S}(\tau, f) &= \int_{-\infty}^{+\infty} \sum_{i=1}^N \Phi_i^\tau \sqrt{\lambda_i^\tau} \eta_i^\tau(t) e^{-j2\pi f(t-\tau)} dt, \\ &= \sum_{i=1}^N \Phi_i^\tau \sqrt{\lambda_i^\tau} \tilde{G}_i(\tau, f), \end{aligned} \quad (\text{III.5})$$

où  $\tilde{G}_i(\tau, f) = \int_{-\infty}^{+\infty} \eta_i^\tau(t) e^{-j2\pi f(t-\tau)} dt$ .

- Pour chaque temps  $\tau$ , la forme SWPOD (III.5) donne accès, pour  $i = 1, \dots, N$ , aux
- POMs localisés,  $\Phi_i^\tau$ , qui caractérisent les structures spatiales cohérentes représentant le signal localisé autour du temps  $\tau$  ;
  - POVs localisées,  $\lambda_i^\tau$ , qui donnent la répartition d'énergie entre les POMs localisés ;
  - POCs localisées,  $\eta_i^\tau(t)$ , et leur contenu fréquentiel,  $\tilde{G}_i(\tau, f)$ .

De plus, comme dans le cas de la CGT, une formule inverse à (III.5) est aussi valide :

$$\mathbf{S}(t) = \frac{1}{2\pi\|g\|^2} \sum_{i=1}^N \int_{-\infty}^{+\infty} \Phi_i^\tau \sqrt{\lambda_i^\tau} \int_{-\infty}^{+\infty} \hat{G}_i(\tau, f) g(t - \tau) e^{j2\pi f(t-\tau)} df d\tau. \quad (\text{III.6})$$

### III.1.3 Application pratique de la SWPOD

Il sera supposé par la suite que le signal vectoriel  $\mathbf{S}(t)$  est échantillonné à la fréquence  $f_s$  (en respectant le théorème de Nyquist) et acquis sur un interval de temps  $[0, T]$  à  $P$  temps  $t_p = p/f_s$ , pour  $p = 1, \dots, P$  et  $T = t_P$ . Nous supposons aussi que  $P$  est une puissance de 2 (pour l'optimisation de la Fast Fourier Transform (FFT)).

Une matrice  $\mathbf{S}$  de taille  $N \times P$  est ainsi formée, dont les termes  $S_n(t_p)$  donnent la composante  $n$  de  $\mathbf{S}(t)$  au temps  $p$  :

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} S_1(t_1) & S_1(t_2) & \dots & S_1(t_P) \\ S_2(t_1) & S_2(t_2) & \dots & S_2(t_P) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ S_N(t_1) & S_N(t_2) & \dots & S_N(t_P) \end{bmatrix}. \quad (\text{III.7})$$

La fonction de fenêtrage  $g(t)$  est échantillonnée à la même fréquence  $f_s$  et pour chaque temps  $t_p$ , une matrice  $\mathbf{W}^p$  de taille  $N \times P$  est formée :

$$\mathbf{W}^p = \begin{bmatrix} g(t_1 - t_p) & \dots & g(-t_1) & g(0) & g(t_1) & \dots & g(t_P - t_p) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ g(t_1 - t_p) & \dots & g(-t_1) & g(0) & g(t_1) & \dots & g(t_P - t_p) \end{bmatrix}. \quad (\text{III.8})$$

Le signal fenêtré autour du temps  $t_p$  est alors obtenu ainsi :

$$\mathbf{S}^p = \mathbf{S} \circ \mathbf{W}^p, \quad (\text{III.9})$$

où  $\circ$  représente le produit d'Hadamard (ou produit terme à terme). La POD peut alors être réalisée directement en effectuant une décomposition par valeurs singulières (SVD), comme montré dans Kerschen et Golinval (2002), menant à la décomposition matricielle :

$$\mathbf{S}^p = \mathbf{U}^p \mathbf{\Sigma}^p \mathbf{V}^{pT}, \quad (\text{III.10})$$

où  $\mathbf{U}^p$  et  $\mathbf{V}^p$  sont orthogonales et  $\mathbf{\Sigma}^p$  diagonale. Les colonnes de  $\mathbf{U}^p$  sont les POMs localisés  $\Phi_i^p$ . Les termes diagonaux de  $\mathbf{\Sigma}^p$  sont les racines carrées des POVs localisées  $\sigma_i^p = \sqrt{\lambda_i^p}$ . Les colonnes de  $\mathbf{V}^p$  sont les POCs normalisées,  $\eta_i^p(t)$ . Le contenu fréquentiel  $\tilde{G}_i(t_p, f)$  est calculé en réalisant la FFT de  $\eta_i^p(t)$  aux fréquences  $f_k = kf_s/P$ .

L'évolution du POM localisé le plus énergétique par rapport aux temps  $t_p$  est alors caractérisée en terme d'énergie par le tracé temps-énergie  $(t_p, \lambda_1^p)$ , en terme de structure spatiale par le tracé temps-espace  $(t_p, \Phi_1^p)$  et en terme de contenu fréquentiel par le tracé temps-fréquence  $(t_p, \tilde{G}_1(t_p, f_k))$ . Le second POM localisé le plus énergétique est caractérisé par  $(t_p, \lambda_2^p), (t_p, \Phi_2^p)$  et  $(t_p, \tilde{G}_2(t_p, f_k))$ . Cette analyse peut être effectuée pour tous les POMs localisés contribuant à la dynamique du signal respectant un critère du type  $\sum_{i=1}^{N^p} \lambda_i^p \geq 0.99 \sum_{i=1}^N \lambda_i^p$ .

Bien que la longueur temporelle des fenêtres soit la longueur du signal  $T$ , comme présenté dans l'Eq. (III.8), leur longueur effective notée  $T_e$  dépend de la bande passante de la fonction  $g(t)$  et contient un nombre d'éléments  $P_e = T_e f_s$ . A titre d'exemple, dans les cas où une fonction gaussienne est utilisée,  $T_e$  peut être estimé avec  $T_e = 6\sigma$ .  $T_e$  a une influence sur la résolution temporelle et fréquentielle de l'analyse et le choix de sa valeur dépend des propriétés du signal à analyser (changements de dynamique et de contenu fréquentiel). Considérons un signal comportant des événements temporels significatifs distants au moins de  $T_{\text{event}}$  et des fréquences caractéristiques séparées au moins de  $f_{\text{event}}$ .  $T_e$  doit être suffisamment petit pour séparer les événements temporellement, obtenant ainsi la condition  $T_e < T_{\text{event}}$ . De plus, la résolution fréquentielle de l'analyse est donnée par  $\delta f = f_s/P_e = 1/T_e$  et doit être inférieure à  $f_{\text{event}}$ , menant alors à la condition  $T_e > 1/f_{\text{event}}$ . Remplir ces deux conditions fixe alors les limites lors du choix de la longueur effective des fenêtres  $T_e$ .

Enfin, pour une application pratique de la méthode plus viable en terme de puissance de calcul lors du traitement des données, la SWPOD peut être appliquée à un nombre réduit  $P_r$  de pas de temps au lieu de  $P$ , donnant alors les paramètres  $\lambda_i^r$ ,  $\Phi_i^r$  et  $\eta_i^r(t)$  à  $P_r$  temps régulièrement répartis  $\tau$ .

## III.2 Application à un système non-linéaire à 3 DDL simulé

### III.2.1 Le système mécanique étudié

Le système étudié est présenté sur la Figure III.1. C'est un oscillateur à 3 DDL comportant des ressorts et amortisseurs linéaires (faible amortissement) dont les deux extrémités sont fixées au sol. La masse centrale est aussi connectée au sol par un ressort de raideur cubique, introduisant une non-linéarité. Le système est excité en imposant une force sur la première masse.

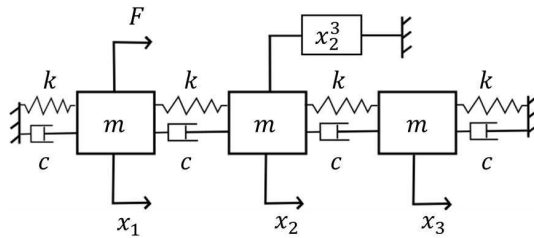


FIGURE III.1 – Le système non-linéaire étudié.

Les équations du mouvement sont alors :

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{X}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{X}} + \mathbf{K}\mathbf{X} + g(\mathbf{X})\mathbf{V} = F(t)\mathbf{B}, \quad (\text{III.11})$$

avec  $\mathbf{X} = (x_1, x_2, x_3)^T$ ,  $\mathbf{V} = (0, 1, 0)^T$ ,  $g(\mathbf{X}) = x_2^3$ ,  $\mathbf{B} = (1, 0, 0)^T$  et les matrices de masse et de raideur :

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} m & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 \\ 0 & 0 & m \end{pmatrix}, \quad \mathbf{K} = \begin{pmatrix} 2k & -k & 0 \\ -k & 2k & -k \\ 0 & -k & 2k \end{pmatrix}. \quad (\text{III.12})$$

Les fréquences de résonance du système linéaire sous-jacent sont  $\omega_1 = \sqrt{(2 - \sqrt{2})k/m}$ ,  $\omega_2 = \sqrt{2k/m}$  et  $\omega_3 = \sqrt{(2 + \sqrt{2})k/m}$  avec leurs modes normaux linéaires associés  $\Psi_1 = (1/\sqrt{2}, 1, 1/\sqrt{2})^T$ ,  $\Psi_2 = (1, 0, -1)^T$  et  $\Psi_3 = (-1/\sqrt{2}, 1, -1/\sqrt{2})^T$ . Un amortissement proportionnel est choisi en prenant  $\mathbf{C} = \frac{2\xi_1}{\omega_1}\mathbf{K}$ , où  $\xi_1(> 0)$  fixe l'amortissement réduit du premier mode.

En considérant la base modale  $\Psi = [\Psi_1 \Psi_2 \Psi_3]$ , les équations du mouvement peuvent être réduites à :

$$\mathbf{M}_\Psi \ddot{\mathbf{Q}} + \mathbf{C}_\Psi \dot{\mathbf{Q}} + \mathbf{K}_\Psi \mathbf{Q} + g(\Psi\mathbf{Q})\Psi^T \mathbf{V} = f(t)\Psi^T \mathbf{B}, \quad (\text{III.13})$$

où  $\mathbf{Q} = (q_1, q_2, q_3)^T$ ,  $\mathbf{X} = \Psi\mathbf{Q}$ ,  $\mathbf{C}_\Psi = \frac{2\xi_1}{\omega_1}\mathbf{K}_\Psi$  et :

$$\mathbf{M}_\Psi = \begin{pmatrix} 2m & 0 & 0 \\ 0 & 2m & 0 \\ 0 & 0 & 2m \end{pmatrix}, \quad \mathbf{K}_\Psi = \begin{pmatrix} 2(2 - \sqrt{2})k & 0 & 0 \\ 0 & 4k & 0 \\ 0 & 0 & 2(2 + \sqrt{2})k \end{pmatrix}. \quad (\text{III.14})$$

En prenant  $m=1 \text{ kg}$  et  $k=500 \text{ m/N}$ , les fréquences de résonance du système linéaire sous-jacent sont  $f_1^0=2,72 \text{ Hz}$ ,  $f_2^0=5,03 \text{ Hz}$  et  $f_3^0=6,58 \text{ Hz}$ . A faible niveau d'excitation (comportement linéaire du système), les fréquences caractéristiques du système sont donc séparées au moins par  $f_{\text{event}}=1,5 \text{ Hz}$ .

Un sinus balayé linéaire est utilisé pour l'excitation  $F(t)$  sous la forme

$$F(t) = F_a \sin(\varphi(t)) \quad \text{with} \quad \varphi(t) = \frac{1}{2} \frac{2\pi(f_{\max} - f_{\min})}{T_s} t^2 + 2\pi f_{\min} t + \varphi_0, \quad (\text{III.15})$$

où  $F_a$  est une amplitude constante,  $T_s$  le temps pour monter de la fréquence minimale  $f_{\min}$  à celle maximale  $f_{\max}$  et  $\varphi_0$  la phase à l'origine, dont la valeur est choisie nulle. De plus amples informations concernant les systèmes excités par sinus balayé peuvent être trouvées dans Gloth et Sinapius (2004) and Markert et Seidler (2001).

Dans cette partie, nous effectuerons des simulations avec une fréquence variant de  $f_{\min}=0,05 \text{ Hz}$  à  $f_{\max}=10 \text{ Hz}$  sur  $T_s=400 \text{ s}$ . A faible niveau d'excitation, les résonances du système sont donc séparées par un temps minimum :

$$T_{\text{event}} = \frac{f_{\text{event}} T_s}{f_{\max} - f_{\min}} \approx 30 \text{ s}. \quad (\text{III.16})$$

Les équations du mouvement en Eq. III.11 ont été résolues numériquement en utilisant la méthode de Newmark avec une fréquence d'échantillonnage  $f_s = 200 \text{ Hz}$  et des conditions



initiales nulles. Le signal est produit sur l'intervalle de temps  $[0, T_s]$  contenant  $P = T_s f_s$  pas de temps. La SWPOD est ensuite appliquée au signal vectoriel  $\mathbf{S}(t) = (x_1(t), x_2(t), x_3(t))^T$  qui donne l'évolution temporelle des déplacements des trois masses.

Enfin, une largeur effective des fenêtres  $T_e \approx 20$  s est choisie, en définissant  $\sigma = 20/6$ . Cette valeur satisfait bien  $T_e > 1/f_{\text{event}}$  et  $T_e < T_{\text{event}}$ . Dans les parties suivantes, les résultats obtenus par SWPOD pour des simulations à faible et haut niveaux d'excitation vont être présentés.

### III.2.2 Analyse modale non-linéaire du système

#### III.2.2.a Calcul des modes non-linéaires par équilibrage harmonique

On se basera ici sur la définition des modes non-linéaires (MNL) en tant que famille d'orbites périodiques. (voir Chapitre 1 pour plus de détails sur les modes non-linéaires)

Afin de pouvoir calculer ces orbites, le système est considéré comme étant non-amorti et libre, les équations du mouvement du système (Eq. III.11) devenant alors :

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{X}} + \mathbf{K}\mathbf{X} + g(\mathbf{X})\mathbf{V} = 0. \quad (\text{III.17})$$

On utilise la méthode de l'équilibrage harmonique (aussi appelée HBM pour Harmonic Balance Method) afin de calculer ces orbites, qui consiste à développer en série de Fourier l'évolution temporelle des variables étudiées. Le principal paramètre à choisir lors de la réalisation de l'équilibrage harmonique est donc le nombre d'harmoniques utilisées pour la décomposition.

Afin de pouvoir réaliser ce calcul "à la main", le calcul sera ici détaillé dans le cas à une seule harmonique. Cette approximation donne la décomposition suivante :

$$\mathbf{X}(t) = \mathbf{U} \cos(\omega t) \text{ où } \mathbf{U} \text{ est un vecteur constant } \mathbf{U} = [u_1 u_2 u_3]^T. \quad (\text{III.18})$$

On remplace alors l'expression de  $\mathbf{X}(t)$  de l'Eq. III.18 dans l'Eq. III.17. On néglige l'harmonique 3 dans le terme cubique  $x_2^3(t) = u_2^3(\frac{3}{4} \cos(\omega t) + \frac{1}{3} \cos(3\omega t))$ , devenant ainsi  $x_2^3(t) = u_2^3(\frac{3}{4} \cos(\omega t))$ . En substituant dans l'équation III.17 on obtient alors le système de 3 équations aux 4 inconnues  $u_1, u_2, u_3$  et  $\omega$  :

$$(\mathbf{K} - \omega^2 \mathbf{M})\mathbf{U} + \frac{3}{4} \begin{bmatrix} 0 \\ u_2^3 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}^T, \quad (\text{III.19})$$

qui s'écrit

$$\begin{cases} 2ku_1 - \omega^2 mu_1 - ku_2 = 0 \\ -ku_1 + 2ku_2 - ku_3 - \omega^2 mu_2 + \frac{3}{4}u_2^3 = 0 \\ -ku_2 + 2ku_3 - \omega^2 mu_3 = 0 \end{cases} \quad (\text{III.20})$$

En substituant  $u_1$  et  $u_3$  dans l'équation 2 et en mettant  $u_2$  en facteur, on obtient deux familles de solutions :

$$\left\{ \begin{array}{l} u_2 = 0 \\ \omega = \sqrt{\frac{2k}{m}} \\ u_3 = -u_1 \end{array} \right. \quad \text{ou} \quad \left\{ \begin{array}{l} u_1 = u_3 = \frac{k}{2k - \omega^2 m} u_2 \\ u_2^2 = -\frac{4}{3} \left( 2k - \omega^2 m - \frac{2k^2}{2k - \omega^2 m} \right) \end{array} \right. , \quad (\text{III.21})$$

La première solution, paramétrée par  $u_1$ , correspond au second mode du système linéaire, où la première et la troisième masses vibrent en opposition. Ce mode n'est pas affecté par la non-linéarité, celle-ci étant placée sur un noeud de ce mode, et les inconnues  $u_1$ ,  $u_2$  et  $u_3$  ne dépendent pas de  $\omega$ . Dans la seconde solution, paramétrée par  $\omega$ , on peut réécrire :

$$u_2^2 = -\frac{4m}{3} \frac{((2 - \sqrt{2})k - \omega^2 m)((2 + \sqrt{2})k - \omega^2 m)}{2k - \omega^2 m}. \quad (\text{III.22})$$

On peut alors poser  $\omega_1 = \sqrt{\frac{(2 - \sqrt{2})k}{m}}$ ,  $\omega_2 = \sqrt{\frac{2k}{m}}$  et  $\omega_3 = \sqrt{\frac{(2 + \sqrt{2})k}{m}}$  et obtenir

$$u_2 = \sqrt{\frac{4m}{3} \frac{(\omega^2 - \omega_1^2)(\omega_3^2 - \omega^2)}{(\omega_2^2 - \omega^2)}} \quad \text{et} \quad u_1 = u_3 = \frac{k}{m(\omega_2^2 - \omega^2)} u_2 \quad (\text{III.23})$$

Les solutions peuvent alors être tracées dans le diagramme fréquences-déplacements donné en Figure III.2.

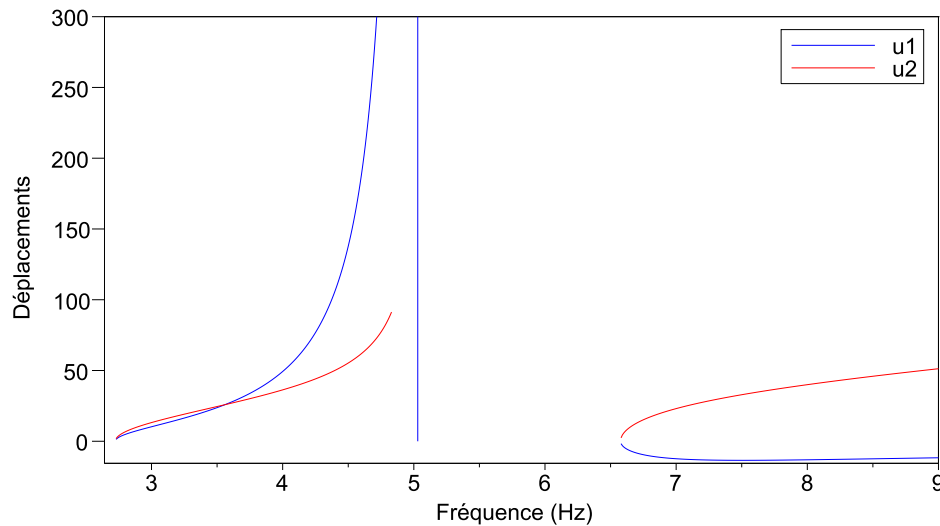


FIGURE III.2 – Tracé des déplacements des masses 1 et 2 aux résonances en fonction des fréquences de résonance des premier, second et troisième modes, pour une approximation à 1 harmonique. ( $u_1$  en bleu,  $u_2$  en rouge)

Une première branche est présente entre  $\omega_1$  et  $\omega_2$ , correspondant à l'évolution du premier mode en fonction de l'amplitude d'excitation. Le second mode peut lui seulement apparaître à  $\omega_2$ , avec  $u_2 = 0$  et  $u_1 = -u_3$ . Une troisième branche est présente pour les fréquences supérieures à  $\omega_3$ , donnant l'évolution du troisième mode en fonction de l'amplitude d'excitation. On voit que l'on observe une augmentation des première et troisième fréquences de résonance, ce qui correspond à un phénomène de raidissement de la structure, classique en considérant la non-linéarité cubique introduite.

Les modes propres du système non-linéaire étudié ont donc pu être calculés, cependant le nombre d'harmoniques était ici limité à 1. Afin d'augmenter le nombre d'harmoniques utilisées pour la décomposition, un calcul numérique est nécessaire, qui a été réalisé en utilisant la méthode asymptotique numérique (MAN) et sera présenté dans la partie suivante.

### III.2.2.b Application de l'équilibrage harmonique par méthode asymptotique numérique

Dans le but d'appliquer la HMB au système étudié avec plus d'harmoniques, et donc une plus grande précision, on utilise la méthode de résolution par continuation appelée Méthode Asymptotique Numérique (MAN) (Cochelin et Vergez, 2009). Le logiciel utilisé est ManLab, qui a été développé au Laboratoire de Mécanique et d'Acoustique de Marseille (LMA) (ManLab, 2010). On utilise ici 9 harmoniques pour la résolution, en s'étant assuré que les résultats obtenus restent quasi-identiques en passant de 9 à 11 harmoniques. On peut alors obtenir les courbes fréquences-déplacements données en Figure III.3, où elles sont comparées à celles obtenues avec une harmonique précédemment.

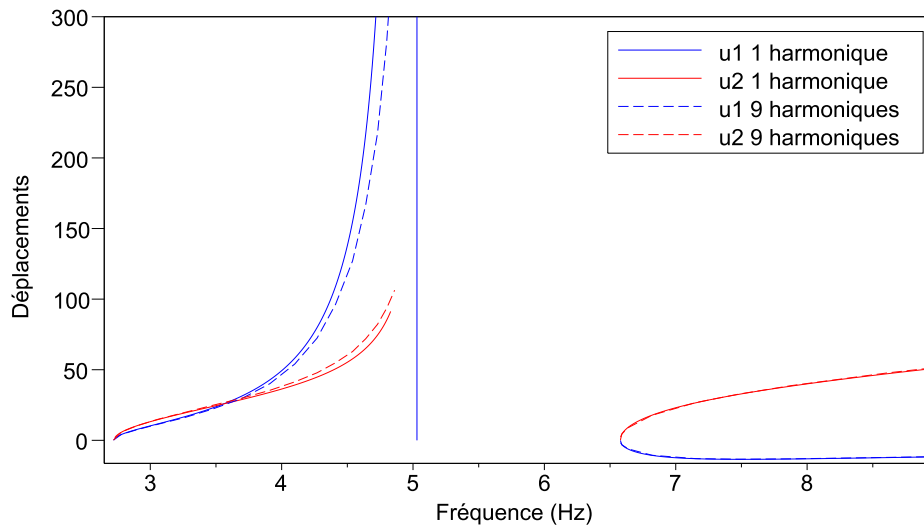


FIGURE III.3 – Diagramme fréquence-déplacements obtenu par un calcul à 1 harmonique (en pointillés) et par un calcul à 9 harmoniques réalisé sous ManLab (trait plein). ( $u_1$  en bleu,  $u_2$  en rouge)

On peut observer que les deux résultats sont proches mais qu'à partir d'une certaine amplitude de déplacement, le mode 1 obtenu par les deux méthodes diffère légèrement. On peut

donc voir que bien que l'hypothèse d'une harmonique unique suffise à faible amplitude, elle n'est plus valide lorsque celle-ci augmente. Le mode 3 reste, lui, par contre identique quelle que soit la méthode de calcul utilisée. Le calcul réalisé sous ManLab utilisant 9 harmoniques sera par la suite celui de référence.

### III.2.3 Analyse de simulations à faibles niveaux d'excitation par SW-POD (comportement linéaire)

Le calcul théorique des modes propres du système non-linéaire à 3 DDL étudié a été présenté dans la partie précédente. Des simulations du système vont maintenant être analysées en appliquant la SWPOD, avec pour objectif de retrouver les modes propres non-linéaires du système à partir de l'analyse des simulations seules. Deux valeurs d'amortissement réduit seront considérées dans cette première partie, pour une amplitude d'excitation  $F_a=10\text{ N}$ . Un comportement linéaire du système est attendu pour cette faible amplitude.

#### III.2.3.a Cas à amortissement modéré

La première simulation a été réalisée avec un amortissement réduit  $\xi_1=0,5\%$  pour le premier mode du système. La Figure III.4 montre les résultats obtenus par application de la SWPOD, en utilisant  $P_r=400$  pas de temps pour l'analyse.

Les proportions d'énergie capturées par les trois premiers POMs localisés sont données en fonction du temps sur la Figure III.4(a), montrant que le premier POM est largement dominant durant la majeure partie du test, capturant plus de 99% de l'énergie totale. Cependant, un fort partage d'énergie entre les deux premiers POMs est observable autour de 150 s.

L'évolution temporelle de la première POV localisée  $\lambda_1^T$ , qui donne l'énergie capturée par le premier POM, est donnée sur la Figure III.4(b) (tracé temps-énergie) en échelle logarithmique. Trois maxima locaux peuvent être observés à  $\tau_1=112\text{ s}$ ,  $\tau_2=203\text{ s}$  et  $\tau_3=264\text{ s}$  pour lesquels le premier POM localisé  $\Phi_1^{\tau_i}$  est montré. On peut remarquer que ces trois déformées sont très proches des modes normaux du système linéaire sous-jacent.

Le produit  $\lambda_1^T \tilde{G}_1(\tau, f)$  est donné dans une cartographie temps-fréquence sur la Figure III.4(c), caractérisant l'évolution temporelle du contenu fréquentiel de la première POC localisée. La composante fréquentielle principale du signal (la ligne oblique) suit le balayage linéaire, avec de courtes lignes horizontales à 2,73 Hz après 110 s, 5,04 Hz après 200 s et 6,57 Hz après 260 s.

Pour finir, l'évolution temporelle du premier POM localisé (le tracé temps-espace) est donné sur la Figure III.4(d), montrant que le système vibre principalement avec une déformée suivant successivement le premier, second et troisième mode du système linéaire sous-jacent.

#### III.2.3.b Cas à très faible amortissement

Afin de permettre une meilleure compréhension des résultats obtenus ci-dessus et d'illustrer la capacité de la méthode à apporter une représentation compacte de données complexes, un second test a été réalisé avec un amortissement  $\xi_1$  diminué de 0,5% à 0,1%. Les résultats obtenus par SWPOD sont donnés sur la Figure III.5. Au vu des forts partages d'énergie entre POMs

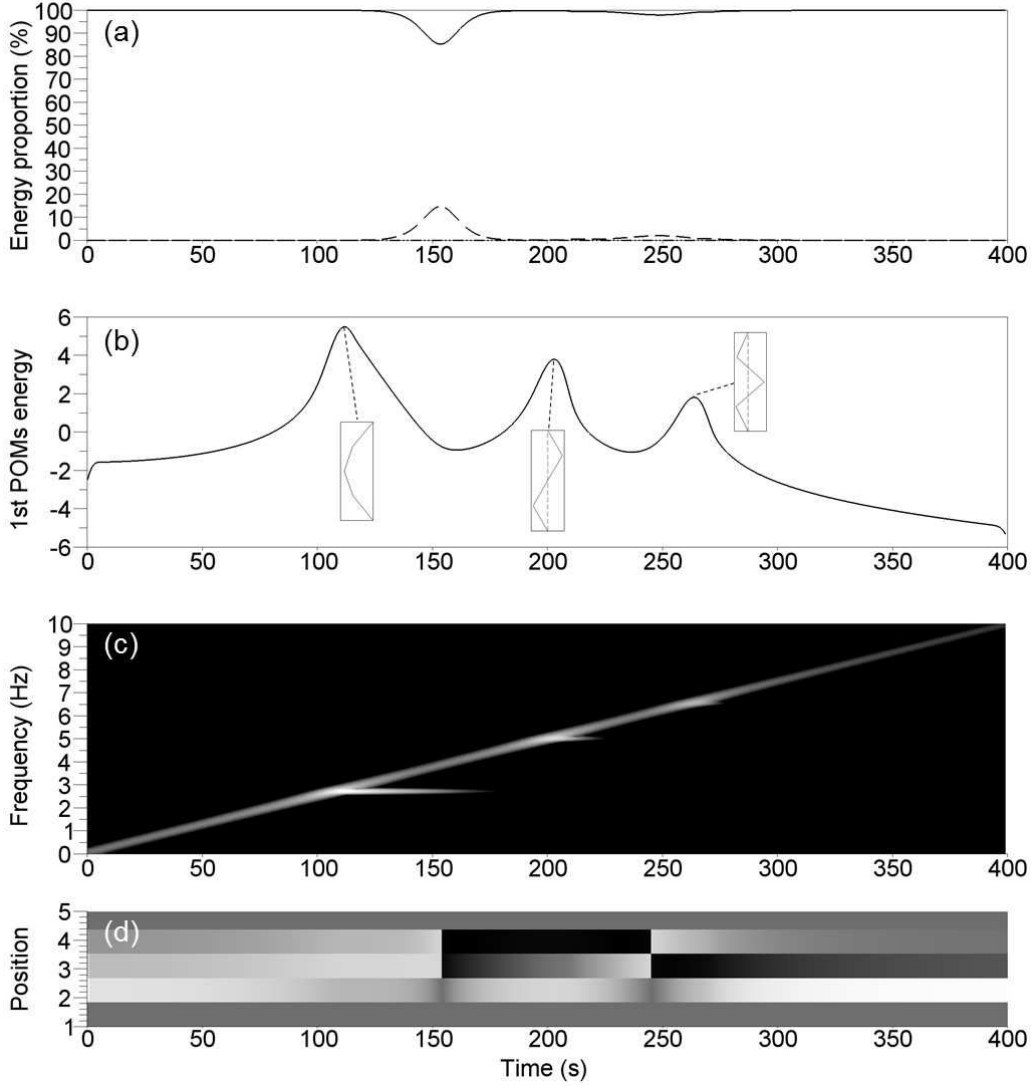


FIGURE III.4 – Analyse par SWPOD d'un test avec  $\xi_1=0,5\%$  et  $F_a=10\text{ N}$ . (a) Proportion d'énergie capturée par les trois premiers POMs  $\lambda_1^\tau / \sum_{i=1}^3 \lambda_i^\tau$  (ligne pleine),  $\lambda_2^\tau / \sum_{i=1}^3 \lambda_i^\tau$  (pointillés) et  $\lambda_1^\tau / \sum_{i=1}^3 \lambda_i^\tau$  (points). (b) Représentation de l'énergie capturée par le premier POM,  $\ln(\lambda_1^\tau)$ , en échelle logarithmique. (c) Représentation temps-fréquence de la première POC multipliée par les POV,  $\lambda_1^\tau \hat{G}_1(\tau, f)$ . (d) Evolution temporelle du premier POM, avec les deux extrémités : blanc (noir) pour des valeurs de déplacement hautes (basses), avec les extrémités donnant la couleur associée à un déplacement nul.

présents dans ce cas et de la complexité accrue du comportement du système, il est intéressant d'observer l'évolution des second et troisième POMs localisés, donnée en Figure III.6 avec leurs tracés temps-fréquence et temps-espace.

Comme montré sur la Figure III.5(a), la diminution de l'amortissement modifie fortement la répartition d'énergie entre les POMs localisés. Le partage d'énergie observé précédemment avec  $\xi_1=0,5\%$  à  $\tau=150\text{ s}$  a disparu et des partages d'énergie plus complexes sont apparus.

Sur la Figure III.5(b), les maxima d'énergie sont situés aux mêmes temps  $\tau_1=112\text{ s}$ ,  $\tau_2=203\text{ s}$  et  $\tau_3=264\text{ s}$  que précédemment, avec le premier POM localisé obtenu à ces temps encore une fois très proche des modes normaux du système linéaire sous-jacent.

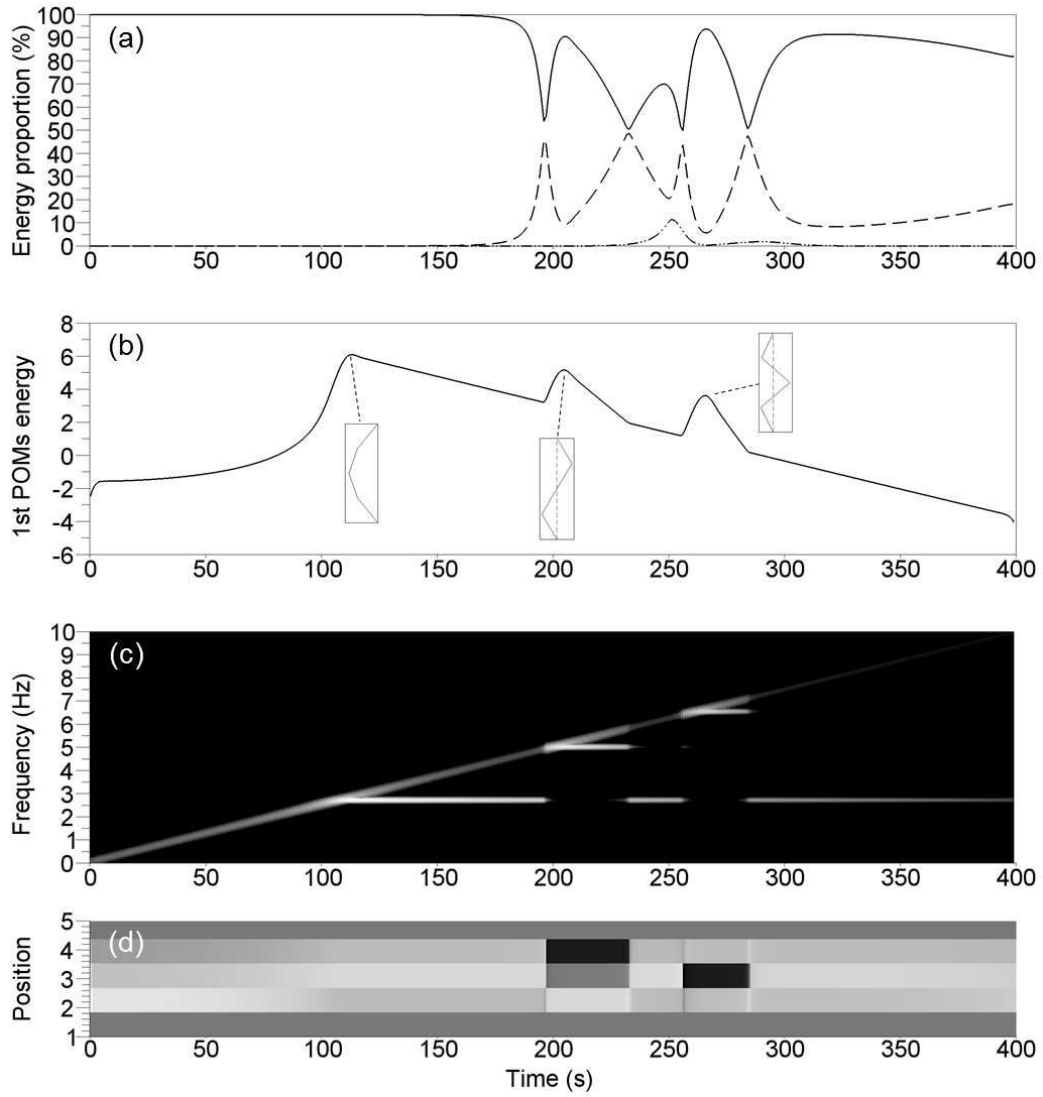


FIGURE III.5 – Résultats pour un test avec  $\xi_1 = 0,1\%$  et  $F_a = 10 \text{ N}$ . (a) Proportions d'énergie capturées par le premier (ligne pleine), second (pointillés) et troisième (points) POMs. (b) Energie capturée par le premier POM. (c) Représentation temps-fréquence de la première POC multipliée par sa POV associée  $\lambda_1^T \hat{G}_1(\tau, f)$ . (d) Evolution temporelle du premier POM  $\Phi_1^T$ .

Le tracé temps-fréquence (Figure III.5(c)) révèle que les lignes horizontales, initiées au passage des fréquences de résonance du système linéaire, persistent sur des intervalles de temps bien plus longs. Aux moments pour lesquels deux lignes horizontales sont présentes (après  $\tau = 200 \text{ s}$ ), l'énergie capturée par le premier POM est concentrée autour d'une de ces fréquences. On peut ainsi observer des alternances entre les trois lignes horizontales.

Les tracés temps-fréquence des second et troisième POMs sont donnés sur la Figure III.6(a,c). Il est à noter que l'énergie est, comme on pouvait s'y attendre, principalement localisée dans les intervalles de temps où un partage d'énergie entre POMs est présent (Figure III.5(a)). Ces deux cartographies temps-fréquence ont la même structure que celle du premier POM, avec la ligne oblique correspondant au sinus balayé et les lignes horizontales débutant au passage des fréquences de résonance. Des alternances entre les lignes horizontales (et celle oblique) peuvent là aussi être observées, dans un ordre opposé à celles du premier POM.

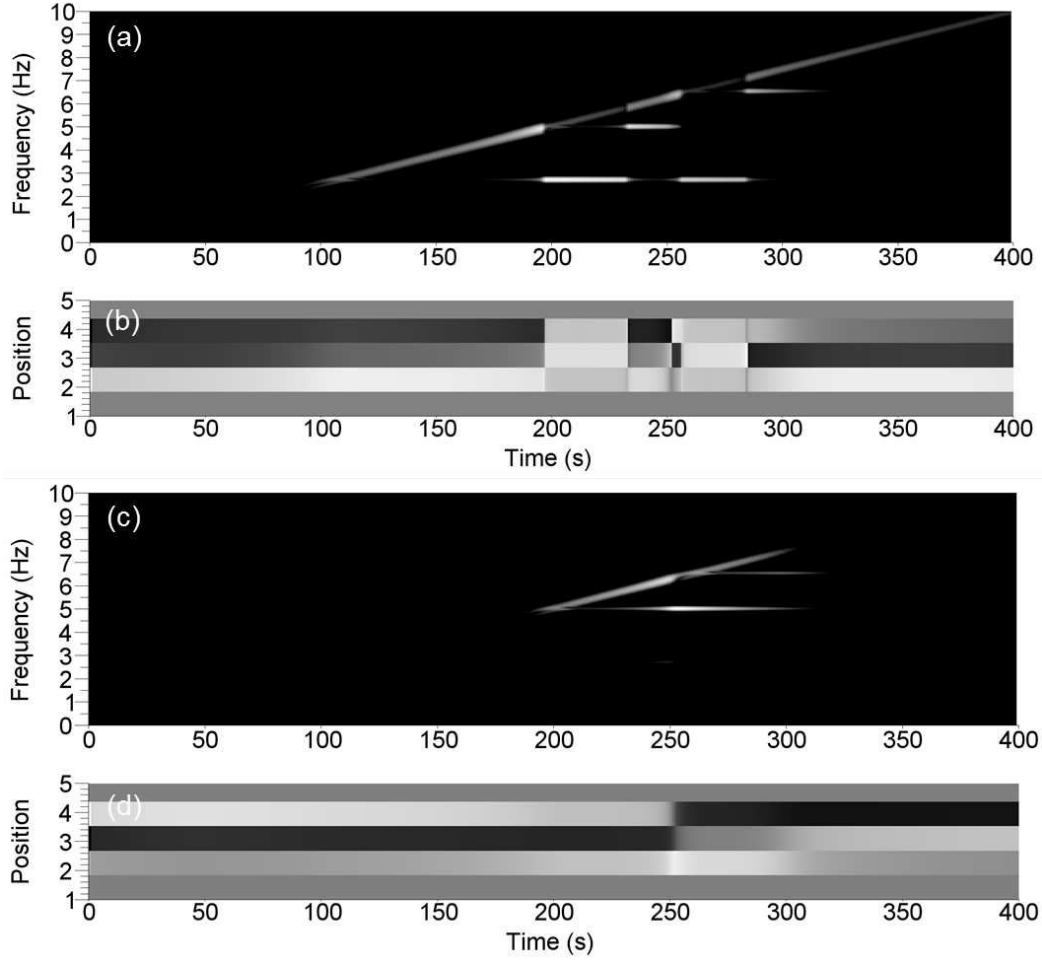


FIGURE III.6 – Résultats pour les second et troisième POMs d'un test avec  $\xi_1 = 0,1\%$  et  $F_a = 10N$ . (a) Représentation temps-fréquence de la seconde POC multipliée par sa POV associée  $\lambda_2^T \hat{G}_2(\tau, f)$ . (b) Evolution temporelle du second POM  $\Phi_2^T$ . (c) Représentation temps-fréquence de la troisième POC multipliée par sa POV associée  $\lambda_3^T \hat{G}_3(\tau, f)$ . (d) Evolution temporelle du troisième POM  $\Phi_3^T$ .

Dans les intervalles de temps où les lignes fréquentielles horizontales persistent, le diagramme temps-énergie (Figure III.5(b)) montre une décroissance linéaire de l'énergie, avec un changement de pente lors des alternances entre différentes lignes. Ces pentes sont fortement liées aux paramètres modaux du système et seront utilisées dans la partie suivante pour identifier l'amortissement modal du système.

Les tracés temps-espace (Figure III.5(d) et Figure III.6(b,d)) montrent que lorsqu'un POC a un contenu fréquentiel concentré sur une des lignes fréquentielles horizontales, le POM associé est proche d'un des modes normaux du système linéaire sous-jacent.

Dans cette partie, des observations globales sur les résultats ont été données. Dans la partie suivante, une analyse plus approfondie des résultats sera donnée, avec l'interprétation en détail des partages d'énergie observés et l'identification des fréquences de résonance, déformées modales et amortissements modaux du système.

### III.2.3.c Interprétation physique des simulations à faible amplitude

A partir de résultats présentés dans Markert et Seidler (2001), une solution analytique de l'Eq. (III.13) (en négligeant le terme non-linéaire) peut être écrite pour chaque composante modale  $q_i(t)$  :

$$q_i(t) = |Q_i(t)| \sin(\varphi(t) - \alpha_i(t)), \quad (\text{III.24})$$

avec  $\varphi(t)$  défini par l'Eq. (III.15) et  $Q_i(t) = |Q_i(t)|e^{-j\alpha_i(t)}$  une fonction complexe (non donnée ici). L'amplitude  $Q_i(t)$  a un maximum situé un peu après le passage du sinus balayé par la fréquence d'excitation  $\omega_i$ , qui caractérise la résonance du système. Après ce maximum, une oscillation basse-fréquence  $|Q_i(t)|$  apparaît, *qui peut être interprétée comme la superposition de deux parties de l'oscillation : des oscillations libres à la fréquence naturelle, démarrant lors du passage de la résonance, et des oscillations forcées à la fréquence d'excitation variable* (Markert et Seidler, 2001). Cette interprétation est en accord avec les résultats montrés dans les Figures III.4(c) et III.5(c) où la ligne oblique correspond aux oscillations forcées, avec une fréquence variable suivant le sinus balayé, et les lignes horizontales correspondent aux oscillations libres aux fréquences naturelles (fréquences de résonance) du système.

Le partage d'énergie sur la Figure III.4(a) vient ainsi de la transition entre les oscillations libres du premier mode et les oscillations forcées suivant le sinus balayé. De la même façon, les partages d'énergie sur la Figure III.5(a) apparaissent à cause des oscillations libres du système à différentes fréquences de résonance simultanément. Ces lignes horizontales, correspondant aux vibrations libres du système, sont bien amorcées au passage d'une résonance et persistent plus longtemps pour le deuxième test à cause du plus faible amortissement. Les changements soudains de déformée présents sur les tracés temps-espace Figure III.4(d), Figure III.5(d) et Figure III.6(b,d) apparaissent à ces transitions, quand le partage d'énergie est maximal.

Une fois ces interprétations prises en compte, le test à  $\xi_1=0,1\%$  (Figure III.5) peut alors être détaillé de la façon suivante. A partir de la première résonance du système à  $\tau_1=112s$ , le POM localisé le plus énergétique (premier POM) a pendant la majeure partie du test pour déformée le premier mode du système linéaire, comme montré sur la Figure III.5(d). Cela est dû à son très faible amortissement, qui crée une décroissance très lente de son oscillation libre après la résonance. Le premier POM localisé prend la forme du second et du troisième modes normaux linéaires à leurs résonances aux temps  $\tau_2=203s$  et  $\tau_3=264s$ . Les oscillations libres de ces deux modes décroissent plus rapidement que le premier à cause de leurs amortissements modaux plus élevés. Le premier POM reprend donc après quelques secondes la forme du premier mode normal linéaire, ses oscillations libres devenant plus importantes que celles des second et troisième modes. Lorsqu'un mode devient prépondérant par rapport aux autres, le POM le plus énergétique prend donc sa forme, donnant aux second et troisième POMs la forme des modes dont l'amplitude est plus faible.

Les différentes vitesses de décroissance des modes sont donc à l'origine des alternances observées sur les cartographies temps-fréquence. De plus, il faut ajouter que les différentes pentes observées sur le tracé temps-énergie Figure III.5(b), associées à la décroissance des oscillations libres des modes normaux linéaires, sont directement liées aux amortissements modaux de ces modes, comme montré dans la suite de cette partie.

L'identification des fréquences de résonance et déformées modales du système peut être effectuée en utilisant la SWPOD. En effet, les maxima locaux du premier POM localisé (qui correspondent aux maxima de  $|Q_i(t)|$ ) marquent les mouvements résonants du système, donnant ainsi accès aux fréquences de résonance et déformées modales. Si un maximum local apparaît



à  $\tau_i$ , la déformée modale associée peut alors être estimée par le vecteur  $\Phi_1^{\tau_i}$  et la fréquence de résonance par  $\arg \max_f \lambda_1^{\tau_i} \tilde{G}_1(\tau_i, f)$ . En utilisant les Figures III.4 et III.5, l'estimation des fréquences de résonance donne  $2,73 \text{ Hz}$ ,  $5,04 \text{ Hz}$  et  $6,57 \text{ Hz}$ . Les déformées modales ainsi obtenues sont  $\Phi_1^{\tau_1} = (0,70, 1, 0,71)^T$ ,  $\Phi_1^{\tau_2} = (1, 0, -1)^T$  pour les deux tests, avec  $\Phi_1^{\tau_3} = (0,74, -1, 0,69)^T$  quand  $\xi_1=0,5\%$  et  $\Phi_1^{\tau_3} = (0,73, -1, 0,70)^T$  quand  $\xi_1 = 0,1\%$ . Ces résultats sont très proches des modes normaux linéaires attendus, avec une légère asymétrie pour le troisième mode.

De plus, l'amortissement réduit de chaque mode peut aussi être identifié en utilisant les lignes fréquentielles horizontales. Elles correspondent en effet aux oscillations libres aux fréquences de résonance  $\omega_i$ , déclenchées lors du passage des résonances aux temps  $\tau_i$ . La composante modale associée à la fréquence  $\omega_i$  peut alors être approximée par :

$$q_i(t) = q_{i0} e^{-\xi_i \omega_i (t - \tau_i)} \cos(\sqrt{1 - \xi_i^2} \omega_i (t - \tau_i) + \alpha_{i0}), \quad (\text{III.25})$$

où  $q_{i0}$  et  $\alpha_{i0}$  sont des constantes imposées au moment du déclenchement de l'oscillation libre. Dans l'Eq. (III.25), le terme d'amortissement a été, de façon classique, remplacé par  $\frac{c_i}{2m} = 2\xi_i \omega_i$ . En supposant qu'au voisinage d'une résonance, le signal vectoriel fenêtré est réduit à  $\mathbf{S}^\tau(t) = \Psi_i q_i^\tau(t)$  où

$$q_i^\tau(t) = q_{i0} e^{-\frac{(t-\tau)^2}{2\sigma^2}} e^{-\xi_i \omega_i (t - \tau_i)} \cos(\sqrt{1 - \xi_i^2} \omega_i (t - \tau_i) + \alpha_{i0}), \quad (\text{III.26})$$

la SWPOD donne un POM localisé unique  $\Phi_1^\tau = \Psi_i$  dont la POV localisée associée est

$$\lambda_1^\tau = q_{i0} \int_0^T e^{-\frac{(t-\tau)^2}{\sigma^2}} e^{-2\xi_i \omega_i t} \cos^2(\sqrt{1 - \xi_i^2} \omega_i t + \alpha_{i0}) dt. \quad (\text{III.27})$$

A l'aide d'un changement de variables et de décompositions trigonométriques, l'Eq. (III.27) peut être écrite :

$$\lambda_1^\tau = e^{-2\xi_i \omega_i \tau} (c_0 + c_1 \cos(2\sqrt{1 - \xi_i^2} \omega_i \tau + \alpha_{i0}) + c_2 \sin(2\sqrt{1 - \xi_i^2} \omega_i \tau + \alpha_{i0})), \quad (\text{III.28})$$

où  $c_1$  et  $c_2$  sont des constantes très petites devant  $c_0$ . La POV  $\lambda_1^\tau$  peut alors être considérée comme proportionnelle à  $e^{-2\xi_i \omega_i \tau}$ . En utilisant une échelle logarithmique, l'évolution temporelle de ce terme correspond alors à une ligne droite de pente  $\alpha_i = -2\xi_i \omega_i$  dans le tracé temps-énergie. Cette propriété peut alors être utilisée pour identifier l'amortissement modal du système à partir des pentes observées.

Dans la Figure III.4(b), la pente présente après le premier maximum local correspond à la décroissance exponentielle du premier mode (associée à la ligne horizontale sur la Figure III.4(c)). A l'aide d'une régression linéaire, cette pente a été estimée à  $\alpha_1 = -0,166$  et utilisée pour obtenir l'amortissement réduit du premier mode, donnant ainsi la valeur  $\xi_1 = \alpha_1 / (2\omega_1) = 0,486$ , qui est très proche de celle théorique  $\xi_1 = 0,5$ . Dans la Figure III.5(b), les pentes présentes après les trois maxima correspondent aux décroissances des trois modes linéaires. Ces pentes ont été estimées à  $\alpha_1 = -0,034$ ,  $\alpha_2 = -0,117$  et  $\alpha_3 = -0,199$  et ont permis d'obtenir les amortissements réduits  $\xi_1 = \alpha_1 / (2\omega_1) = 0,099\%$ ,  $\xi_2 = \alpha_2 / (2\omega_2) = 0,185\%$  et  $\xi_3 = \alpha_3 / (2\omega_3) = 0,241\%$ . Ces valeurs sont là aussi très proches de celles théoriques  $\xi_1 = 0,1\%$ ,  $\xi_2 = 0,185\%$  et  $\xi_3 = 0,242\%$ .

La SWPOD est donc bien une méthode d'analyse permettant l'identification des paramètres modaux d'un système linéaire à partir d'essais en sinus balayé. Lors de l'analyse de la simulation à très faible amortissement, elle a aussi montré une bonne capacité à discerner des comportements fréquentiels et spatiaux complexes.

### III.2.4 Résultats obtenus par SWPOD à forts niveaux d'excitation (comportement non-linéaire)

Dans cette section, des tests à forte amplitude d'excitation seront analysés, avec un amortissement réduit  $\xi_1 = 0,5\%$ . Un comportement non-linéaire du système est attendu en se plaçant à des amplitudes d'excitation élevées.

#### III.2.4.a Analyse d'une simulation à forte amplitude par SWPOD

Un premier test a été conduit avec une amplitude d'excitation  $F_a = 500$  N. Les résultats obtenus par SWPOD sont donnés en Figure III.7 et Figure III.8.

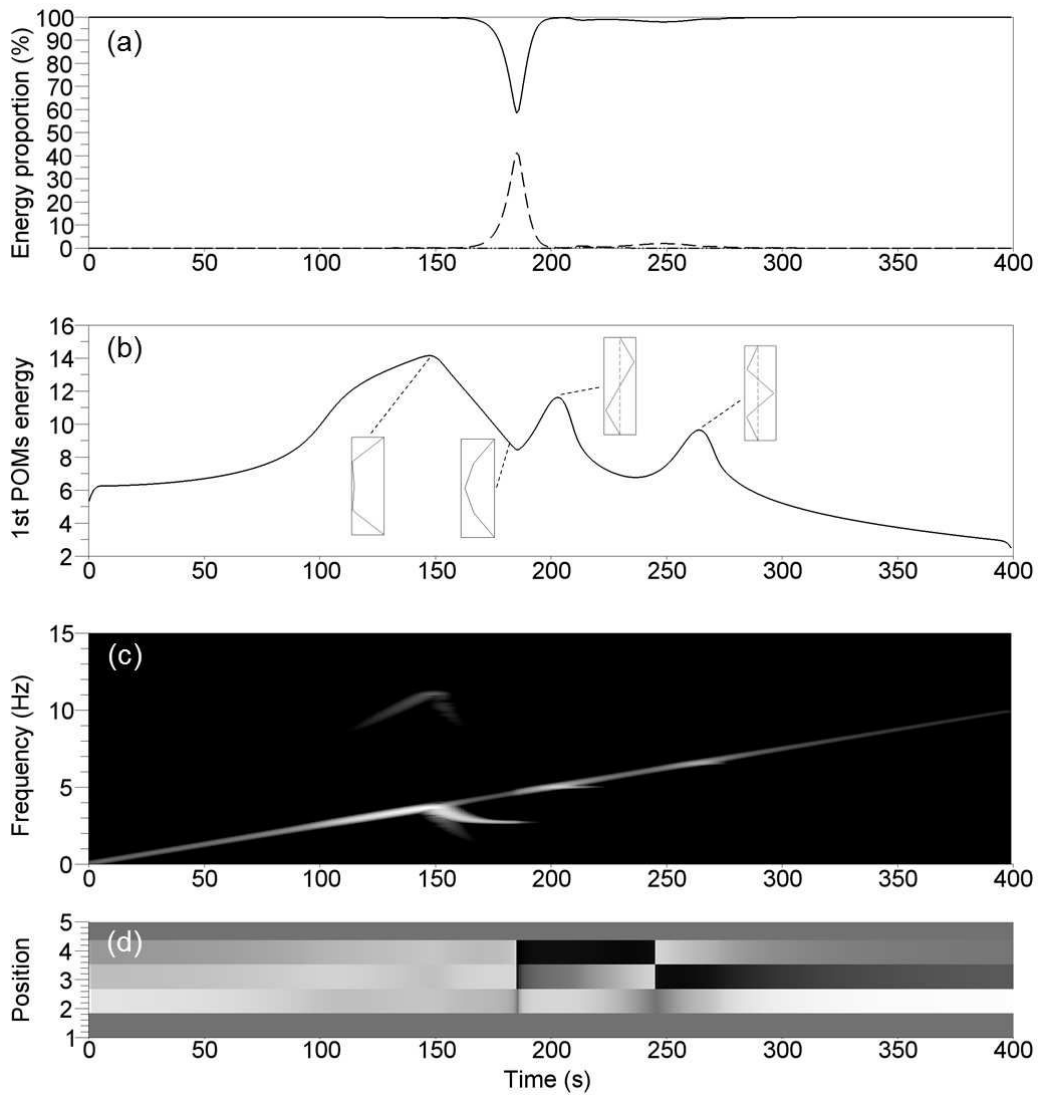


FIGURE III.7 – Résultats pour un test avec  $\xi_1 = 0.5\%$  et  $F_a = 500$  N. (a) Proportions d'énergie capturées par le premier (ligne pleine), second (pointillés) et troisième (points) POMs. (b) Energie capturée par le premier POM. (c) Représentation temps-fréquence de la première POC multipliée par sa POV associée  $\lambda_1^T \hat{G}_1(\tau, f)$ . (d) Evolution temporelle du premier POM  $\Phi_1^T$ .

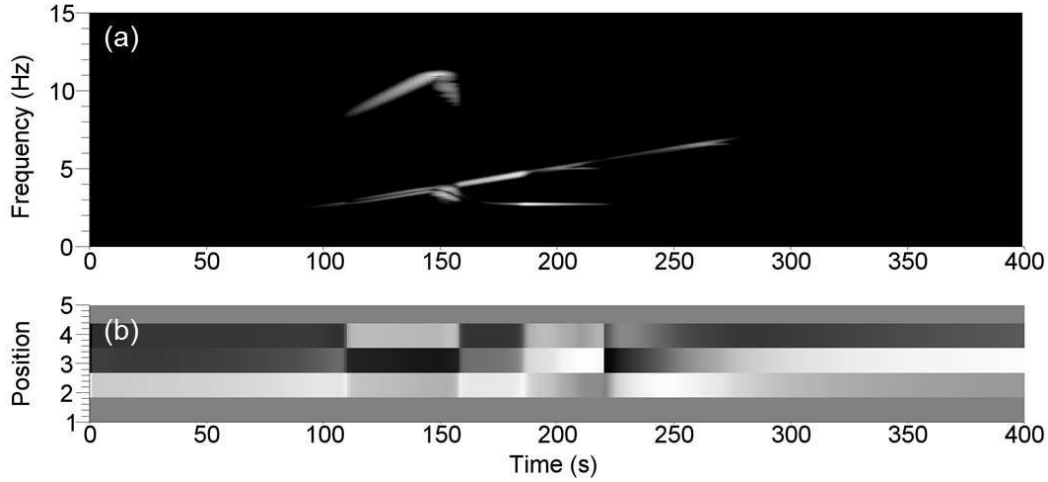


FIGURE III.8 – Résultats pour le second POM d'un test avec  $\xi_1 = 0,1\%$  et  $F_a = 10 \text{ N}$ . (a) Représentation temps-fréquence de la seconde POC multipliée par sa POV associée  $\lambda_2^\tau \hat{G}_2(\tau, f)$ . (b) Evolution temporelle du second POM  $\Phi_2^\tau$ .

Les proportions d'énergie capturées par les trois POMs sont données sur la Figure III.7(a), montrant des résultats similaires à ceux obtenus à faible amplitude, avec un POM dominant pendant la plupart du test. A l'aide de la Figure III.7(b), les trois résonances peuvent maintenant être observées aux temps  $\tau_1 = 147 \text{ s}$ ,  $\tau_2 = 203 \text{ s}$  et  $\tau_3 = 264 \text{ s}$ , donnant les fréquences de résonance  $3,66 \text{ Hz}$ ,  $5,04 \text{ Hz}$  et  $6,57 \text{ Hz}$ . Le premier POM localisé obtenu à ces temps est montré, dont les valeurs sont  $\Phi_1^{\tau_1} = (1, 0.94, 1)^T$ ,  $\Phi_1^{\tau_2} = (1, 0, -1)^T$  et  $\Phi_1^{\tau_3} = (0.74, -1, 0.69)^T$ . En comparaison avec les tests à faible amplitude, la première résonance a donc été décalée dans le temps (voir Figure III.4(b)). La fréquence de résonance du premier mode est ainsi plus élevée que dans le cas linéaire et la déformée obtenue à la résonance est maintenant très différente du premier mode normal du système linéaire sous-jacent. Ces résultats sont tout à fait en accord avec le phénomène de raidissement causé par la non-linéarité. La seconde résonance n'est par contre pas affectée par la non-linéarité à cause de la position de cette dernière sur un noeud du second mode. La troisième résonance semble elle aussi ne pas être affectée, mais le serait à des amplitudes d'excitation plus élevées. Dans la partie suivante, les mouvements résonants du système seront étudiés dans la perspective des modes normaux non-linéaires (NNM) du système autonome faiblement amorti associé, en terme de fréquences et de déformées modales.

La cartographie temps-fréquence (Figure III.7(c)) comporte ici encore la ligne oblique représentant le sinus balayé, mais après la première résonance, la ligne horizontale observée précédemment est maintenant remplacée par une ligne courbe. Cette ligne courbe montre un contenu fréquentiel décroissant jusqu'à atteindre la première fréquence de résonance du système linéaire sous-jacent. Comme dans les cas précédents, cette ligne courbe représente l'oscillation libre suivant la première résonance du système. Au cours de l'atténuation de cette oscillation, la diminution de la fréquence de vibration est couplée à une modification de la déformée comme montré sur la Figure III.7(c) pour  $\tau \in [147, 173]$ . Le POM localisé obtenu aux deux extrémités de cette oscillation libre est donné sur la Figure III.7(b). Le premier est la déformée obtenue à la résonance, modifiée par la non-linéarité, et la déformée obtenue à  $\tau = 173 \text{ s}$  est celle du premier mode du système linéaire. Il est donc très intéressant de constater que lorsque l'amplitude de l'oscillation libre suivant la première résonance devient faible, le système retrouve son comportement linéaire.

Il est aussi à noter que la décroissance de l'amplitude de l'oscillation libre est dans ce cas aussi linéaire dans le tracé temps-énergie en Figure III.7(b). La valeur de la pente est ici  $\alpha_1 = -0,164$ , qui reste la même que dans le cas à faible amplitude ( $\alpha_1 = -0,165$  dans le cas d'un comportement linéaire). Le premier mode non-linéaire décroît donc avec la même vitesse que celui linéaire, sans être impacté par la relation de dépendance amplitude-fréquence de résonance.

Le tracé temps-fréquence (Figure III.7(c)) montre aussi un contenu fréquentiel dans la troisième harmonique, dû au comportement non-linéaire du système. Il est à noter que cette harmonique est principalement capturée par le second POM, comme montré dans la figure Figure III.8.

### III.2.4.b Interprétation physique des résultats de la SWPOD à fortes amplitudes

L'analyse précédente a été répétée pour 33 niveaux d'excitation  $F_a$  variant de 10 N à 10000 N. Pour chaque amplitude, les résonances ont été détectées (aux temps  $\tau_i$ ) et caractérisées comme décrit dans la Section III.2.3.c, en termes de fréquence de résonance ( $\arg \max_f \lambda_1^{\tau_i} \tilde{G}_1(\tau_i, f)$ ) et déformée ( $\Phi_1^{\tau_i}$ ). Les résultats obtenus sont synthétisés sur la Figure III.9 dans un tracé fréquence-déplacements où pour chaque masse, le déplacement maximum est estimé à partir de l'Eq. (III.4) (réduite au premier terme) et  $\tau = \tau_i$ . Les résultats obtenus sont comparés aux NNM obtenus en appliquant la HBM et la MAN avec 9 harmoniques. Le second NNM coïncide avec le second mode du système linéaire sous-jacent et est représenté dans la Figure III.9 par une ligne verticale à  $f_2^0 = 5,03$  Hz pour la masse 1 et un déplacement nul pour la masse 2.

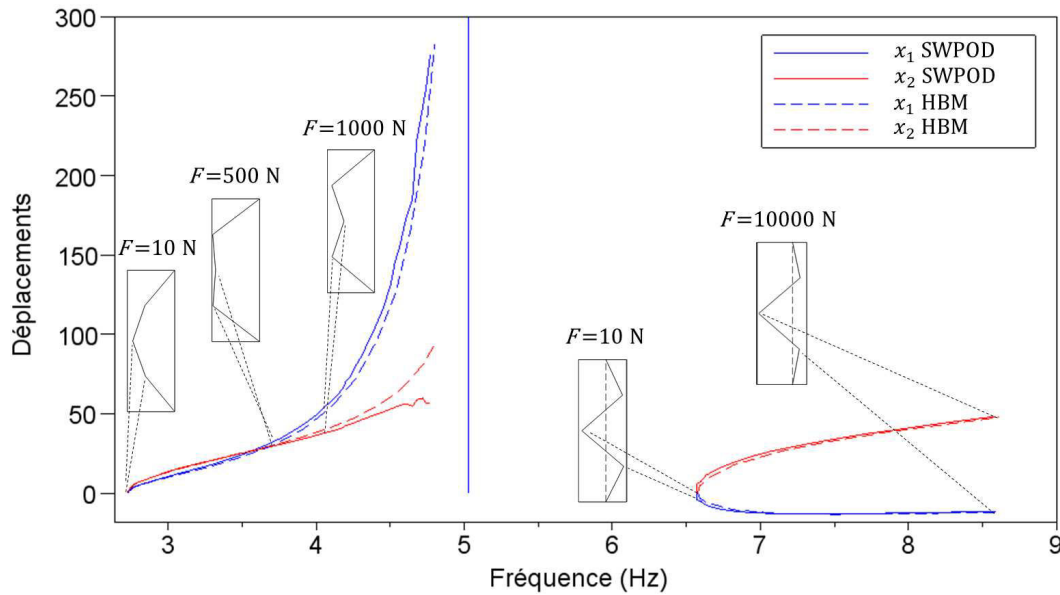


FIGURE III.9 – Tracé fréquence-déplacement maximum : déplacements de la première et de la seconde masses en fonction des fréquences de résonance associées, obtenus à partir des simulations analysées par SWPOD (ligne pleine) et la HBM (pointillés). Les déformées obtenues à la résonance sont données pour quelques amplitudes d'excitation.

L'analyse par SWPOD des simulations reproduit donc bien le troisième NNM, ainsi que le premier tant que l'amplitude d'excitation reste relativement faible. Concernant le premier NNM, les différences n'apparaissent en effet qu'à fortes amplitudes d'excitation (fortes valeurs de déplacement et de fréquence, pour lesquelles les harmoniques supérieures ont un fort impact

sur le déplacement de la seconde masse). A titre d'information, quelques déformées obtenues aux résonances dans ce domaine de validité sont données sur la Figure III.9, avec leurs amplitudes d'excitation correspondantes. La SWPOD est donc capable, en utilisant la méthode d'identification proposée, d'identifier les NNMs d'un système tant que la première harmonique est dominante, c'est-à-dire tant que le NNM peut être capturé par le premier POM localisé dans l'expansion (III.4). Un moyen d'améliorer l'identification des NNMs est cependant à l'étude, tirant avantage des POMs moins énergétiques obtenus autour des résonances afin de prendre en compte les harmoniques supérieures.

Les résultats de l'application de la SWPOD à ces simulations ont été publiés dans un journal (Clement et al., 2014 -a) et présentés en conférence (Clement et al., 2014 -b).

La SWPOD a montré de bons résultats pour les simulations précédentes, mais il faut noter que la méthode utilisée pour détecter les résonances est particulièrement efficace grâce à l'utilisation d'une force à amplitude constante. En effet, de cette façon, les résonances sont marquées par des pics de déplacement de la structure, et peuvent être détectées par des pics de la première POV. Dans le cas d'un sinus balayé à amplitude de déplacement constante, il n'est plus possible de détecter les résonances de cette façon, puisque les résonances ne sont plus caractérisées par des pics de déplacement. Ce phénomène pourra être observé dans le Chapitre 4, avec les résultats de l'application de la SWPOD aux essais DEDALE. En effet, pour ces essais, un assemblage combustible est excité en imposant le déplacement d'une de ses grilles.

Enfin, la mesure d'accélération étant très commune dans des applications pratiques, une étude théorique de l'application de la SWPOD à un champ d'accélération serait intéressante. Dans le Chapitre 4, la SWPOD sera appliquée à un champ d'accélération d'une structure suivant un sinus balayé en force. Nous verrons que le passage d'un champ de déplacements à un champ d'accélération complique l'analyse des résultats obtenus.

## Bilan du chapitre

Dans ce troisième chapitre, la méthode d'analyse appelée SWPOD pour Sliding Window Proper Orthogonal Decomposition a été présentée, avec sa formulation mathématique et les détails de son application pratique. Cette méthode permet d'obtenir, à partir d'un signal à plusieurs composantes, l'évolution temporelle de ses structures principales et de son contenu fréquentiel. La SWPOD peut être appliquée à tout type de signal et l'a ici été aux déplacements d'un système non-linéaire à trois degrés de liberté, obtenus par simulation. Ce système a été soumis à des balayages fréquentiels linéaires en force imposée, pour différentes amplitudes d'excitation.

A faible amplitude, le comportement du système s'est révélé linéaire et les modes normaux linéaires du système ont pu être identifiés en utilisant la SWPOD. Les fréquences de résonance, déformées modales et amortissements modaux ont ainsi pu être obtenus à partir d'essais simulés de sinus balayé. Pour de plus fortes amplitudes d'excitation, le système a montré un comportement non-linéaire. A partir d'essais de sinus balayés à plusieurs amplitudes, les fréquences de résonance et déformées modales ont été obtenues en fonction de l'amplitude d'excitation. Les résultats obtenus ont été comparés à ceux déduits d'une analyse théorique par équilibrage harmonique. Ces comparaisons ont montré une bonne identification des modes non-linéaires à l'aide de la SWPOD pour des amplitudes d'excitation modérées.

# Chapitre IV

## Quelques applications expérimentales de la SWPOD

Dans le chapitre précédent, la SWPOD (Sliding Window Proper Orthogonal Decomposition) a été présentée et appliquée à des simulations d'un système non-linéaire à trois degrés de liberté. Dans ce chapitre, elle est appliquée dans un premier temps à des essais de vibration d'un tube en U de générateur de vapeur. On cherche à montrer l'apparition d'une résonance interne provoquant un mouvement dans le plan du tube, à des fréquences plus élevées que celle d'excitation. La SWPOD est donc utilisée pour repérer les mouvements à haute fréquence et observer si des déformées particulières sont obtenues dans ces cas. Dans un second temps, la SWPOD est appliquée à des essais de vibration d'un assemblage combustible sous écoulement, décrits au Chapitre 2 (partie confidentielle). La SWPOD est utilisée pour obtenir les déformées de l'assemblage combustible en fonction du temps, et en particulier au passage des résonances, afin de pouvoir les comparer en fonction de la vitesse d'écoulement.

### IV.1 Application à des essais vibratoires sur un tube GV

#### IV.1.1 Présentation des essais

Dans les REP, les générateurs de vapeur (GV) sont l'interface entre les circuits primaire et secondaire. L'eau chaude provenant du coeur s'écoule dans des tubes en forme de "U" renversé et l'eau du circuit secondaire s'écoule à l'extérieur de ces tubes, se vaporisant sous l'échauffement apporté par l'eau chaude du primaire. Ces tubes sont au nombre de 3500 à 5600 selon le modèle de réacteur et forment un élément essentiel de la sûreté d'un réacteur, puisqu'ils isolent le circuit primaire (radioactif) du circuit secondaire (inerte). Afin de garder les tubes en position, des plaques entretoises sont réparties sur leur hauteur. Des schémas d'une centrale et d'un générateur de vapeur sont donnés en Figure IV.1.

L'écoulement d'eau du secondaire à travers les tubes est sous forme diphasique (mélange eau/vapeur), et des phénomènes d'instabilité fluide-élastique peuvent survenir pour des vitesses critiques du fluide. Les tubes peuvent alors entrer en résonance, vibrant à leur fréquence propre avec de fortes amplitudes. Ces fortes vibrations entraînent une usure des tubes pouvant mener à leur rupture. Ces phénomènes ont été largement étudiés (JSME, 2002) et sont pris en compte dans la conception des GV, mais seul un mouvement hors-plan des tubes est considéré, car les

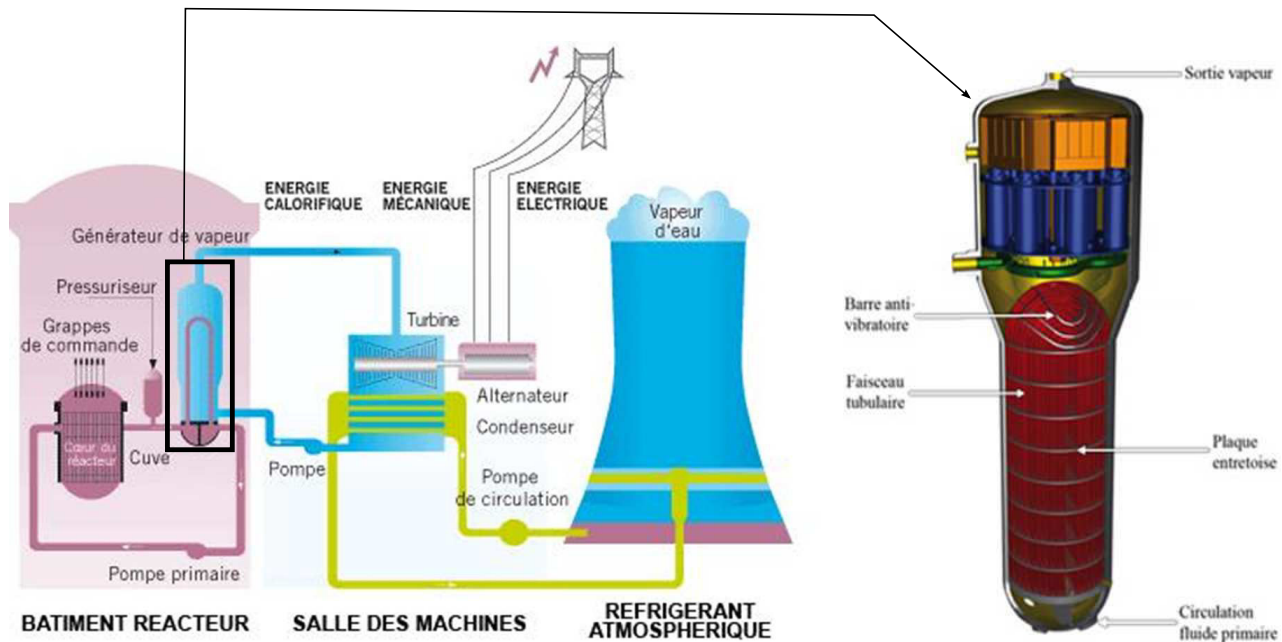


FIGURE IV.1 – Schéma d'une centrale et d'un générateur de vapeur

mouvements dans le plan ne se produisent qu'à des fréquences de résonance élevées.

Cependant un accident à la centrale de San Onofre aux Etats-Unis, où des tubes en U ont été fracturés, semble montrer des ruptures dues à des mouvements des tubes dans le plan (MHI, 2013). Ces mouvements dans le plan pourraient provenir de phénomènes non-linéaires causés par les chocs au niveau des plaques entretoises.

Un modèle non-linéaire a été développé dans Moussi (2013), révélant l'apparition d'une résonance interne permettant un mouvement dans le plan, même pour de faibles fréquences d'excitation. Le calcul des modes non-linéaires a été réalisé en combinant l'équilibrage harmonique (EH) et la méthode asymptotique numérique (MAN), formant une méthode appelée EHMAN. Les modes propres obtenus sont donnés en Figure IV.2.

On peut observer que le premier mode est bien hors plan, c'est donc celui principalement attendu lors de l'excitation des tubes par le fluide. Cependant, en suivant la branche du premier mode avec la méthode EHMAN, une résonance interne a été observée, comme montré sur la Figure IV.3 (gauche). L'obtention de ce résultat est détaillée dans (Moussi, 2013).

L'apparition du mode 6 pour de fortes énergies pourrait donc expliquer des mouvements dans le plan des tubes en U présents dans les centrales. Des essais ont été réalisés à EDF par Mathieu Corus, mettant en vibration une portion d'un tube (2 m de long environ) avec une plaque entretoise, afin d'observer l'apparition de cette résonance interne.

Le tube est excité à un de ses pieds avec un pot vibrant, imposant une accélération suivant un balayage fréquentiel. Le mouvement imposé est horizontal, avec un angle de  $45^\circ$  par rapport au plan du tube, pour ne favoriser ni des mouvements hors-plan, ni dans le plan. 12 accéléromètres mesurent les accélérations du tube dans les 3 directions. La Figure IV.4 représente le dispositif expérimental.

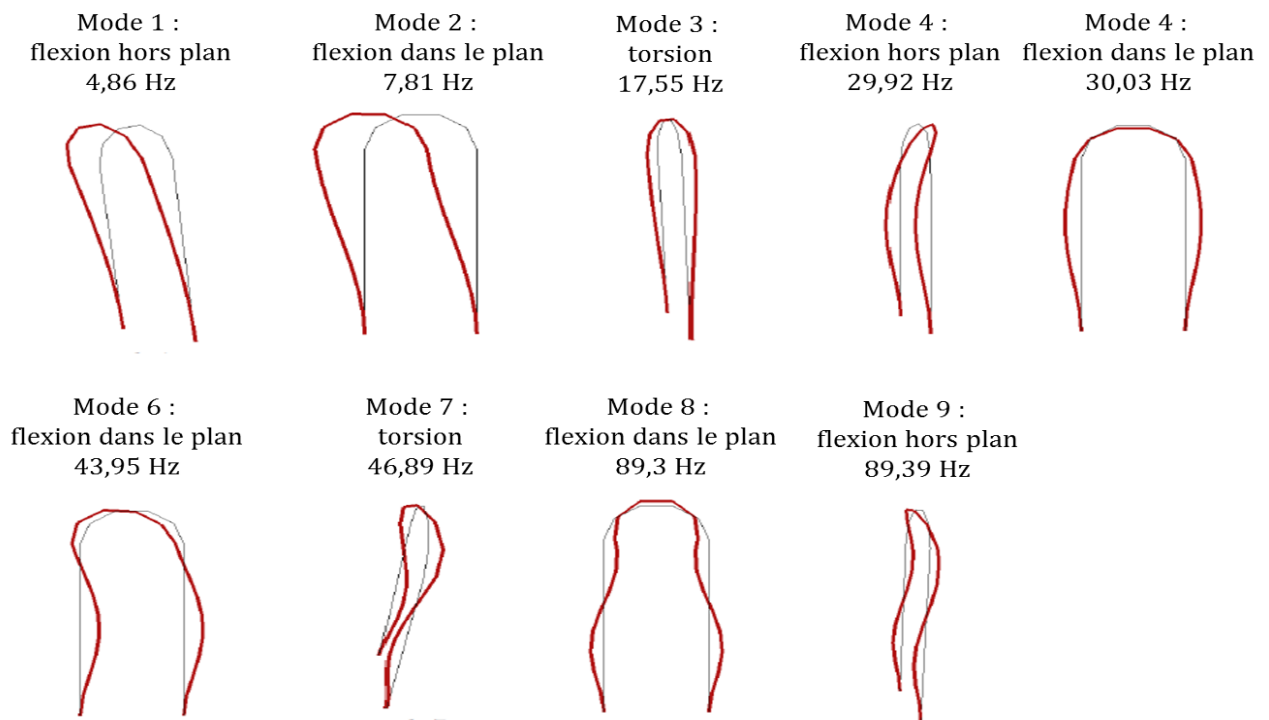


FIGURE IV.2 – Modes propres d'un tube en U

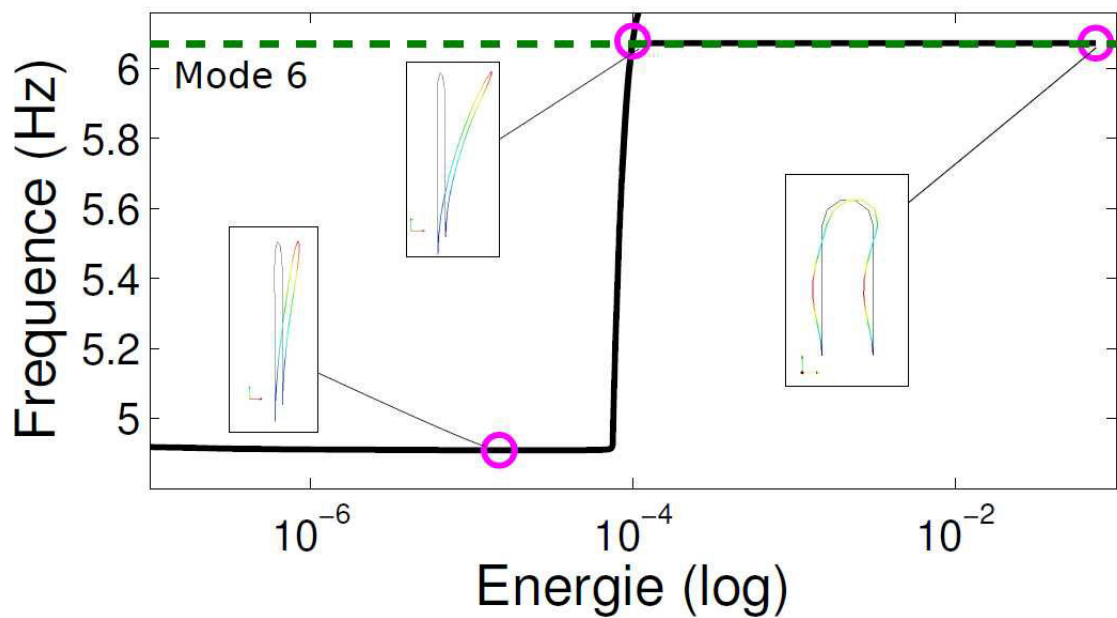


FIGURE IV.3 – Diagramme énergie-fréquence du premier mode, avec une résonance interne issue d'une bifurcation.



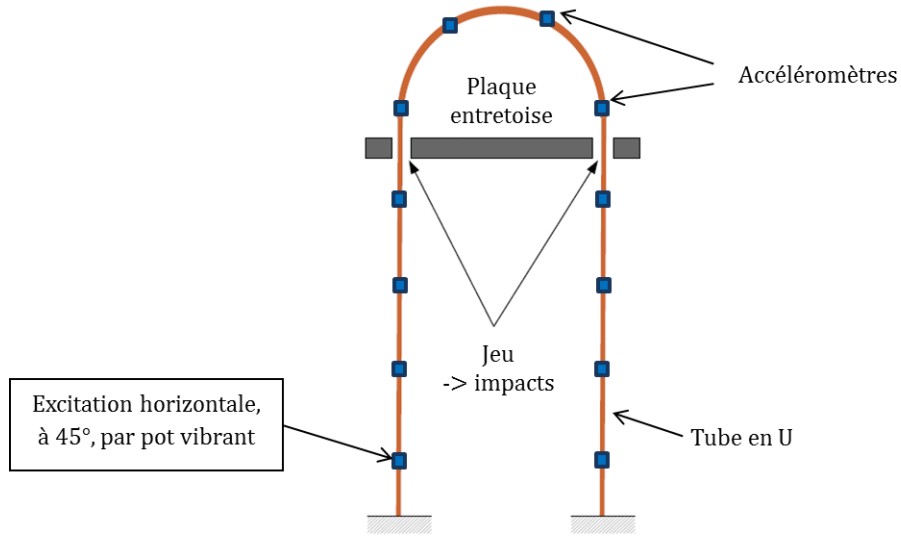


FIGURE IV.4 – Schéma du dispositif expérimental mettant en vibration un tube en U.

### IV.1.2 Résultat des analyses par SWPOD

L'essai étudié est constitué d'un balayage linéaire de 4 à 9  $Hz$  sur 490  $s$ . Les signaux des 36 accéléromètres ont été échantillonnés à 256  $Hz$ . Les accélérations ont été étudiées directement, sans être intégrées, car la présence de chocs rend l'intégration des signaux difficile. La SWPOD est appliquée à ces 36 signaux, en prenant 480 fenêtres d'analyse d'une durée de 5  $s$ . Les résultats obtenus pour le premier POM sont donnés en Figure IV.5.

On peut observer sur les courbes de partage d'énergie (Figure IV.5 (a)) qu'un fort partage d'énergie entre POMs est présent, par rapport aux résultats obtenus au Chapitre 3. Cela est dû aux nombreuses harmoniques présentes dans le signal causées par les chocs du tube sur la plaque entretoise. Il est important de préciser qu'en analysant les accélérations et non les déplacements, les hautes harmoniques sont surreprésentées. En effet, si on prend un déplacement sinusoïdal  $x(t) = X \sin(\omega t + \varphi)$ , son accélération est  $a(t) = -X\omega^2 \sin(\omega t + \varphi)$ . Lorsque l'on applique la POD à un signal composé d'accélérations, le terme en  $\omega^2$  se retrouve donc dans l'énergie capturée par un POM,  $\lambda_i$ . Cela augmente alors la proportion d'énergie capturée par une composante à haute fréquence, par rapport à une composante à basse fréquence.

On peut en déduire qu'en suivant un balayage linéaire en fréquence à amplitude constante, l'énergie  $\lambda_1^T$  évoluerait en fonction du temps en suivant  $\omega^2$ . Sur une échelle logarithmique, cela revient à obtenir une droite. Or on peut observer sur la Figure IV.5 (b) une droite ascendante à partir de 150  $s$  jusqu'à 490  $s$ , coupée par des plateaux d'énergie élevée. On peut donc supposer qu'au cours de ces plateaux de forte énergie, des chocs se produisent, apportant un contenu vibratoire à haute fréquence. Et lorsque l'énergie suit la droite, le tube vibre à la fréquence imposée par le balayage fréquentiel.

L'observation de la cartographie temps-fréquence, donnée en Figure IV.5 (c), confirme ces hypothèses. En effet, on voit que de l'énergie est transférée aux hautes harmoniques lors des plateaux cités précédemment, et que le système vibre à la fréquence du sinus balayé quand l'énergie suit la droite sur la Figure IV.5 (b). Quatre types de comportements particuliers

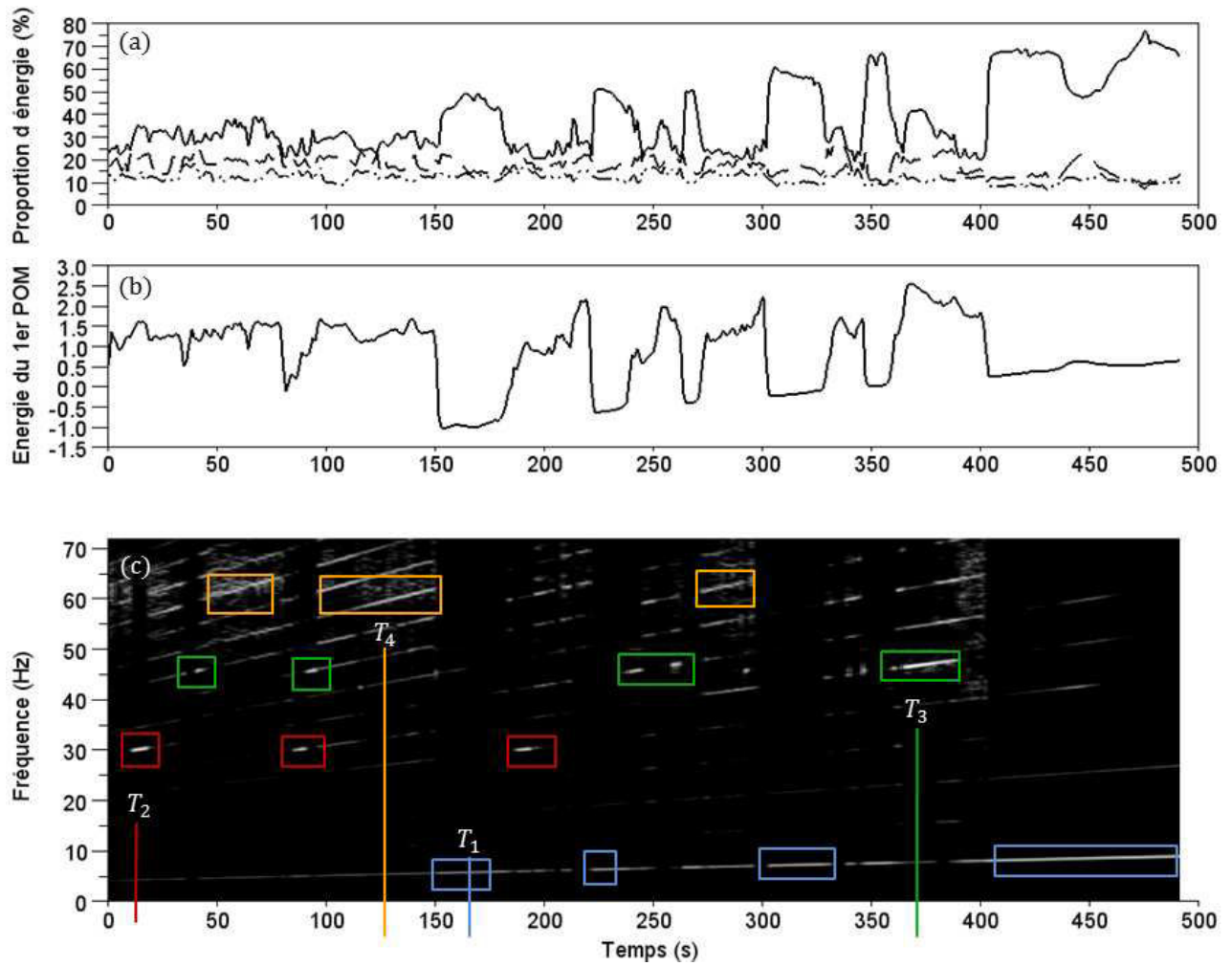


FIGURE IV.5 – Résultats de vibration d'un tube en U. (a) Proportions d'énergie capturées par le premier (ligne pleine), second (pointillés) et troisième (points) POMs. (b) Energie capturée par le premier POM (échelle log). (c) Représentation temps-fréquence de la première POC multipliée par sa POV associée  $\lambda_1^T \hat{G}_1(\tau, f)$

ressortent de la cartographie, mis en évidence par des cadres de couleur aux fréquences où ils apparaissent. Le type 1, en bleu, correspond aux moments où le système vibre principalement à la fréquence imposée par le sinus balayé. Le type 2, en rouge, correspond à des vibrations autour de 30  $Hz$ . Le type 3, en vert, correspond à des vibrations entre 45 et 48  $Hz$ . Le type 4, en orange, correspond à des vibrations autour de 60  $Hz$ .

Pour chacun de ces types, une déformée particulière est obtenue, quel que soit le temps observé. Ne pouvant pas représenter tous les POMs obtenus en fonction du temps, des déformées associées à ces quatre types de comportements sont données pour les temps  $T_1$ ,  $T_2$ ,  $T_3$  et  $T_4$  sur la Figure IV.6.

Sur la Figure IV.6, pour chaque temps  $T_i$ , le premier POM est représenté dans le plan du tube (au-dessus) et perpendiculairement au plan du tube (en-dessous) afin de pouvoir observer clairement la déformée en 3D du tube. La proportion d'énergie capturée par ce premier POM est aussi donnée, ainsi que la fréquence principale de l'évolution temporelle du POM.

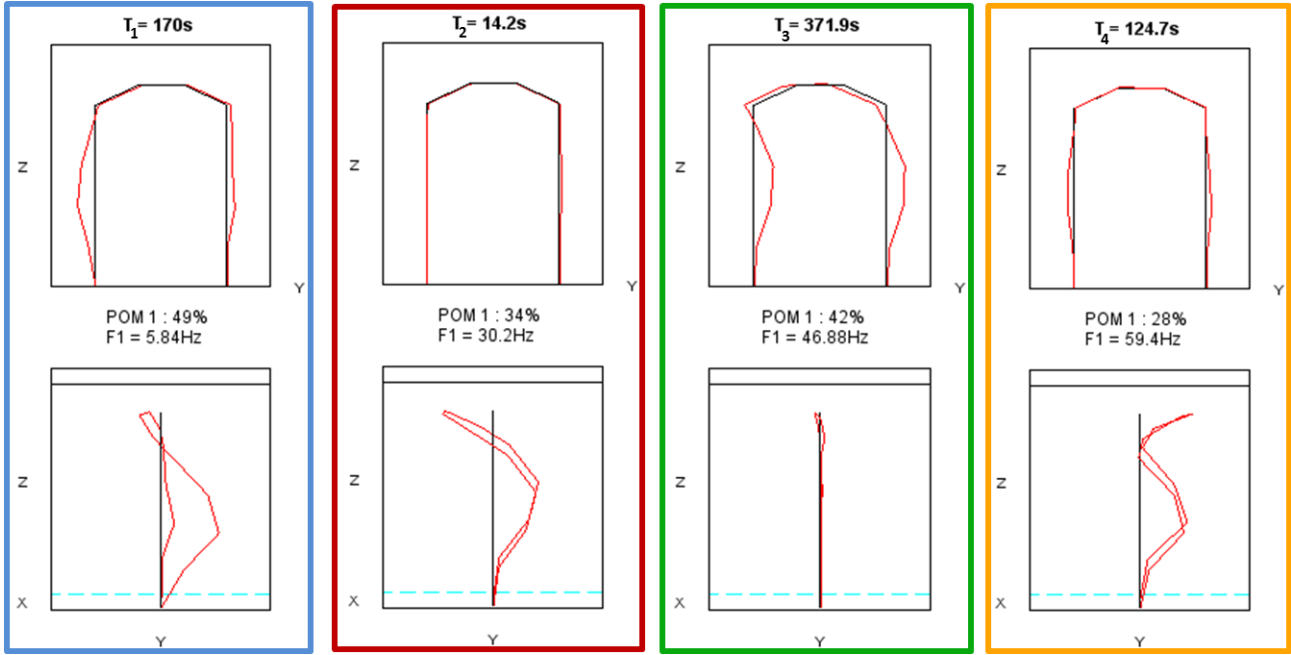


FIGURE IV.6 – Premier POM obtenu pour les temps  $T_1$ ,  $T_2$ ,  $T_3$  et  $T_4$ , avec le pourcentage d'énergie capturé par ce POM et sa fréquence principale

Pour le type 1 (exemple à  $T_1=170s$ ), on peut observer une déformation principalement localisée au niveau du pied excité, proche de la déformée statique du tube. A ce temps  $T_1$ , la fréquence principale de vibration est de 5,84 Hz. Le comportement de type 1 se caractérise par une vibration du tube à la fréquence d'excitation, avec une déformée proche de celle statique.

Pour le type 2 (exemple à  $T_2=14,2s$ ), le tube vibre principalement à une fréquence proche de 30 Hz, avec une déformée ressemblant fortement au mode 4 théorique (voir Figure IV.2). La fréquence et la déformée correspondent bien au mode 4 théorique, qui apparaît ponctuellement trois fois au cours de l'essai, lorsque les 5<sup>ième</sup>, 6<sup>ième</sup> et 7<sup>ième</sup> harmoniques du sinus balayé passent par la fréquence de 30 Hz.

Pour le type 3 (exemple à  $T_3=370s$ ), le tube vibre principalement à une fréquence proche de 47 Hz. La déformée est alors complètement comprise dans le plan du tube, avec une déformée très proche de celle du mode 6 théorique. La fréquence théorique du mode 6 est de 43,95 Hz, un peu plus faible que celle observée ici. On peut tout de même voir que le mouvement apparaît bien clairement, en particulier entre 360 et 400s lorsque la 6<sup>ième</sup> harmonique traverse 47 Hz. Il apparaît aussi ponctuellement aux moments où les 10<sup>ième</sup>, 9<sup>ième</sup> et 7<sup>ième</sup> harmoniques passent cette fréquence.

Pour le type 4 (exemple à  $T_4=124,7s$ ), une déformée ne correspondant à aucun mode théorique apparaît comme étant majoritaire, avec une fréquence de vibration autour de 60 Hz. Cette déformée se retrouve à d'autres moments de l'essai, avec une fréquence autour de 60 Hz, et semble donc être significative. Celle-ci n'est pas encore expliquée mais son observation est intéressante.

Les déformées n'ont été représentées que pour quatre temps ici, mais elles peuvent l'être pour les 480 pas de temps de l'analyse. On peut alors obtenir un "film" représentant, en fonction du temps, l'évolution des déformées majoritaires avec leur fréquence principale de vibration.

Compte tenu de la forte proportion d'énergie capturée par le second POM, il est intéressant d'observer l'évolution de son énergie et de son contenu fréquentiel, donnés en Figure IV.7.

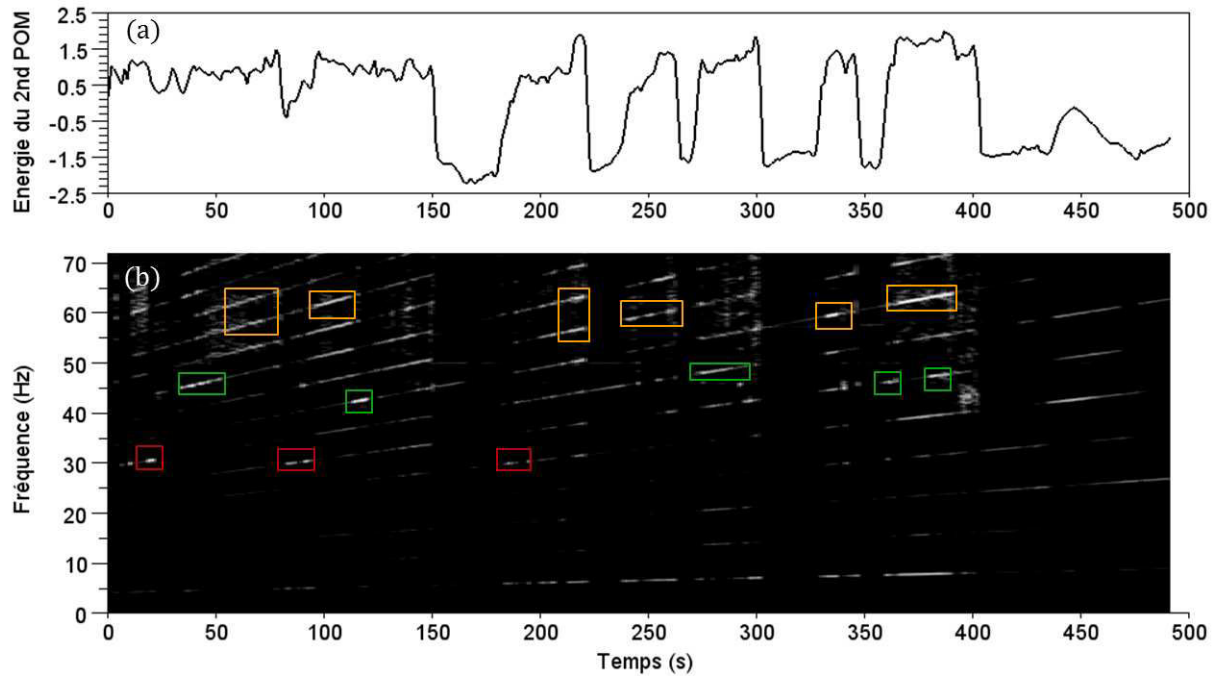


FIGURE IV.7 – Résultats de vibration d'un tube en U, second POM. (a) Énergie capturée par le second POM (échelle log). (b) Représentation temps-fréquence de la seconde POC multipliée par sa POV associée  $\lambda_2^T \hat{G}_2(\tau, f)$

On peut observer sur la représentation temps-fréquence en Figure IV.7 (b) les mêmes localisations d'énergie que précédemment, à l'exception du type 1. Les comportements de type 1, avec une vibration à la fréquence d'excitation, ne sont capturés que par le premier POM lorsque qu'ils apparaissent, avec une forte proportion d'énergie d'ailleurs (voir Figure IV.5 (a) et (c)). Le second POM contient donc lui-aussi d'importantes informations sur les vibrations du système, puisque l'énergie qu'il capture est comparable à celle du premier POM et que les mêmes phénomènes vibratoires peuvent y être observés.

La représentation très compacte des données présentée précédemment, permise par la SW-POD, permet donc de visualiser des données comportant de nombreuses composantes de façon efficace. Elle a permis, pour l'essai présenté ici, de mettre en évidence l'apparition de modes de vibration à hautes fréquences au cours d'un balayage en fréquence. En particulier, le mode de vibration dans le plan, autour de 47  $Hz$ , a pu être observé clairement.

Il reste cependant difficile de relier l'apparition des modes 4 et 7 (aux fréquences de 30 et 47  $Hz$ ) à des résonances internes. En effet, ces modes apparaissent ici lorsque des harmoniques de l'excitation passent par leurs fréquences de résonance, et non pour une fréquence et une amplitude particulières. On peut prendre l'exemple du temps  $T_3=370s$ , auquel le mode 7 apparaît le plus clairement : l'excitation est alors à 7,8  $Hz$ , loin des 6,1  $Hz$  de la Figure IV.3.

Pour pousser l'analyse et déterminer si ces comportements à haute fréquence sont liés ou non à des modes non-linéaires, une méthode d'appropriation pourrait être envisagée. Un exemple d'application de cette méthode à l'identification expérimentale des modes non-linéaires d'une tige est donné dans Peeters et al. (2011).

## IV.2 Analyse des essais à un assemblage combustible

Les essais présentés ici consistent à mettre en vibration un assemblage combustible réel en imposant le déplacement d'une de ses grilles à l'aide d'un vérin, en suivant un sinus balayé linéaire. Les déplacements de huit grilles et la force au niveau du vérin sont mesurés. Une identification modale linéaire était jusqu'à présent effectuée sur ces essais, en utilisant le transfert entre la vitesse de la grille liée au vérin et la force imposée. La SWPOD sera ici utilisée pour analyser certains de ces essais, bien que l'excitation en déplacement imposé ne soit pas optimale pour l'application de cette méthode. Dans un premier temps, un essai en air et un en eau stagnante seront analysés en détail. Dans un second temps, des comparaisons seront effectuées entre les déformées modales obtenues pour différentes conditions d'essai.

### IV.2.1 Analyse complète de deux essais par SWPOD

Deux essais seront analysés en détail dans cette section, le premier en air et le second en eau stagnante. Cela permettra d'observer les résultats que la SWPOD permet d'obtenir pour ces essais, ainsi que l'impact de la présence d'eau. Le vérin est placé sur la grille 7 de l'assemblage, permettant d'observer plus de modes. En effet, les modes 1, 2 et 4 sont fortement excités et le mode 3 l'est un peu, comme nous le verrons par la suite.

#### IV.2.1.a Analyse d'un essai en air

On applique la SWPOD aux 8 déplacements des grilles instrumentées, afin d'observer l'évolution temporelle des déformées de l'assemblage combustible, avec son comportement fréquentiel. La SWPOD est ici appliquée avec 400 fenêtres de 10 s de longueur. Les déformées obtenues aux pics de déplacement de l'assemblage combustible (donnés par les pics de la première POV) seront données, comme lors de l'analyse des simulations du Chapitre 3.

Sur la Figure IV.8 (a), qui donne la proportion d'énergie capturée par les trois premiers POMs en fonction du temps, on peut observer que deux POMs capturent à eux seuls l'énergie du système. Ils suffisent donc à caractériser la dynamique de l'assemblage combustible. On peut aussi observer que le premier POM capture plus de 90% de l'énergie sur la majorité de l'essai, sauf autour de 250 s, qui correspond au passage de la troisième résonance. Ce partage d'énergie plus élevé est dû à l'excitation de la grille 7 de l'assemblage, qui provoque une excitation modérée du mode 3.

Sur la Figure IV.8 (b) est donnée l'énergie capturée par le premier POM en fonction du temps, en échelle logarithmique. Les déformées obtenues aux pics d'énergie sont aussi données. On peut observer que les déformées obtenues à ces pics ne correspondent pas aux déformées modales attendues pour une poutre en flexion. Cela est dû à l'application d'un déplacement à amplitude constante au niveau d'une grille, au lieu d'une force constante comme dans les cas simulés au Chapitre 3.

En imposant une amplitude de déplacement constante, les résonances ne sont plus marquées par des pics de déplacement mais par des minima de la force mesurée sur l'axe du vérin. Les fréquences de résonance ne peuvent donc plus être détectées par des maxima de l'énergie du premier POM. Pour ces essais avec pilotage en déplacement, les fréquences de résonances seront

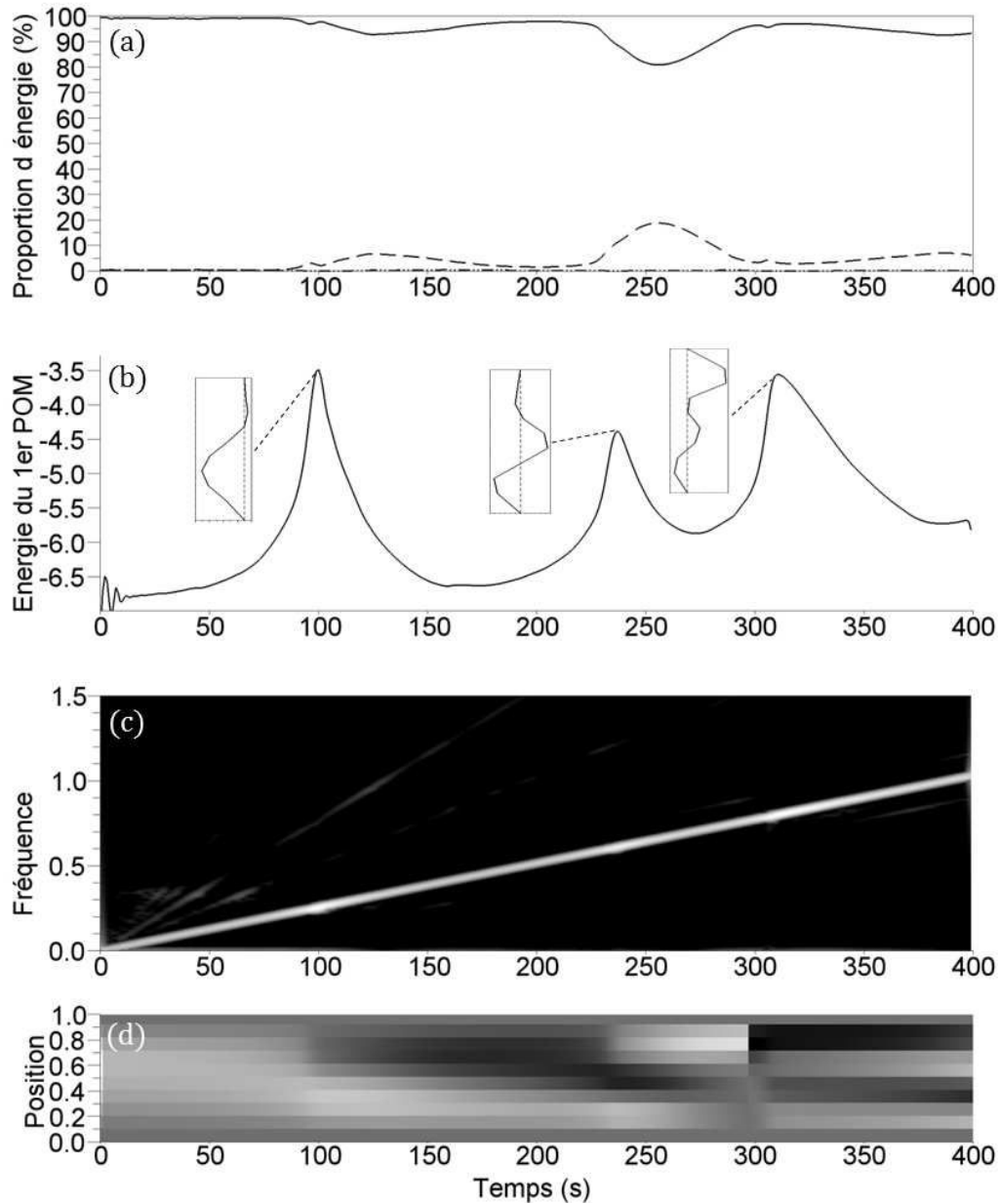


FIGURE IV.8 – Analyse par SWPOD d'un essai de vibration d'un assemblage en air. (a) Proportion d'énergie capturée par le premier (ligne pleine), second (pointillés) et troisième (points) POMs. (b) Energie capturée par le premier POM, avec les déformées obtenues aux pics d'énergie. (c) Représentation temps-fréquence de la première POC multipliée par sa POV associée  $\lambda_1^T \hat{G}_1(\tau, f)$ . (d) Evolution temporelle du premier POM  $\Phi_1^T$ .

déterminées par minimisation de l'écart entre une fonction de transfert théorique et la fonction de transfert en mobilité mesurée expérimentalement.

La fonction de transfert en mobilité est le rapport de l'autospectre de la vitesse sur l'interspectre entre la vitesse et la force. Elle est donnée pour un essai en air, d'1 mm d'amplitude, sur la Figure IV.9 (gauche). Les fréquences de résonance peuvent être déterminées avec les maxima de cette fonction, qui marquent les minima de la force. Une fois les fréquences de résonance établies, on peut observer sur la Figure IV.8 (c) à quels moments l'assemblage vibre à ces fré-

quences. En extrayant le premier POM obtenu à ces temps, on peut alors obtenir les déformées de l'assemblage combustible au passage de ses résonances. Ces POMs sont donnés sur la Figure IV.9 (droite), avec leur temps d'apparition et la fréquence de résonance associée.

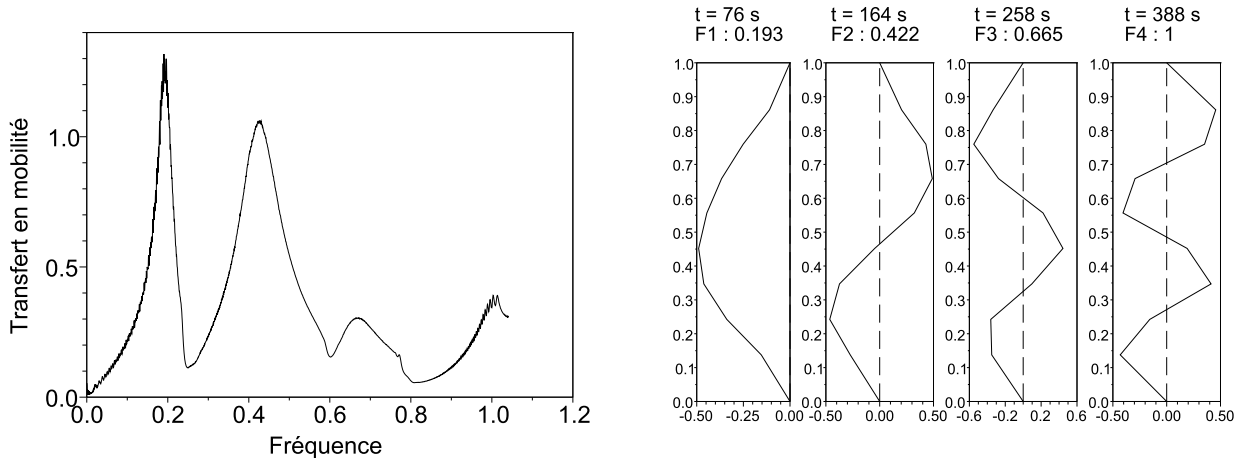


FIGURE IV.9 – Fonction de transfert en mobilité pour un essai de vibration d'un assemblage en air (gauche). Déformées obtenues aux résonances avec leur temps d'apparition et fréquence. En ordonnée, position adimensionnée sur l'assemblage et en abscisse, valeurs du POM  $\Phi_1$  (droite).

L'évolution de l'énergie capturée par le premier POM (donnée dans un premier temps sur la Figure IV.8 (b)) est donnée de nouveau sur la Figure IV.10, avec les déformées obtenues aux résonances.

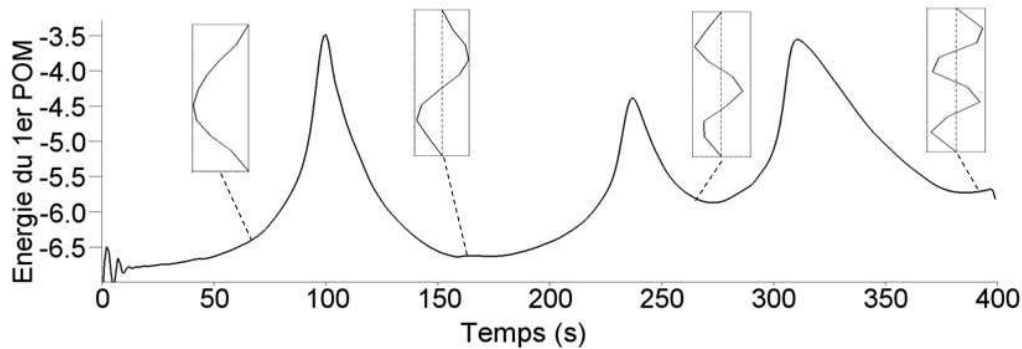


FIGURE IV.10 – Énergie capturée par le premier POM, avec l'affichage des déformées obtenues au passage des fréquences de résonance.

On peut observer que les quatre déformées obtenues au passage des fréquences de résonance de l'assemblage combustible sont bien proches des modes propres d'une poutre en flexion. De plus, les pics d'énergie sont bien situés entre les résonances de l'assemblage, lorsque la déformée est composée d'un mélange entre modes propres.

L'apparition des pics d'énergie en dehors des résonances est facilement compréhensible en considérant le mode 2 : lors de la résonance du mode 2, le déplacement au niveau de la grille 7 est imposé à 1 mm et afin d'avoir une déformée propre au mode 2, à deux ventres, toutes les grilles ne peuvent avoir un déplacement qu'inférieur ou égal à celui imposé ; avant ou après

cette résonance, les autres grilles peuvent par contre avoir des déplacements supérieurs à 1 *mm*, puisque la déformée de l'assemblage est un mélange entre modes. Dans ces cas, l'énergie du premier POM est alors plus grande que celle obtenue à la résonance.

Sur la Figure IV.8 (d) est donnée l'évolution du premier POM en fonction du temps. On peut clairement observer le passage par les déformées des quatre modes propres de l'assemblage combustible et remarquer les transitions progressives entre ces modes. Le fait que ces transitions soient progressives, comparées aux simulations présentées au Chapitre 3, vient de l'amortissement plus important de la structure dans le cas d'un assemblage combustible.

La SWPOD permet donc, pour ces essais, d'observer l'évolution de la déformée de l'assemblage combustible en fonction du temps ainsi que son comportement fréquentiel. Bien qu'il ne soit pas possible de l'utiliser pour détecter les résonances, puisqu'elles sont marquées par les minima de la force, elle permet d'obtenir les déformées de l'assemblage combustible aux résonances. Ces déformées peuvent alors être associées aux modes naturels de l'assemblage combustible dans les conditions d'essai appliquées. Un essai en eau stagnante va maintenant être étudié afin d'observer les différences apportées par la présence de l'eau.

#### IV.2.1.b Analyse d'un essai en eau stagnante

Un essai en eau stagnante va maintenant être analysé avec une amplitude d'excitation de 2 *mm*. La fonction de transfert en mobilité est donnée en Figure IV.11 (gauche). Le premier POM obtenu au passage des quatre fréquences de résonance est donné en Figure IV.11 (droite).

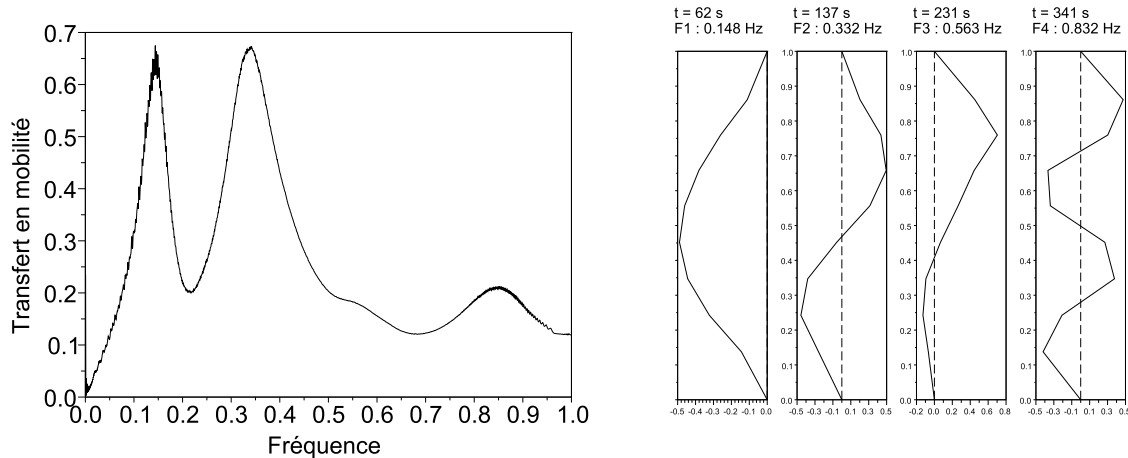


FIGURE IV.11 – Fonction de transfert en mobilité pour un essai de vibration d'un assemblage, en eau stagnante (gauche). Déformées obtenues aux résonances avec leur temps d'apparition et fréquence. En ordonnée, position adimensionnée sur l'assemblage et en abscisse, valeurs du POM  $\Phi_1$  (droite).

On peut voir que la fonction de transfert ne montre pas de pic au niveau de la troisième résonance, seulement une légère inflexion. La faible excitation du mode 3, causée par la position du vérin en grille 7, est accentuée par l'amortissement de l'eau. Malgré la faible excitation du mode 3, sa fréquence de résonance peut être estimée par minimisation de l'écart entre cette



fonction de transfert expérimentale et une fonction de transfert théorique à 4 modes. De plus, le premier POM obtenu au passage de la troisième résonance n'est pas semblable à celui attendu (la déformée obtenue est proche de celle statique, avec une traction au niveau de la grille 7). Les résultats complets de la SWPOD sont donnés en Figure IV.12.

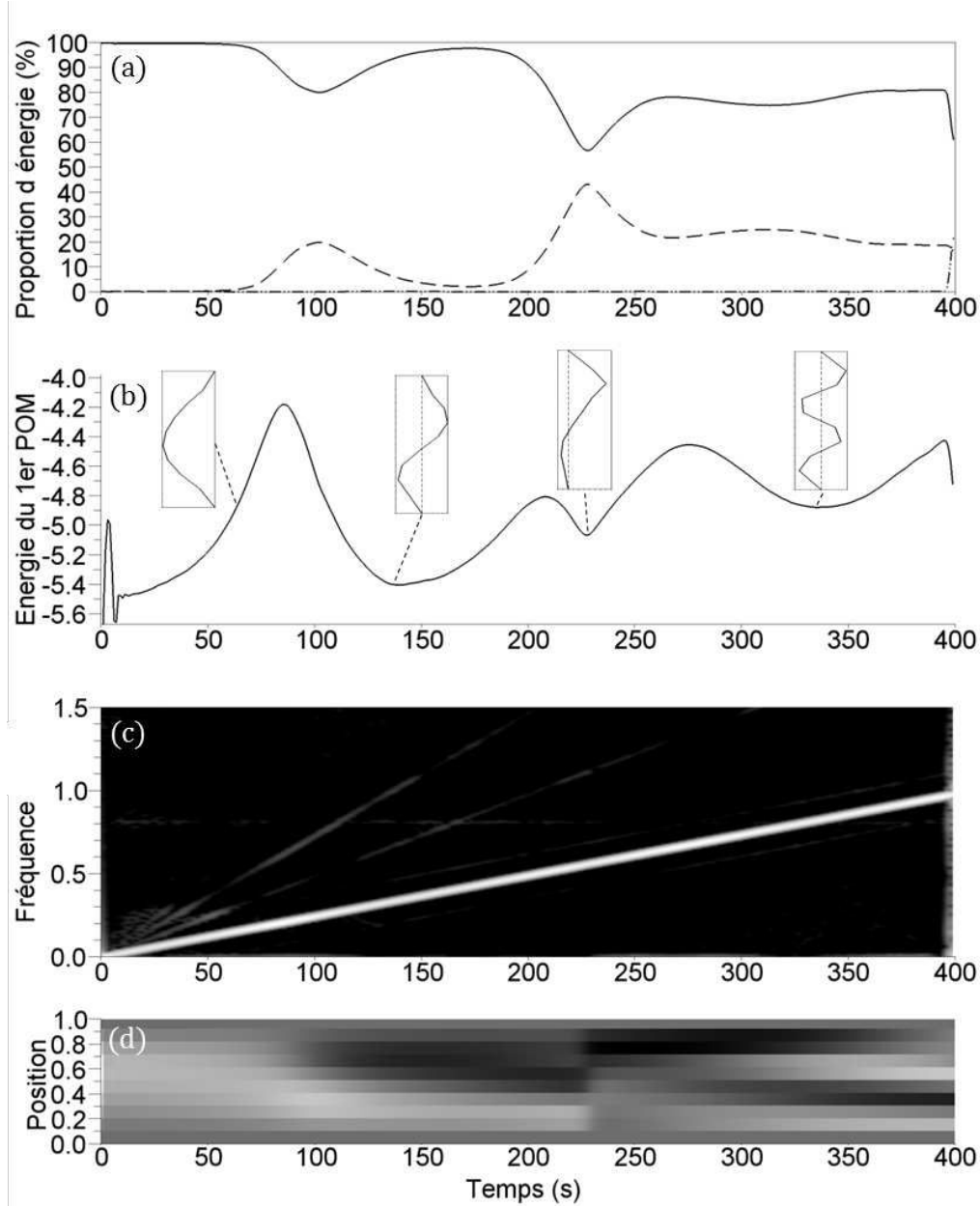


FIGURE IV.12 – Analyse par SWPOD d'un essai de vibration d'un assemblage en eau stagnante. (a) Proportion d'énergie capturée par le premier (ligne pleine), second (pointillés) et troisième (points) POMs. (b) Energie capturée par le premier POM, avec l'affichage des déformées obtenues aux résonances. (c) Représentation temps-fréquence de la première POC multipliée par sa POV associée  $\lambda_1^\tau \hat{G}_1(\tau, f)$ . (d) Evolution temporelle du premier POM  $\Phi_1^\tau$ .

On peut observer sur la IV.8 (a) une forte augmentation du partage d'énergie entre les POMs. On peut en particulier remarquer que le second POM capture environ 20% de l'énergie lors de la transition entre la première et la seconde résonance, et environ 45% entre la seconde

et la troisième résonance. Cela est causé par l'augmentation de l'amortissement apporté par l'eau, qui accroît le couplage entre modes.

La différence principale avec l'essai en air présenté précédemment est observable au passage de la troisième fréquence de résonance de l'assemblage combustible, qui a lieu vers 230 s. Le partage d'énergie est à ce moment maximum, et on peut observer sur la Figure IV.12 (b) que le premier POM obtenu n'est pas du tout semblable au mode naturel 3 de l'assemblage combustible. Afin de comprendre ce phénomène, les résultats de la SWPOD pour le second POM sont donnés en Figure IV.13.

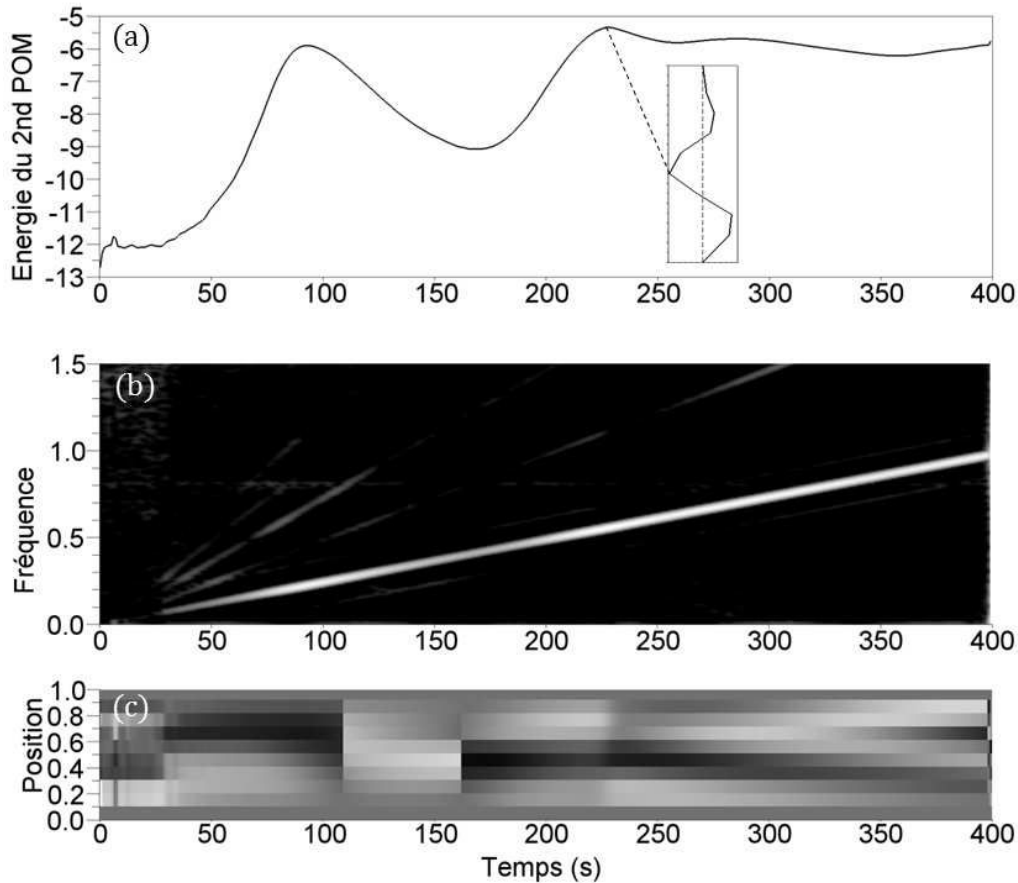


FIGURE IV.13 – Second POM obtenu par SWPOD, pour un essai de vibration d'un assemblage en eau stagnante. (a) Energie capturée par le second POM, avec l'affichage de la déformée obtenue au passage de la troisième fréquence de résonance. (b) Représentation temps-fréquence de la première POC multipliée par sa POV associée  $\lambda_2^T \hat{G}_2(\tau, f)$ . (c) Evolution temporelle du second POM  $\Phi_1^\tau$ .

On peut observer sur la Figure IV.13 (a) qu'une déformée proche du mode 3 théorique apparaît cette fois au passage de la 3<sup>ième</sup> fréquence de résonance, en tant que second POM. L'augmentation de l'amortissement amène donc une modification de la dynamique de l'assemblage combustible, puisqu'au passage de sa 3<sup>ième</sup> fréquence de résonance, l'assemblage ne vibre plus principalement avec la déformée correspondant à son 3<sup>ième</sup> mode propre. Une déformée proche de ce mode est tout de même observable sur le second POM, bien qu'elle soit un peu éloignée du 3<sup>ième</sup> mode propre théorique.

La présence d'eau apporte donc bien un amortissement supplémentaire, qui est observable avec la forte augmentation du partage d'énergie entre POMs. Cet effet est très marquant au passage de la troisième résonance, pour laquelle le comportement vibratoire de l'assemblage combustible change fortement entre un essai en air et un essai en eau stagnante. Les essais avec excitation en grille 7, ne sont donc pas adaptés à l'étude du troisième mode de l'assemblage combustible.

## IV.2.2 Comparaisons pour différentes conditions d'essai

Les résultats complets obtenus par la SWPOD ont été donnés dans la partie précédente pour deux essais. Dans cette section, les déformées obtenues aux résonances seront comparées en fonction de la vitesse d'écoulement.

Il a été montré précédemment que la SWPOD permet d'extraire les déformées obtenues aux résonances, qui peuvent être assimilées aux modes naturels de l'assemblage combustible. La Figure IV.14 compare les déformées obtenues aux 1<sup>ère</sup>, 2<sup>nde</sup> et 4<sup>ième</sup> résonances pour les essais avec excitation en grille 7, en fonction de la vitesse d'écoulement, pour 2 mm d'amplitude.

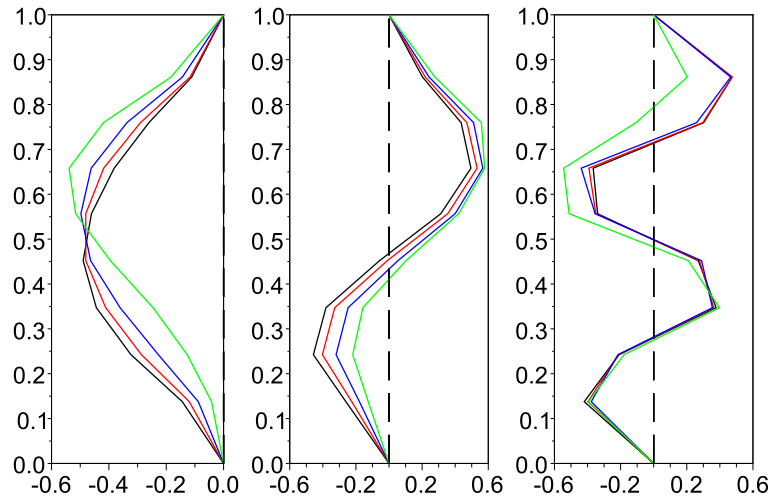


FIGURE IV.14 – POMs obtenus aux résonances pour les modes 1, 2 et 4, pour les essais avec excitation en grille 7, en fonction de la vitesse d'écoulement : 0 m/s en noir, 1.5 m/s en rouge, 3 m/s en bleu, 5 m/s en vert. En ordonnée, position adimensionnée sur l'assemblage et en abscisse, valeurs du POM  $\Phi_1$ .

On peut observer une nette évolution des modes 1, 2 et 4 de l'assemblage combustible en fonction de la vitesse d'écoulement. Pour de fortes vitesses, le fluide pousse l'assemblage vers le haut pour le mode 1. Cela vient des forces visqueuses exercées par l'eau sur l'assemblage, qui sont proportionnelles à son inclinaison. Cela provoque une force orientée vers le centre de l'assemblage pour la partie basse, et orientée à l'opposé pour la partie haute. Pour le mode 2, le déplacement du bas de l'assemblage est diminué tandis que celui du haut est accentué. Pour le mode 4, c'est le haut de l'assemblage qui voit principalement son déplacement augmenter.

Il a pu être observé dans la partie précédente que l'utilisation de ces essais n'est pas adéquate

à l'identification du mode 3. La Figure IV.15 montre ainsi les modes 1 et 3 obtenus à partir des essais avec excitation en grille 5, pour 2 mm d'amplitude.

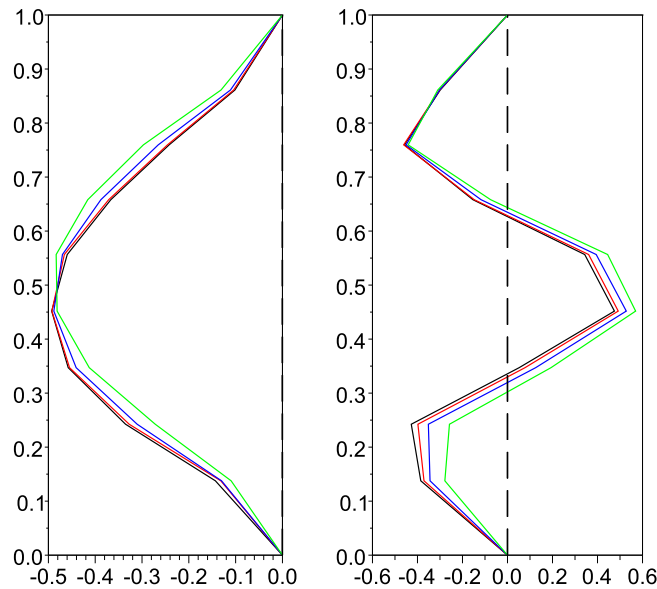


FIGURE IV.15 – POMs obtenus aux résonances pour les modes 1 et 3, pour les essais avec excitation en grille 5, en fonction de la vitesse d'écoulement : 0 m/s en noir, 1.5 m/s en rouge, 3 m/s en bleu, 5 m/s en vert. En ordonnée, position adimensionnée sur l'assemblage et en abscisse, valeurs du POM  $\Phi_1$ .

On peut constater qu'avec l'excitation de la grille 5 de l'assemblage combustible, le mode 1 est moins poussé vers le haut que pour une excitation de la grille 7. Pour le mode 3, on peut observer une poussée du bas de l'assemblage vers le centre tandis que le centre de l'assemblage est poussé vers l'extérieur, ce qui ressemble à l'évolution du mode 2.

La position de l'excitation a un fort impact sur les déformées modales obtenues, ce qui est contre-intuitif et doit être pris en compte. De plus, la SWPOD permet ici d'observer l'impact de l'écoulement d'eau sur les déformées modales, qui est essentiel. Les résultats de l'application de la SWPOD à ces essais ont été présentés en conférence (Clement et al., 2013 -a).

Une méthode d'identification des paramètres modaux de l'assemblage combustible (masse, raideur et amortissement) a été proposée dans Ricciardi et Boccaccio (2014 -b) utilisant les déformées obtenues par POD aux résonances. Cette méthode permet une amélioration de l'identification de ces paramètres en prenant en compte la mesure des 8 déplacements, au lieu de ne prendre en compte que le déplacement et la force au niveau de la grille excitée.

## Bilan du chapitre

Dans ce chapitre, la SWPOD a dans un premier temps été appliquée à des essais de vibration d'un tube en U de générateur de vapeur. Elle a permis d'observer l'apparition d'un transfert

d'énergie vers les hautes fréquences pour une excitation à basse fréquence. De plus, les déformées associées à ces mouvements à haute fréquence sont caractéristiques puisqu'elles correspondent à des modes propres du tube. En particulier, alors que seul un mouvement dans le plan du tube est pris en compte dans les modèles industriels, des mouvements du tube dans le plan, à haute fréquence, ont pu être observés.

Dans un second temps, la SWPOD a été appliquée aux essais expérimentaux de vibration d'un assemblage combustible. Ces essais appliquent un balayage fréquentiel linéaire à un assemblage combustible en imposant le déplacement d'une de ses grilles. L'application de la SWPOD, bien que limitée pour des essais en déplacement imposé, a permis l'obtention des déformées modales de l'assemblage combustible en fonction des conditions d'écoulement de l'eau. Une poussée de l'assemblage vers le haut, exercée par l'écoulement ascendant, a ainsi pu être observée pour le premier mode propre de l'assemblage. Une influence du point d'excitation sur les déformées obtenues a aussi pu être observée, qui est contre-intuitive et doit être plus amplement étudiée.

# Chapitre V

## Les essais ICARE, expérimentaux et simulés

### V.1 Analyse des essais expérimentaux

L'installation ICARE EXPERIMENTAL a été décrite au Chapitre 2. Elle permet la mise en vibration de quatre maquettes d'assemblages combustibles à l'échelle 1/2, sous écoulement d'eau. Chaque maquette comporte 5 grilles, dont les trois centrales voient leurs déplacements mesurés dans le plan horizontal. Une grille est excitée à l'aide d'un vérin, en lui imposant un déplacement ou une force. Pour des raisons pratiques, les maquettes d'assemblages combustibles seront numérotées de 1 à 4. L'assemblage 1 est celui excité, le 2 celui à ces côtés perpendiculairement à la direction d'excitation, le 3 celui dans le coin opposé à celui excité et le 4 celui en face de celui excité dans la direction d'excitation. Les déplacements selon la direction d'excitation seront notés  $x_{i,1}$ ,  $x_{i,2}$  et  $x_{i,3}$ , respectivement pour la grille du bas, du milieu et du haut de l'assemblage  $i$ . Ils seront notés  $y_{i,1}$ ,  $y_{i,2}$  et  $y_{i,3}$  dans la direction perpendiculaire.

### V.1.1 Premiers essais et résolution de quelques biais expérimentaux

#### V.1.1.a Jeu sur la rotule et alignement du vérin

Des premiers tests quasi-statiques ont été réalisés pour des amplitudes de déplacement variant de  $0,5\text{ mm}$  à  $5\text{ mm}$ , afin d'observer l'apparition d'hystérésis dû au frottement des crayons dans les grilles. Chaque test comporte 10 cycles à une fréquence de  $0,1\text{ Hz}$ , enregistrés une fois le régime permanent établi. La force mesurée sur l'axe du vérin est donnée en fonction du déplacement  $x_{1,3}$  de la grille excitée, pour six essais correspondant aux amplitudes  $0,5, 1, 2, 3, 4$  et  $5\text{ mm}$ , sur la Figure V.1.

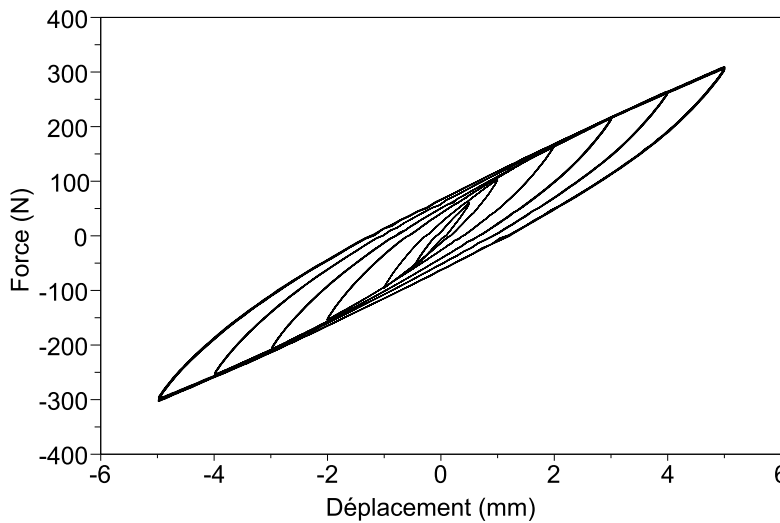


FIGURE V.1 – Résultats de six essais quasi-statiques pour des amplitudes de  $0,5, 1, 2, 3, 4$  et  $5\text{ mm}$ .

On peut observer une augmentation de la force mesurée avec le déplacement imposé. Contrairement à un cas linéaire, où la caractéristique déplacement-force serait une droite, on peut ici observer un fort phénomène d'hystérésis. En effet, en augmentant l'amplitude de déplacement de l'assemblage, le nombre de crayons glissant dans les grilles augmente, jusqu'à atteindre un maximum. On a ainsi un système molissant avec l'augmentation de l'amplitude de déplacement, avec une raideur moyenne décroissante. Ce phénomène est plus marqué à faible déplacement, où le nombre de crayons glissant dans les grilles varie avec l'amplitude. Au delà d'une amplitude de  $2\text{ mm}$ , on voit que l'on atteint une évolution asymptotique de l'hystérésis. Comme mentionné au Chapitre 1, l'impact de la non-linéarité diminue donc lorsque l'amplitude augmente.

Des tests en sinus balayé ont été conduits afin de déterminer les fréquences de résonance des assemblages. Des balayages en fréquence de  $0,1$  à  $22\text{ Hz}$  sur  $50\text{ s}$  ont été effectués, afin de balayer les deux premières résonances.

Nous avons vu sur la Figure V.1 que l'assemblage avait un comportement molissant avec l'augmentation de l'amplitude, causé par le glissement des crayons dans les grilles. Afin d'observer la baisse des fréquences de résonance qui en découle, des sinus balayés ont été conduits aux amplitudes  $0,2, 0,5$  et  $0,8\text{ mm}$ . Les transferts en mobilité entre la vitesse de la grille excitée et la force sont donnés en figure V.2.

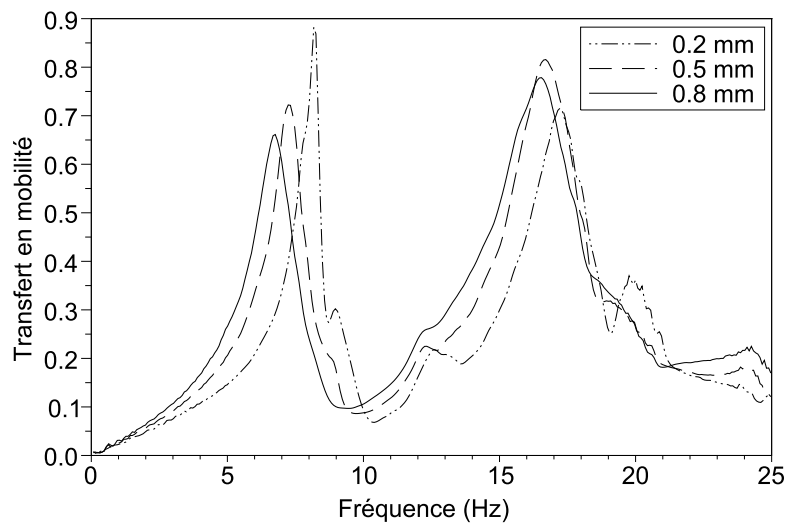


FIGURE V.2 – Fonctions de transfert en mobilité obtenues pour trois balayages en fréquence d’amplitudes 0,2, 0,5 et 0,8 *mm*.

On voit sur la Figure V.2 une nette diminution des fréquences de résonance avec l’augmentation de l’amplitude. Ce phénomène est essentiel, puisque lorsque les assemblages ont des déplacements couplés, ceux-ci peuvent vibrer à des amplitudes différentes au même moment. Les fréquences de résonance des quatre assemblages pourront alors être différentes au cours d’un même essai, en fonction de leur amplitude de vibration.

Cependant plusieurs biais expérimentaux ont pu être observés au cours de ces essais. Sur la Figure V.1 par exemple, on peut noter une légère irrégularité des courbes à proximité des points où la force s’annule, plus marquée pour les essais à faible amplitude. Pour expliquer ces irrégularités, on peut observer l’évolution temporelle de la force sur un cycle, donnée en Figure V.3 (a) pour l’essai à 0,5 *mm* d’amplitude. Les déplacements du vérin dans la direction  $x$ , et de la grille excitée dans la direction  $y$ , sont donnés en Figure V.3 (b).

Sur la Figure V.3 (a), on observe une inflexion de la courbe au passage d’une valeur proche de zéro. Cela est dû à la présence de jeu au niveau de la rotule située entre le vérin et le capteur de force (schéma du dispositif d’excitation en Figure II.12). L’effet du jeu au niveau de la rotule est accentué par un léger défaut d’alignement du vérin avec l’assemblage excité, créant un léger déplacement selon l’axe  $y$ . Ce défaut d’alignement sera observé plus en détail par la suite, en particulier son importance à haute fréquence.

Sur la Figure V.3 (b), on peut voir que le déplacement du vérin est sinusoïdal, la régulation en déplacement fonctionnant normalement. Dans la suite, n’ayant pas de mesure directe du déplacement de la grille excitée selon l’axe  $x$ , nous assimilerons le déplacement de la grille excitée à celui du vérin. Le jeu dans la rotule étant petit, cette approximation n’est pas dommageable car le vérin et l’assemblage sont solidaires la grande majorité du temps. Seule la mesure de force est réellement impactée par la présence du jeu sur la rotule.

De plus, à cause d’un défaut d’alignement du vérin, on peut voir (légèrement) sur la Figure V.3 (b) un déplacement de la grille excitée selon l’axe  $y$ , de l’ordre du centième de millimètre. Ce déplacement devient problématique à haute fréquence puisqu’il augmente, atteignant un



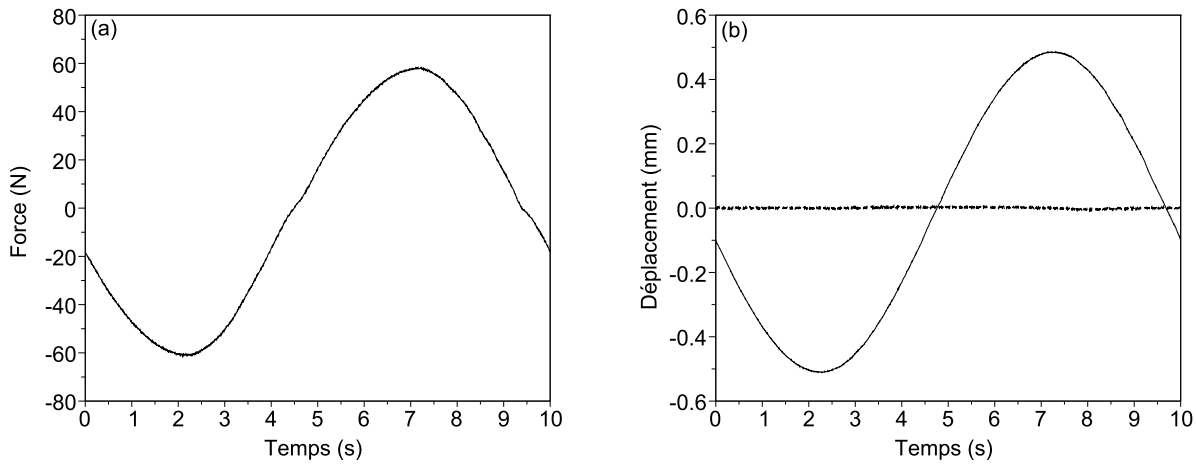


FIGURE V.3 – (a) Evolution de la force en fonction du temps sur un cycle, pour un test quasi-statique d'amplitude 0,5 mm. (b) Déplacement du vérin selon  $x$  (ligne pleine) et de la grille excitée selon  $y$  (pointillés)

ordre de grandeur du dixième de millimètre. Nous le verrons dans les essais de sinus balayé décrits ci-dessous.

Pour un balayage de 0,8 mm d'amplitude, le déplacement des trois grilles de l'assemblage excité est donné en fonction du temps en Figure V.4 (a). Le déplacement de la grille excitée, selon les axes  $x$  et  $y$ , est donné aux alentours de la première résonance en Figure V.4 (b).

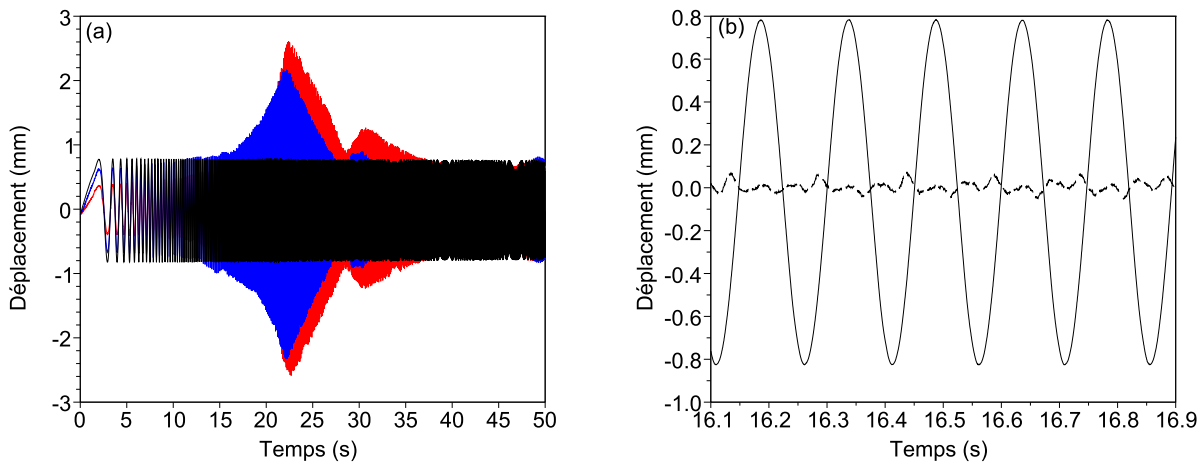


FIGURE V.4 – (a) Déplacements mesurés sur l'assemblage 1.  $x_{1,1}$  est donné en rouge,  $x_{1,2}$  en bleu et  $x_{1,3}$  en noir. (b) Quelques cycles du déplacement de la grille excitée selon  $x$  (ligne pleine) et selon  $y$  (pointillés), autour de la première résonance.

On peut observer un fort pic de déplacement du bas de l'assemblage autour de 23s, se produisant entre les deux résonances. La Figure V.4 (b) montre que l'on a bien un déplacement sinusoïdal selon l'axe  $x$ , mais aussi que l'on a un déplacement selon  $y$  loin d'être négligeable.

Cela confirme la présence d'un défaut d'alignement du vérin, qui devra être corrigé par une modification de l'équerre de support du vérin.

L'amplitude de déplacement a été limitée à  $0,8\text{ mm}$  afin de limiter la valeur de la force, qui a déjà atteint  $300\text{ N}$  pour cette amplitude de déplacement, comme on peut le voir en Figure V.5 (a). Le signal de force obtenu autour de la première résonance est donné en Figure V.5 (b).

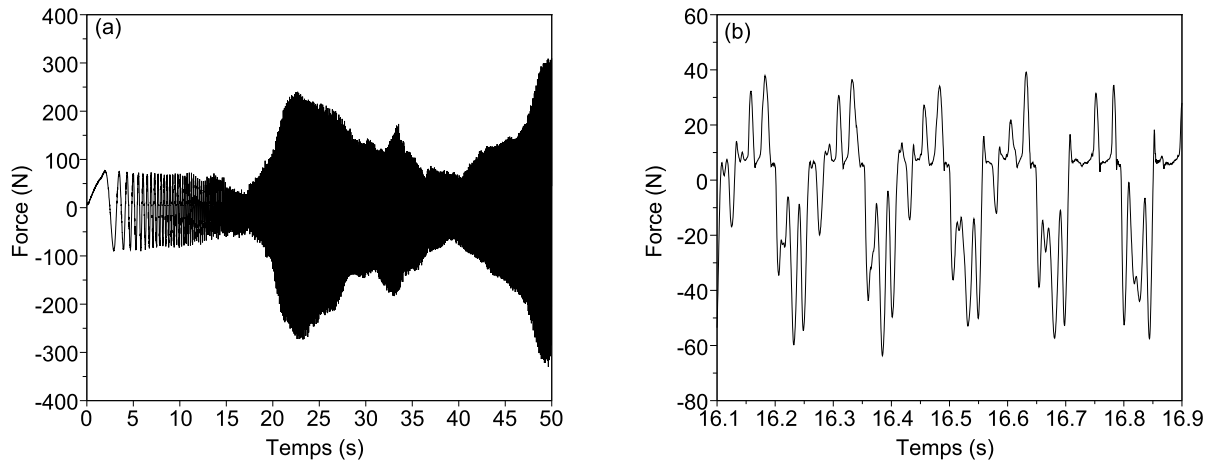


FIGURE V.5 – (a) Force en fonction du temps pour un essai à déplacement constant d'amplitude  $0,8\text{ mm}$ , avant modification de la rotule. (b) Quelques cycles de la force, obtenus autour de la première résonance.

On peut observer sur la Figure V.5 (a) des minima de la force autour de 16,5 et 40s. Ces deux temps marquent les résonances de l'assemblage. Le signal de force est cependant détérioré à cause du jeu au niveau de la rotule et du défaut d'alignement du vérin. On peut en effet voir sur la Figure V.5 (b) que la force a une évolution loin d'être sinusoïdale. Cela est normal considérant les non-linéarités présentes dans le système, qui apportent des harmoniques, mais l'écart de la force avec une sinusoïde est fortement amplifié par les biais expérimentaux présents sur la liaison vérin-assemblage.

Deux pièces de la rotule sont source d'apparition d'un jeu. Une fine feuille d'acier (appelée clinquant) a été insérée dans une de ces deux pièces, afin de supprimer une première partie du jeu. La force obtenue après cette modification est donnée sur la Figure V.6, dans les mêmes conditions d'essai que précédemment.

Sur la Figure V.6 (b), obtenue après réduction du jeu, le signal de force est plus proche d'une oscillation sinusoïdale, étant plus symétrique et régulier. La réduction du jeu dans la rotule a donc permis une amélioration, mais le jeu restant est dommageable et devra être supprimé.

### V.1.1.b Vibrations de la section d'essai

Un autre biais expérimental a pu être observé : même pour des essais en air, de fortes vibrations des assemblages non excités ont été observées. Ces vibrations sont causées par des mouvements de la section d'essai, dont la fixation au support n'était pas suffisamment rigide. On peut observer sur la Figure V.7 les fonctions de transfert obtenues entre les déplacements  $x_{i,3}$  de la grille supérieure des quatre assemblages et la force au niveau du vérin.

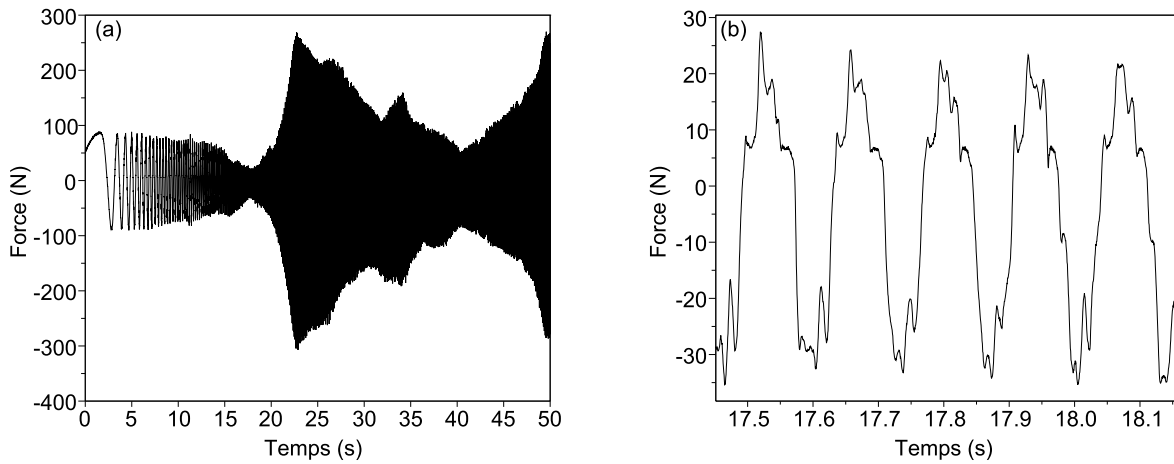


FIGURE V.6 – (a) Force en fonction du temps pour un essai à déplacement constant d’amplitude  $0,8\text{ mm}$ , après modification de la rotule. (b) Quelques cycles de la force, obtenus autour de la première résonance.

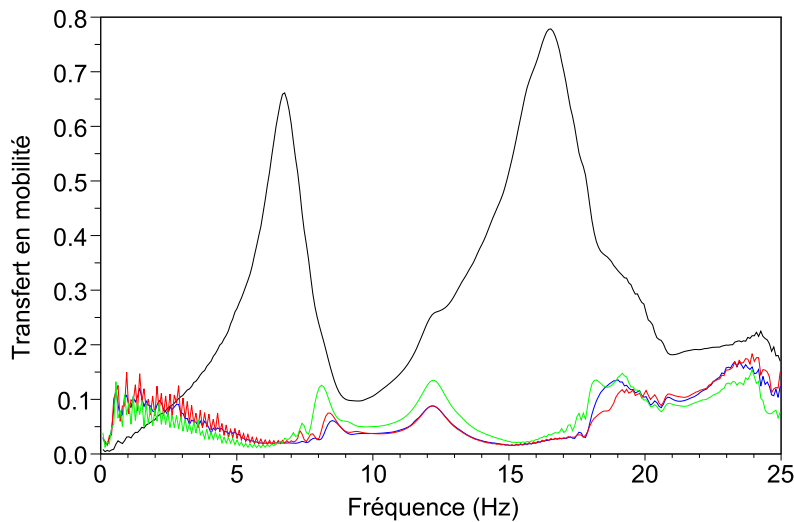


FIGURE V.7 – Fonctions de transfert en mobilité obtenues entre la grille supérieure de chaque assemblage et la force, pour un essai à  $0,8\text{ mm}$  ( $x_{1,3}$  en noir,  $x_{2,3}$  en bleu,  $x_{3,3}$  en rouge et  $x_{4,3}$  en vert).

On peut voir que les fonctions de transfert des trois assemblages non excités montrent des pics marqués. Un premier pic apparaît autour de  $8\text{ Hz}$ , un second à  $12\text{ Hz}$ , puis un troisième autour de  $19\text{ Hz}$ . Le premier, autour de  $8\text{ Hz}$ , marque la première résonance des assemblages. On peut voir que plus le pic est faible, plus la fréquence est élevée, ce qui suit l’évolution des fréquences de résonance en fonction de l’amplitude observée précédemment. Le second pic est quant à lui non expliqué, et provient peut-être des vibrations de la section d’essai. Le troisième marque la seconde résonance des assemblages, mais est moins clairement marqué que les deux premiers. De plus, l’assemblage 4, situé en face de celui excité, vibre plus fortement que les

assemblages 2 et 3. Cela peut s'expliquer par sa position plus éloignée du fond de la section d'essai, où elle est liée au support et sûrement plus rigide.

Il a donc été nécessaire d'améliorer la fixation de la section d'essai à son support. Cela est en effet crucial afin de pouvoir observer le couplage entre les assemblages apporté par l'eau, sans vibrations parasites venant de la section d'essai. Deux grandes barres d'acier ont été ajoutées pour plaquer la section contre la structure de supportage, ainsi que deux écarteurs placés entre la section et le support dans la direction de l'excitation. Ces ajouts ont permis une liaison parfaitement rigide entre la section d'essai et son support.

Une fois la section d'essai rigidement liée à son support, de nouveaux essais ont été réalisés par sinus balayé. La Figure V.8 donne les déplacements des trois grilles des assemblages 1 et 4, avant et après fixation, pour des essais à 0,8 mm d'amplitude.

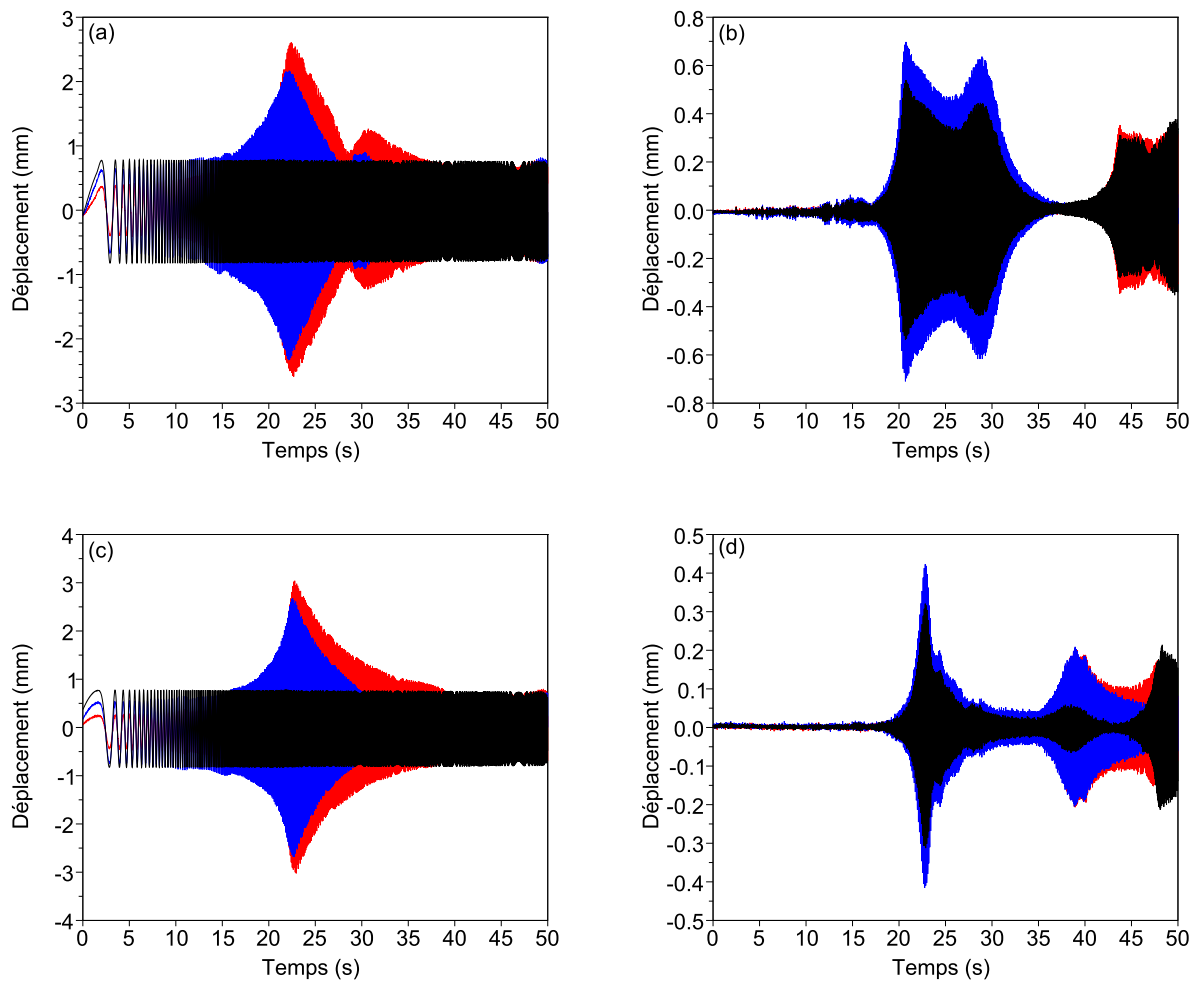


FIGURE V.8 – Déplacements mesurés sur les assemblages 1 (a) et 4 (b) avant fixation de la section d'essai au support. Déplacements mesurés sur les assemblages 1 (c) et 4 (d) après fixation.  $x_{i,1}$  est donné en rouge,  $x_{i,2}$  en bleu et  $x_{i,3}$  en noir, pour  $i=1$  et  $i=4$ .

On peut voir que malgré l'ajout des renforts, fixant la section d'essai au support, un fort mouvement de l'assemblage 4 est toujours présent. Une forte modification du comportement des assemblages 1 et 4 est tout de même visible, entre avant et après la fixation de la section

d'essai. En particulier, les vibrations de l'assemblage 4 situées entre 20s et 30s ont été réduites et sont maintenant très brèves. Ce pic de déplacement, à 23s environ, se produit au moment où deux phénomènes se combinent :

- le déplacement de l'assemblage 1 est maximal, mettant en vibration la section d'essai et donc les trois autres assemblages.
- ce pic de déplacement se fait à une fréquence proche de la fréquence de résonance de l'assemblage 4, pour la faible amplitude à laquelle il vibre.

Ces deux phénomènes, qui s'alimentent l'un l'autre, créent de fortes vibrations des trois assemblages non excités. Afin de confirmer ces observations, les fonctions de transfert obtenues pour la grille supérieure des quatre assemblages sont données en Figure V.9.

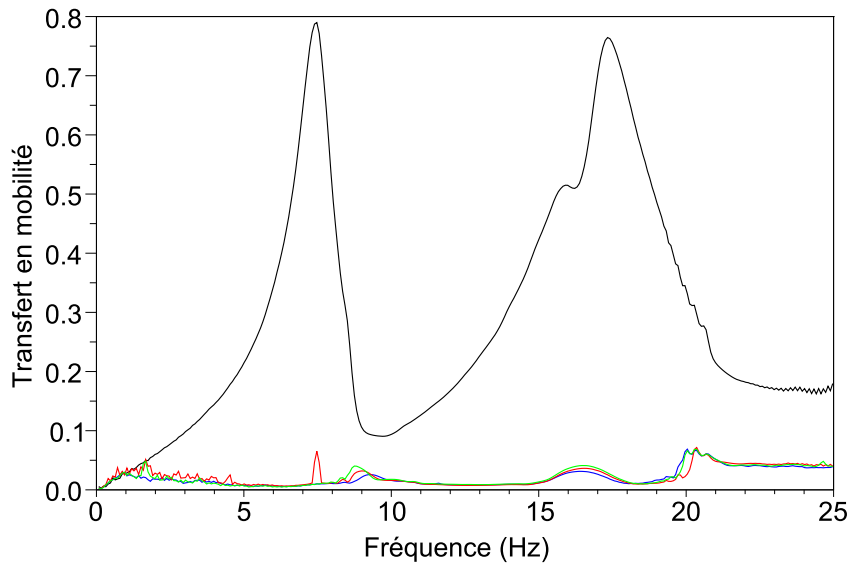


FIGURE V.9 – Fonctions de transfert en mobilité obtenues entre la grille du haut de chaque assemblage et la force, pour un essai à 0,8 mm d'amplitude, après fixation de la section d'essai ( $x_{1,3}$  en noir,  $x_{2,3}$  en bleu,  $x_{3,3}$  en rouge et  $x_{4,3}$  en vert).

En comparant à la Figure V.7, on peut voir une amplitude atténuée pour le premier pic, se situant logiquement à des fréquences un peu plus élevées. De plus, un large pic est maintenant présent autour de 16 Hz, à la place de ceux à 12 et 19 Hz observés avant fixation de la section d'essai. Des phénomènes de couplage entre l'assemblage excité, la section d'essai et les trois autres assemblages sont donc présents et difficilement analysables. Le déplacement des assemblages non excités, malgré l'ajout de renforts, a créé un doute sur la rigidité de la structure de supportage elle-même.

Un capteur de déplacement (LVDT) a été placé au sommet de la structure de supportage afin de mesurer ses déplacements dans la direction d'excitation. Au passage des forts déplacements de l'assemblage excité (vers 23s), des déplacements de plusieurs dixièmes de millimètres ont pu être observés. Ces déplacements expliquent donc les vibrations des assemblages non excités en air, et sont très difficiles à faire disparaître. En effet, un puissant renforcement du support est nécessaire, et sera effectué via l'ajout de larges poutres d'acier entre le sol et la structure de supportage, sur les côtés et à l'arrière de ce dernier. Cette modification demande cependant de lourds travaux et n'a pas pu être effectuée dans le cadre de cette thèse.

### V.1.1.c Pilotage en force

Un pilotage du vérin en force a ensuite été effectué, mais la régulation s'est révélée peu précise pour deux raisons. D'une part, à cause des biais mentionnés précédemment, empêchant un réglage du PID avec une bonne réponse, comme montré au Chapitre 2. D'autre part, car le logiciel de pilotage n'est pas adapté à effectuer une régulation en force, celui-ci ne permettant pas de réguler l'enveloppe de la force comme c'est le cas pour le déplacement.

On peut constater que l'amplitude de la force n'est pas constante lors d'un balayage fréquentiel en observant sa FFT (Fast Fourier Transform). Celle-ci est comparée à la FFT du déplacement, lorsque la régulation est en déplacement, sur la Figure V.10. Les deux sont supposées montrer une amplitude constante sur la gamme de fréquences parcourues.

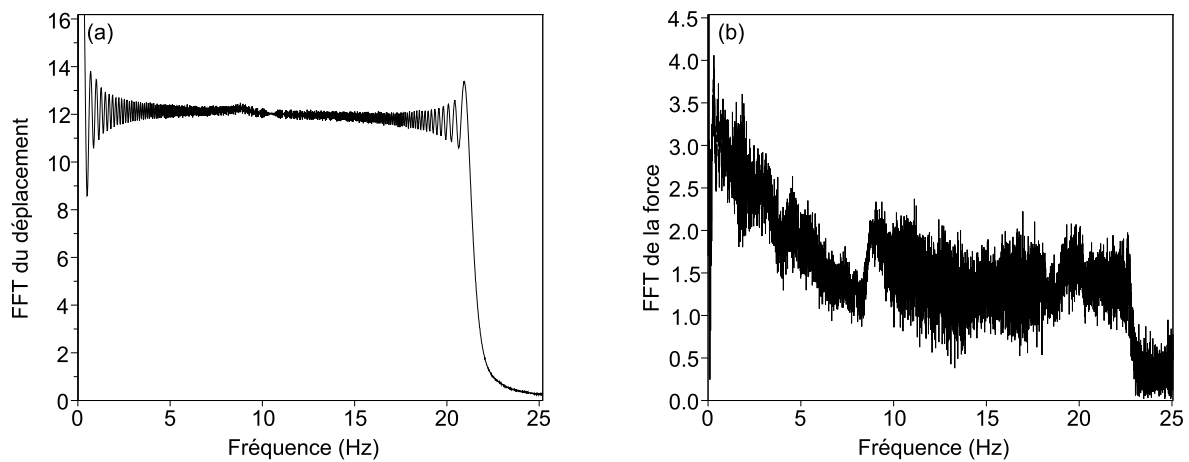


FIGURE V.10 – FFT du déplacement pour un balayage à amplitude constante de  $0,8 \text{ mm}$  (a) et de la force pour une amplitude constante de  $50 \text{ N}$  (b).

Le déplacement est bien quasi-constant, montrant que la régulation est efficace. La force, au contraire, montre de fortes variations d'amplitude alors que celle-ci devrait être régulée. La régulation en force n'a donc pas été poussée plus loin, puisqu'un changement du logiciel de pilotage du vérin est nécessaire, en plus des modifications de la rotule et du support du vérin.

### V.1.1.d Bilan

Suite à ces essais de qualification de l'expérience, le vérin est tombé en panne. Avant cette panne, seuls deux essais ont été réalisés avec la section d'essai fixée à sa structure de supportage, et avec le jeu au niveau de la rotule réduit. Deux essais sont donc disponibles, un en air et un en eau stagnante, par sinus balayé de  $0,1$  à  $22 \text{ Hz}$  sur  $50 \text{ s}$ , à  $0,8 \text{ mm}$  d'amplitude. L'essai en air sera analysé en détail dans la section suivante.

## V.1.2 Analyse des résultats en air

La SWPOD (voir Chapitre 3) a été appliquée aux déplacements  $x_{1,1}$ ,  $x_{1,2}$  et  $x_{1,3}$  de l'assemblage excité, afin d'obtenir l'évolution de sa déformée et son comportement fréquentiel.

Les résultats sont donnés en Figure V.11. La fonction de transfert en mobilité, utilisée pour déterminer les fréquences de résonance de l'assemblage excité, est donnée en Figure V.12.

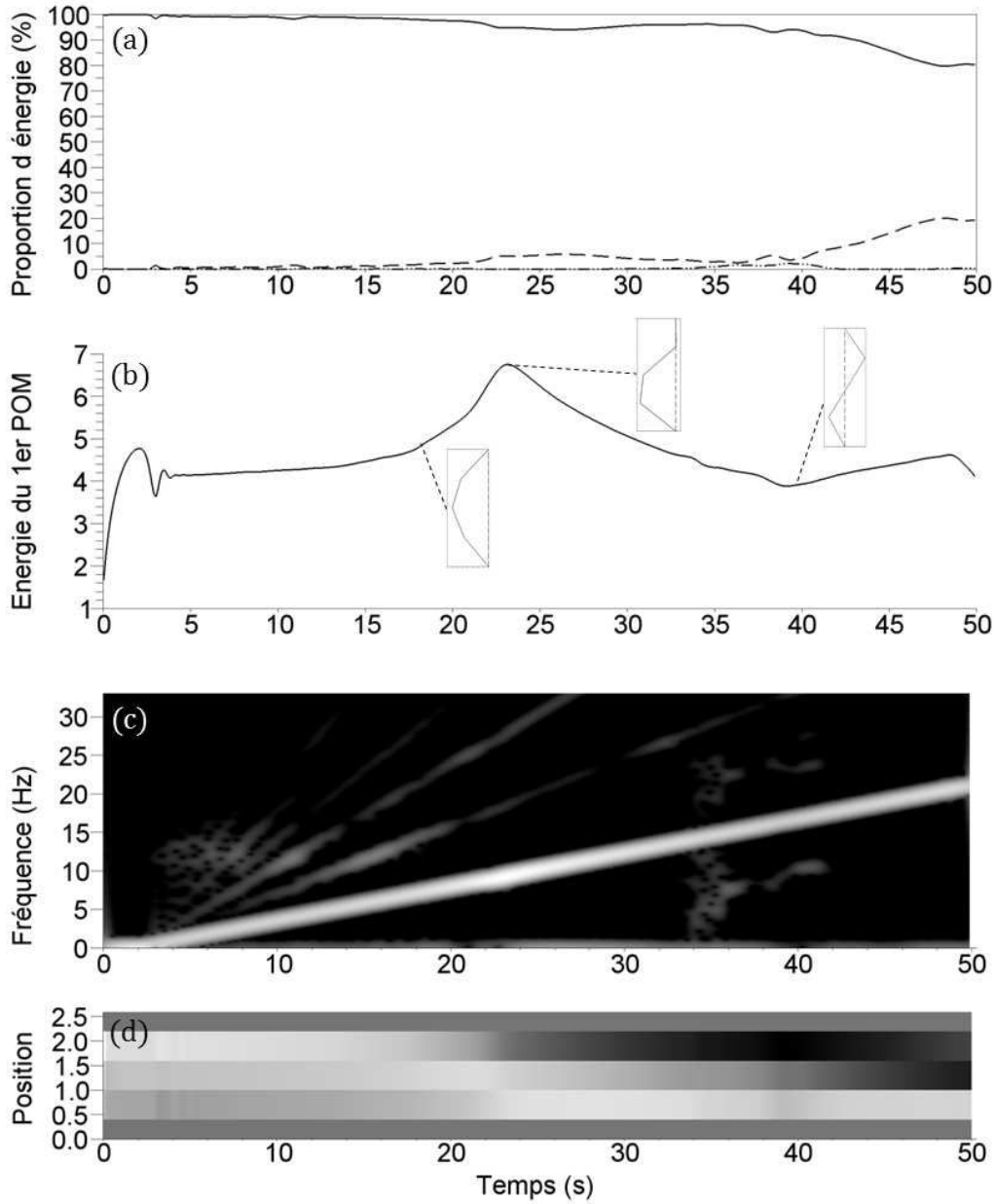


FIGURE V.11 – Analyse par SWPOD des déplacements de l'assemblage excité pour un essai ICARE en air, à  $0,8\text{ mm}$  d'amplitude. (a) Proportion d'énergie capturée par le premier (ligne pleine), second (pointillés) et troisième (points) POMs. (b) Énergie capturée par le premier POM, avec les déformées obtenues aux résonances et au pic d'énergie. (c) Représentation temps-fréquence de la première POC multipliée par sa POV associée  $\lambda_1^T \hat{G}_1(\tau, f)$ . (d) Evolution temporelle du premier POM  $\Phi_1^T$ .

La première observation que l'on peut faire est la similitude de ces résultats avec ceux de l'essai DEDALE 3 présenté en Figure IV.8. Un pic d'énergie est ainsi présent en Figure IV.8 (b) à 23s environ. Ce pic apparaît là encore entre les deux résonances, avec le même type de déformée, à savoir un fort déplacement du bas de l'assemblage. Les fréquences de résonance

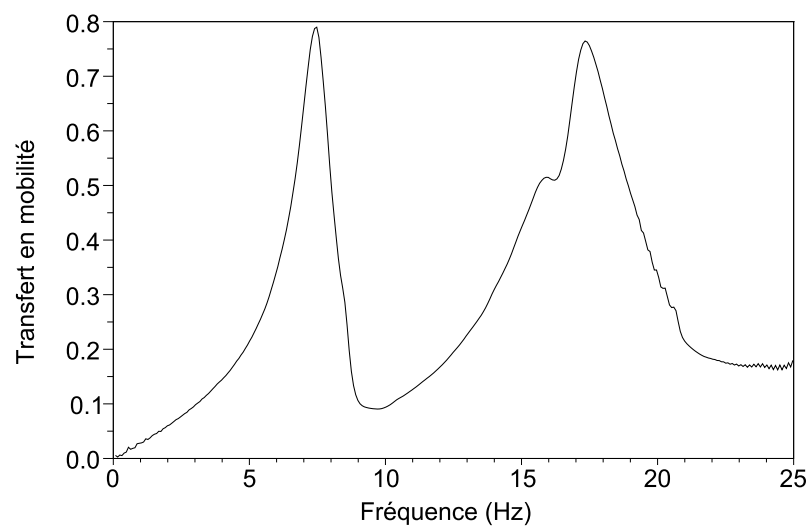


FIGURE V.12 – Fonction de transfert en mobilité obtenue entre la vitesse de la grille du haut de l'assemblage excité et la force, en air.

sont déterminées avec les maxima de la fonction de transfert donnée en Figure V.12, menant aux modes donnés en Figure V.13.

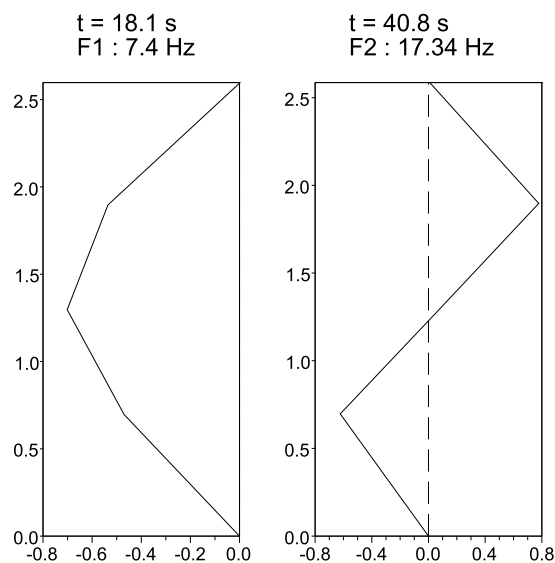


FIGURE V.13 – Premier POM obtenu aux résonances, avec leur temps d'apparition et fréquence de résonance associés. On a en ordonnée la hauteur sur l'assemblage, en mètres.



Les déformées obtenues sont bien proches des modes propres attendus pour un assemblage en vibration, malgré une légère asymétrie des deux modes (la grille supérieure a un déplacement légèrement plus élevé que la grille inférieure). L'objectif serait d'obtenir ces déformées aux résonances en fonction de l'amplitude d'excitation, afin d'observer si l'évolution des fréquences de résonance s'accompagne d'une modification des déformées modales. Ces études à différentes amplitudes d'excitation n'ont pas pu être réalisées ici dans de bonnes conditions d'essai, mais auront lieu ultérieurement.

Il faut aussi remarquer que les fréquences de résonance obtenues en air, de 7,4 et 17,3  $Hz$ , sont cohérentes avec les résultats des simulations donnés au Chapitre 2. En effet, les calculs par analyse modale avaient donné des fréquences de résonances de 5,6 et 11,8  $Hz$  dans le cas d'un glissement sans frottement des crayons dans les grilles, et des fréquences de 11,8 et 22,2  $Hz$  dans le cas d'encastrement. Les crayons frottant en réalité dans les grilles, il est logique d'obtenir des fréquences de résonance comprises entre ces deux cas extrêmes.

Nous avons vu que même en air, les quatre assemblages vibrent lors d'un essai. Afin de comparer les résultats obtenus en air et en eau stagnante, il convient d'analyser les déplacements des quatre assemblages, dans les deux directions. Cela est fait à l'aide de la SWPOD, en l'appliquant aux 24 déplacements mesurés. Elle est ici appliquée sur 400 fenêtres de 2s chacune. La Figure V.14 montre les résultats obtenus.

On retrouve en Figure V.14 (b) la courbe obtenue précédemment pour l'assemblage excité seul (Figure V.11 (b)), montrant que l'assemblage 1 capture l'essentiel de l'énergie. Les Figures V.15 et V.16 donnent le premier et le second POMs obtenus au passage des fréquences de résonance de l'assemblage excité. Ces fréquences, valant 7,4 et 17,3  $Hz$ , sont traversées aux temps 18,1s et 40,8s.

Sur la Figure V.15 (respectivement la Figure V.16), le premier POM (respectivement le second) est représenté au passage des deux résonances de l'assemblage excité, sous deux angles de vue. Cela permet une meilleure représentation en trois dimensions, avec la première vue de 3/4, et la seconde du dessus. L'assemblage excité est en rouge et les trois autres en bleu, avec les extrémités des assemblages (fixes) marquées par des boules noires. Enfin, la proportion d'énergie capturée par le premier POM (respectivement le second) est donnée à chaque temps, ainsi que la fréquence principale de la POC associée.

On peut observer un déplacement de l'assemblage excité bien plus important que les trois autres, que ce soit sur le premier ou le second POM. De plus, on retrouve bien pour le premier POM les déformées modales de la Figure V.13, obtenues en analysant l'assemblage excité seul. On peut tout de même observer à 40,8s un léger déplacement des assemblages 2, 3 et 4 dans la direction  $x$ , avec une déformation du bas des assemblages.

L'observation des POMs obtenus aux résonances n'est cependant pas la seule intéressante dans le cas présent. On peut observer en Figure V.14 (a) qu'un partage d'énergie plus élevé entre les deux premiers POMs apparaît aux temps 23s, 39s et 48,5s. Les Figures V.17 et V.18 donnent le premier et le second POM obtenus à ces trois temps.

On peut observer que le premier POM correspond principalement aux mouvements de l'assemblage excité, alors que le second POM permet d'observer des mouvements des quatre assemblages à amplitude comparable. Malgré l'absence de fluide, les trois assemblages non excités ont un mouvement d'ensemble avec l'apparition du premier mode propre à 23s et du second mode propre à 48,5s. Ces mouvements sont bien entendus causés par les mouvements de la section d'essai, comme mentionné précédemment.

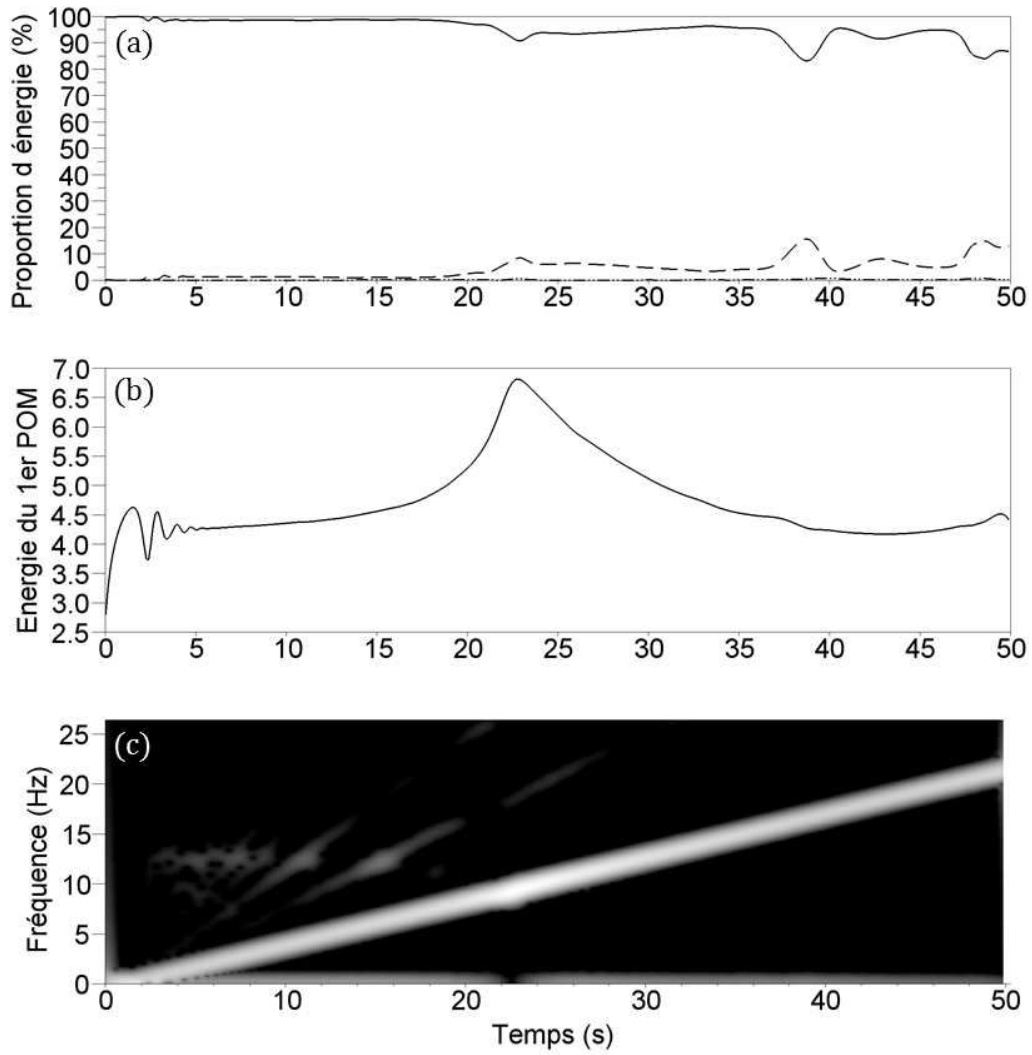


FIGURE V.14 – Analyse par SWPOD des déplacements des quatre assemblages pour un essai ICARE en air, à  $0,8 \text{ mm}$  d'amplitude. (a) Proportion d'énergie capturée par le premier (ligne pleine), second (pointillés) et troisième (points) POMs. (b) Energie capturée par le premier POM. (c) Représentation temps-fréquence de la première POC multipliée par sa POV associée  $\lambda_1^\tau \hat{G}_1(\tau, f)$ .

Nous avons pu voir que l'essentiel de l'énergie était capturée par l'assemblage excité. Afin de discerner le comportement de chacun des assemblages, on applique la SWPOD à chaque assemblage séparément, aux six déplacements  $x_{i,1}$ ,  $x_{i,2}$ ,  $x_{i,3}$ ,  $y_{i,1}$ ,  $y_{i,2}$  et  $y_{i,3}$ . Une série de POMs, POVs et POCs est donc obtenue pour chaque assemblage. L'évolution en fonction du temps de l'énergie capturée par le premier POM, pour chaque assemblage, est donnée en Figure V.19.

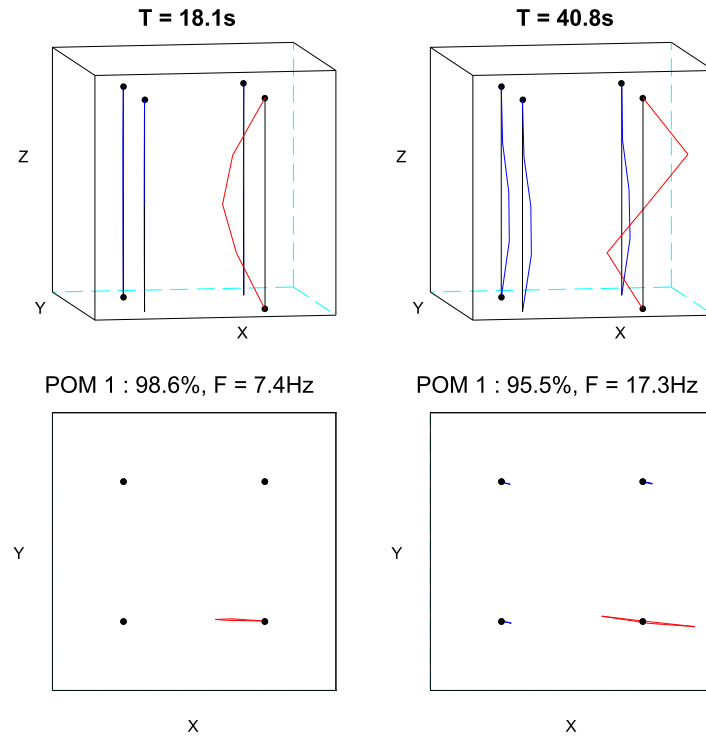


FIGURE V.15 – Premier POM obtenu aux résonances de l'assemblage excité, en analysant les déplacements des quatre assemblages simultanément, pour un essai en air.

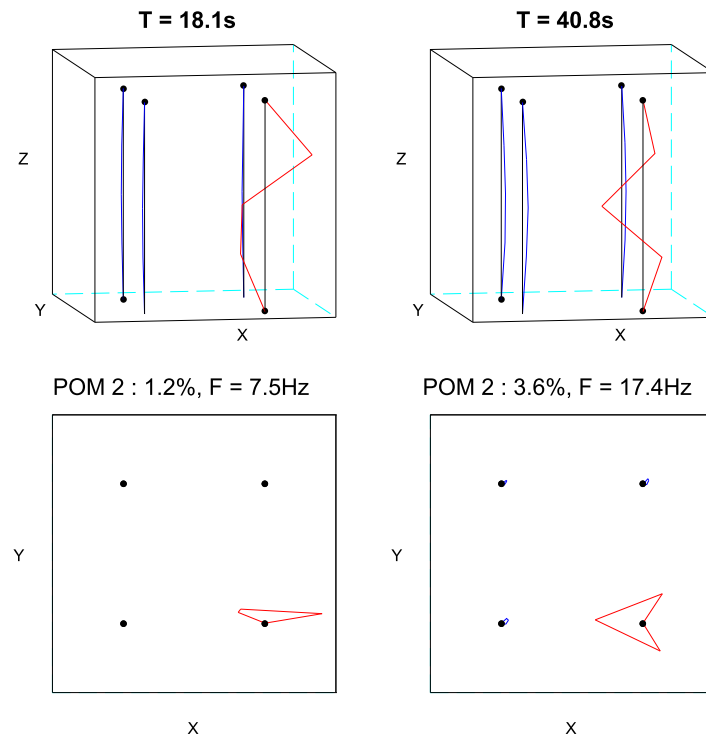


FIGURE V.16 – Second POM obtenu aux résonances de l'assemblage excité, en analysant les déplacements des quatre assemblages simultanément, pour un essai en air.

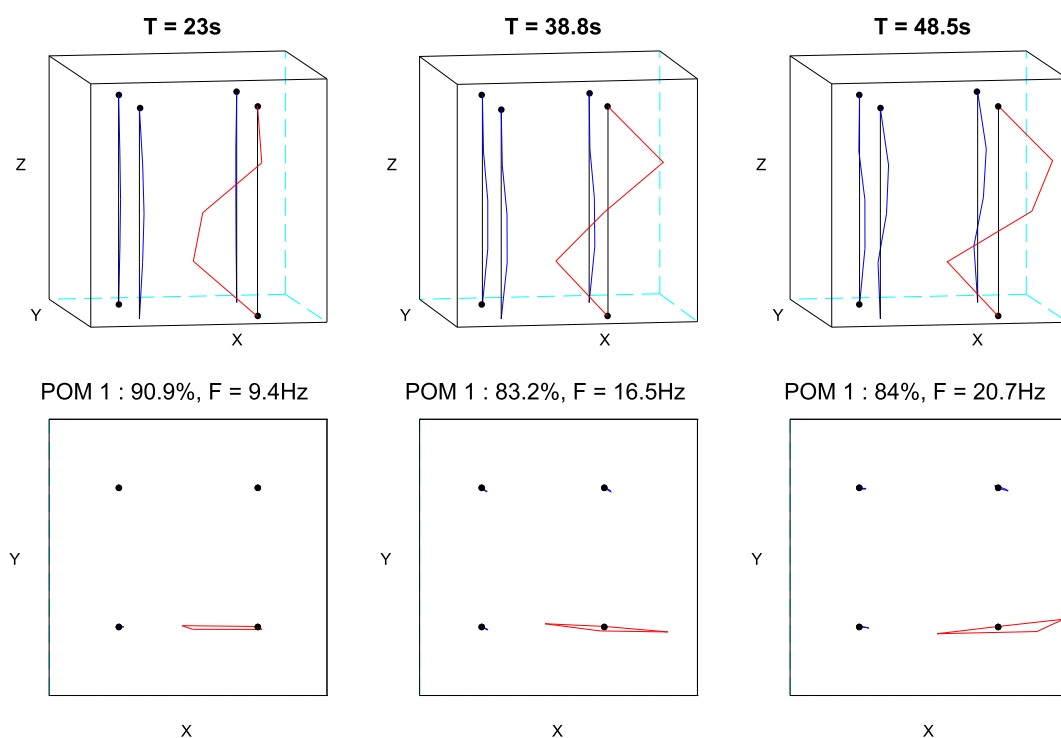


FIGURE V.17 – Premier POM obtenu en analysant les déplacements des quatre assemblages simultanément, pour un essai en air d'amplitude 0,8 mm.

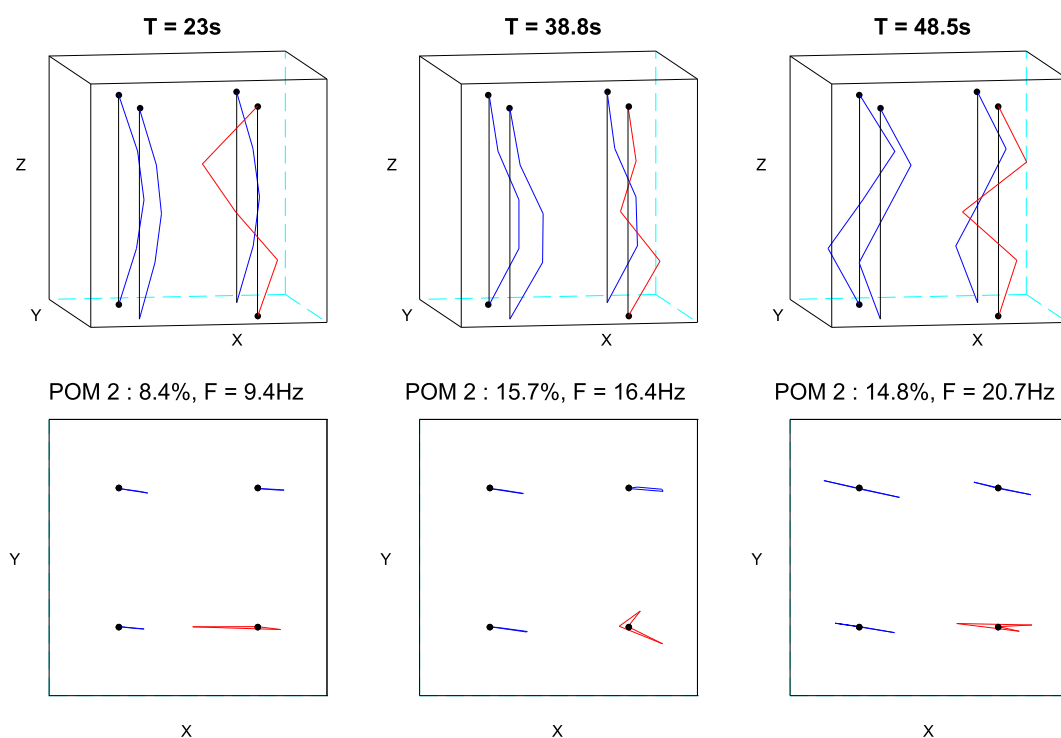


FIGURE V.18 – Second POM obtenu en analysant les déplacements des quatre assemblages simultanément, pour un essai en air d'amplitude 0,8 mm.

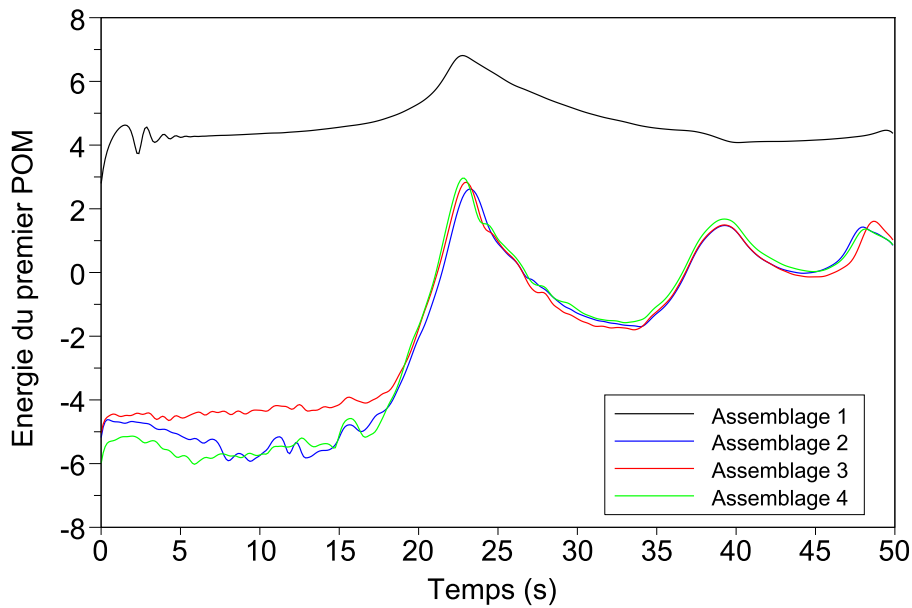


FIGURE V.19 – Evolution de l'énergie capturée par le premier POM, pour les quatre assemblages, pour un essai à 0,8 mm d'amplitude en air. Assemblage 1 en noir, assemblage 2 en bleu, assemblage 3 en rouge et assemblage 4 en vert.

Sur la Figure V.19, les assemblages 2, 3 et 4 montrent des évolutions de l'énergie du premier POM quasi-identiques, avec trois pics clairement discernables. On peut constater que ces pics apparaissent aux temps 23s, 39s et 48,5s, où un fort partage d'énergie était présent en Figure V.14 (a). Nous avons vu qu'à ces temps, les mouvements des assemblages non excités sont capturés par le second POM, lorsqu'on applique la SWPOD aux déplacements des quatre assemblages simultanément.

Sur la Figure V.20, le premier POM obtenu pour chacun des quatre assemblages est affiché au passage des deux résonances de l'assemblage excité. Sur la Figure V.21, le premier POM est affiché aux trois temps auxquels un fort partage d'énergie a été observé.

Précisons de nouveau que les POMs affichés ont ici été obtenus par des SWPOD appliquées séparément sur chacun des assemblages. Ces POMs étant normés, il est logique d'observer des amplitudes de déplacement comparables pour les quatre assemblages. L'amplitude de déplacement réelle d'un assemblage par rapport à un autre est donnée par l'énergie qu'il capture, donnée en Figure V.19. Les POMs étant définis à un facteur près, l'orientation des assemblages a été choisie de façon à correspondre à celles observées sur les Figures V.17 et V.18.

Sur la Figure V.20, on peut voir à 18,1s que les assemblages 2, 3 et 4 vibrent avec des déformées proches de leur premier mode. Cependant, l'énergie qu'ils capturent est très faible et presque seul l'assemblage excité vibre réellement. A 40.8s, ces assemblages montrent une vibration des grilles du bas principalement, correspondant aux vibrations de l'assemblage entre ses deux modes propres.

On retrouve sur la Figure V.21, à chaque temps, les déformées obtenues en Figure V.17 pour l'assemblage excité, et celles obtenues en Figure V.18 pour les trois autres. A 23s, la déformée des assemblages 2, 3 et 4 correspond à leur premier mode de vibration, ce qui explique leur

fort déplacement. L'assemblage excité voit un fort déplacement des grilles du bas, qui est bien la déformée obtenue à son pic de déplacement. A 39s, ce sont les assemblages 2, 3 et 4 qui ont cette forme, alors que l'assemblage 1 est proche de sa deuxième résonance. Ce résultat est proche de celui obtenu à 40,8s. A 48s, les assemblages 2, 3 et 4 semblent vibrer à leur seconde résonance, expliquant là encore leur fort déplacement.

On peut donc conclure que les résonances de l'assemblage excité se produisent aux temps 18.1s et 40.8s, alors que les résonances des assemblages 2, 3 et 4 se produisent à 23s et 48.5s. Les fortes différences de fréquences de résonance qui en découlent viennent de la différence d'amplitude de vibration des assemblages. En effet, comme nous l'avons vu sur la Figure V.19, les vibrations de l'assemblage excité sont bien plus importantes que celles des trois autres, c'est donc logique qu'il ait des fréquences de résonances bien plus faibles.

L'essai de sinus balayé en air a donc montré une vibration des quatre assemblages, principalement dans la direction  $x$ . Des phénomènes complexes ont pu être observés, tels que le décalage des fréquences de résonance des assemblages non excités. Nous allons dans la section suivante analyser les résultats obtenus en eau stagnante, qui devraient montrer l'apport d'un couplage supplémentaire entre assemblages par la présence d'eau.

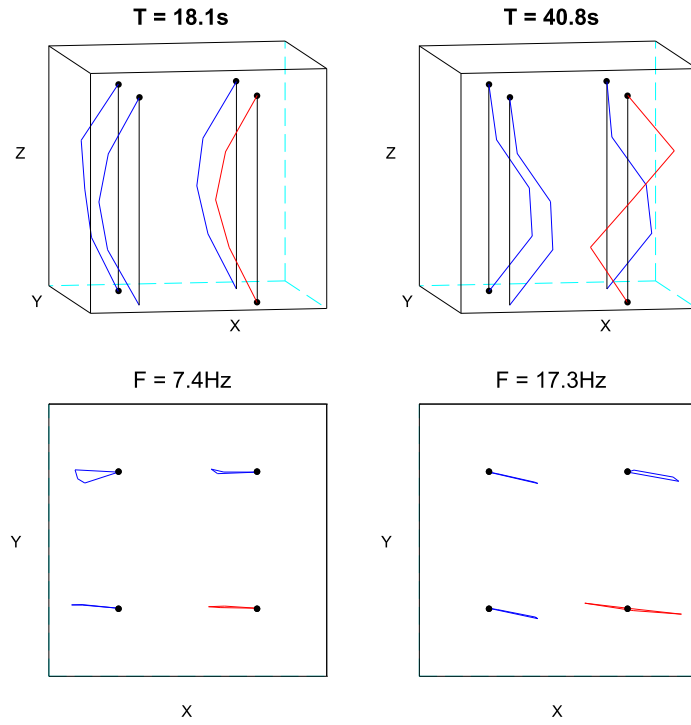


FIGURE V.20 – Premier POM obtenu aux résonances de l’assemblage 1, pour un essai en air d’amplitude  $0,8\text{ mm}$ . La SWPOD est ici appliquée à chaque assemblage séparément.

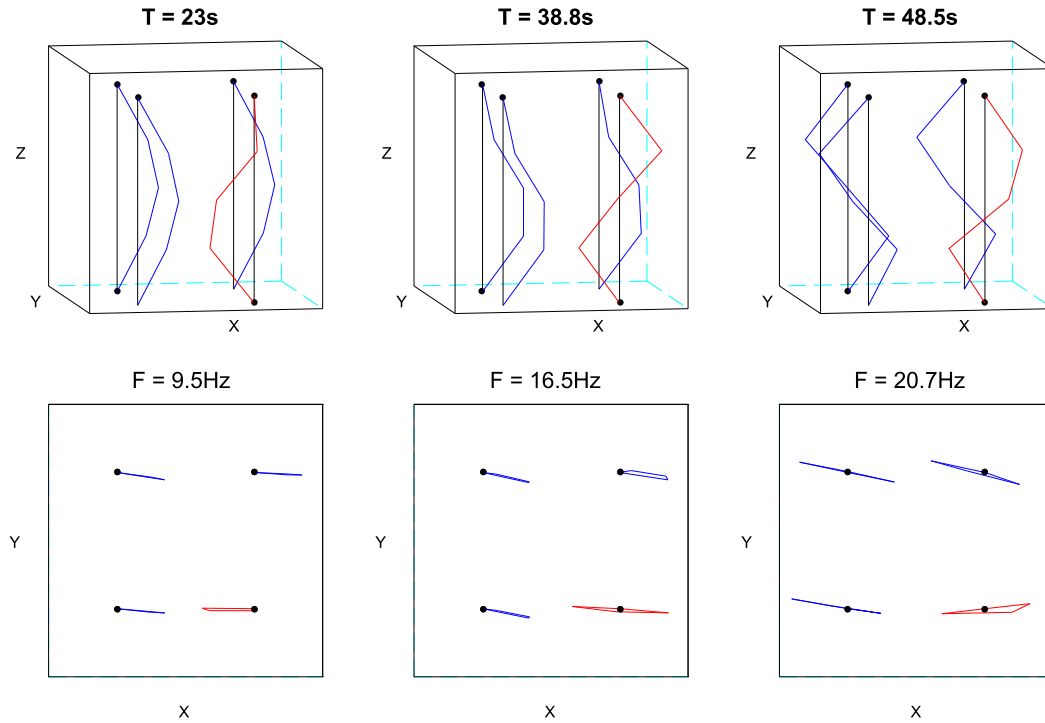


FIGURE V.21 – Premier POM obtenu aux pics d’énergie des assemblages 2, 3 et 4, pour un essai en air d’amplitude  $0,8\text{ mm}$ . La SWPOD est ici appliquée à chaque assemblage séparément.

### V.1.3 Analyse des résultats en eau stagnante

La boucle d'alimentation en eau de l'installation ICARE EXPERIMENTAL a pu être installée, cependant le variateur pilotant le débit de la pompe s'est révélé défectueux. Son remplacement demandant plusieurs mois, aucun essai n'a pu être réalisé sous écoulement. On pourra tout de même comparer les résultats obtenus en air et en eau stagnante, tout en gardant à l'esprit les vibrations de la section d'essai et de son support. On peut commencer par comparer les fonctions de transfert obtenues en air et en eau, données sur la Figure V.22. Les résultats de l'application de la SWPOD aux déplacements  $x_{1,1}$ ,  $x_{1,2}$ ,  $x_{1,3}$  de l'assemblage excité sont donnés en Figure V.23.

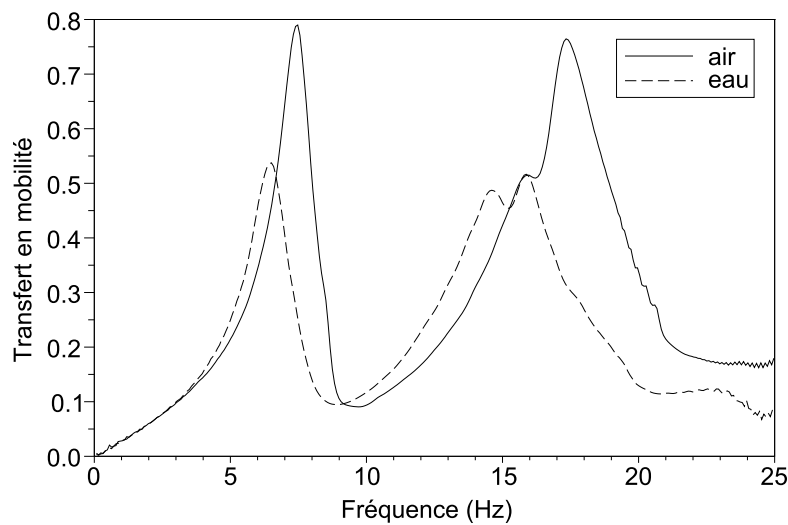


FIGURE V.22 – Fonctions de transfert en mobilité en air et en eau, pour des essais à 0,8 mm d'amplitude.

On peut observer une baisse de la première fréquence de résonance de 7,4  $Hz$  à 6,5  $Hz$ , et une diminution de l'amplitude des pics. La baisse de la fréquence est due à l'apport d'une masse ajoutée par la présence d'eau, et la diminution des pics est due à l'augmentation de l'amortissement.

L'analyse de la seconde résonance est plus complexe, à cause de la présence de deux pics. Dans le cas en air, le second pic (à 17,3  $Hz$ ) correspond à la résonance de l'assemblage, et est facilement discernable. Le pic à 15,9  $Hz$ , situé à sa gauche, est dû aux vibrations de la section d'essai.

Dans le cas en eau, les deux pics ont des amplitudes comparables, deux cas de figures sont donc possibles. Soit les deux pics ont baissé en fréquence à cause de la présence d'eau, et la seconde fréquence de résonance vaut maintenant 15,9  $Hz$ . Soit le pic dû à la vibration de la section d'essai (celui à 15,9  $Hz$  en air) n'a pas été modifié, mais celui de la seconde résonance est maintenant à la fréquence de 14,6  $Hz$ . Cette deuxième hypothèse sera celle retenue, et est confirmée par l'observation des POMs obtenus aux fréquences 6,5, 14,6 et 15,9  $Hz$  donnés en Figure V.24.



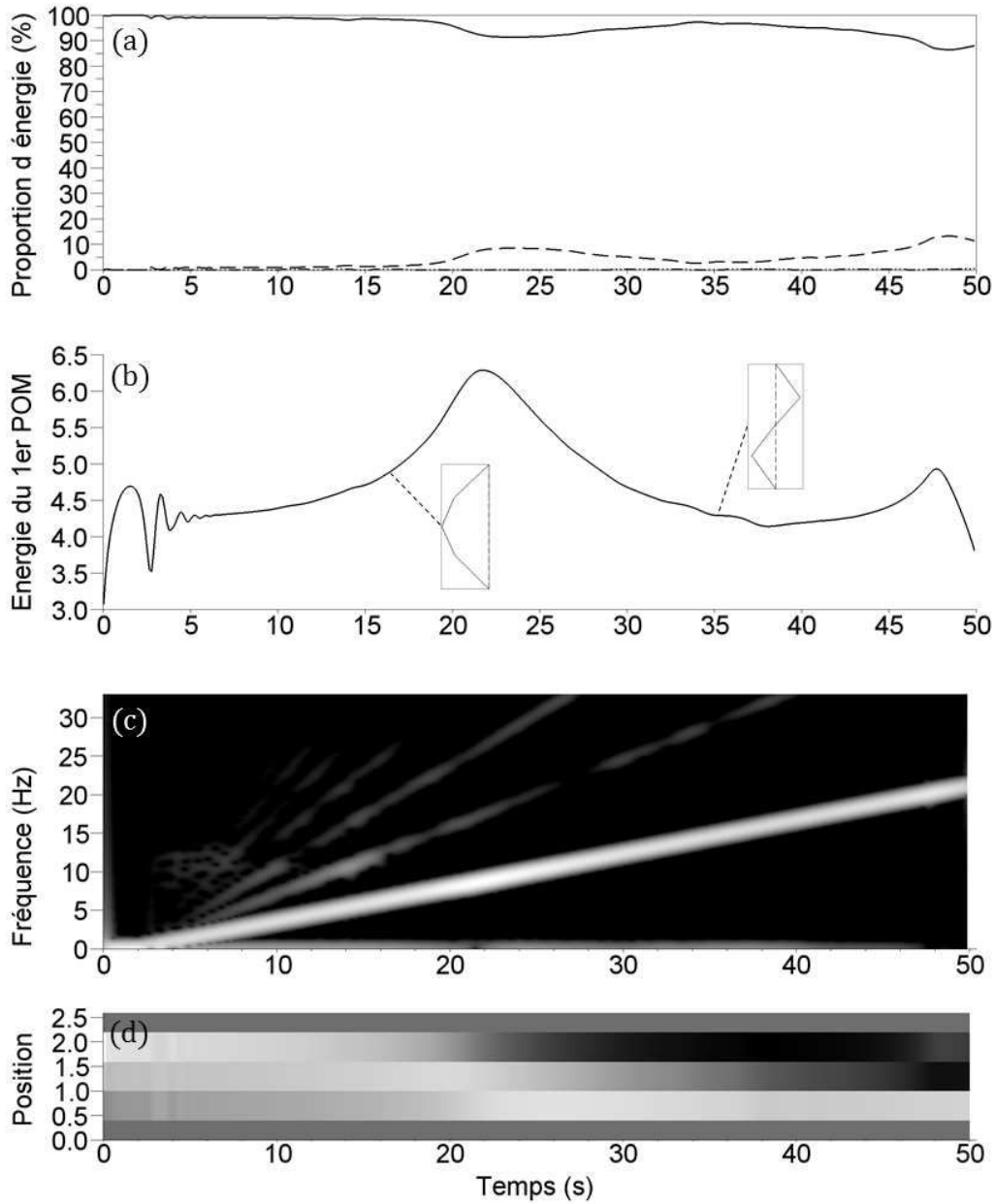


FIGURE V.23 – Analyse par SWPOD des déplacements de l'assemblage excité pour un essai ICARE en air, à  $0,8 \text{ mm}$  d'amplitude. (a) Proportion d'énergie capturée par le premier (ligne pleine), second (pointillés) et troisième (points) POMs. (b) Energie capturée par le premier POM, avec les déformées obtenues aux résonances. (c) Représentation temps-fréquence de la première POC multipliée par sa POV associée  $\lambda_1^\tau \hat{G}_1(\tau, f)$ . (d) Evolution temporelle du premier POM  $\Phi_1^\tau$ .

On peut voir sur la Figure V.24 que les déformées obtenues à  $16,6\text{s}$  et  $35,1\text{s}$  correspondent bien aux deux modes propres de l'assemblage. Celle obtenue à  $38,1\text{s}$  est un peu éloignée du second mode propre, confirmant l'hypothèse donnant la seconde fréquence propre de l'assemblage, en eau, à  $14,6 \text{ Hz}$ . De plus, la présence d'eau a rendu le second mode symétrique, contrairement au cas en air.

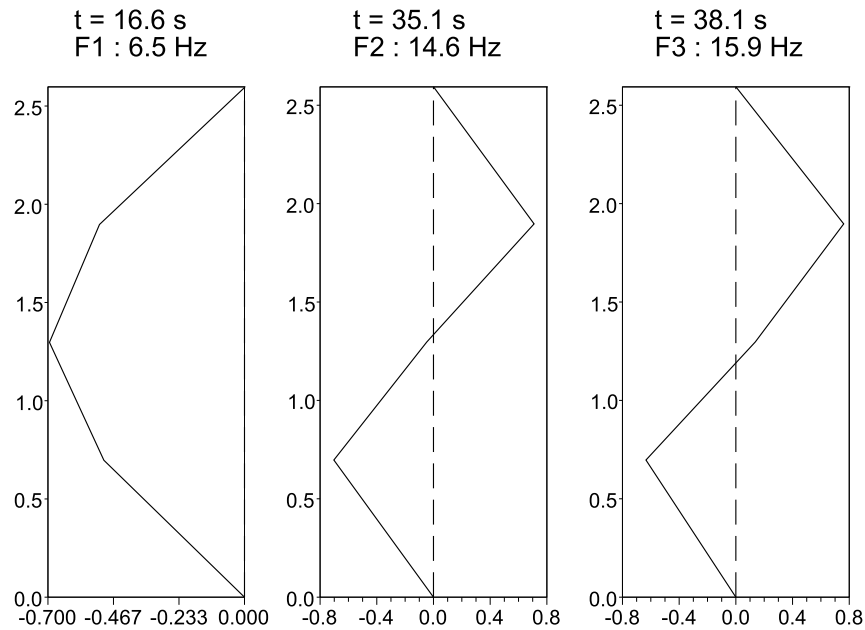


FIGURE V.24 – Premier POM obtenu aux trois pics observés sur la fonction de transfert pour un essai en eau de 0,8 *mm* d’amplitude. On a en ordonnée la hauteur sur l’assemblage, en mètres.

Nous avons vu que les assemblages 2, 3 et 4 vibraient en air principalement selon  $x$ . Un comportement différent est attendu en eau. Les mêmes analyses qu’en air, utilisant la SWPOD, ont donc été conduites pour un essai en eau stagnante de 0,8 *mm* d’amplitude. La Figure V.25 donne les résultats de la SWPOD appliquée aux quatre assemblages simultanément.

La Figure V.25 (b) montre, comme en air, que l’énergie capturée par les quatre assemblages ensemble est très proche de celle obtenue en Figure V.23 (b) pour l’assemblage 1 seul. Les déplacements de l’assemblage 1 sont donc bien plus importants que ceux des trois autres.

La Figure V.25 (a) montre un partage d’énergie assez proche de celui obtenu en air. Il faut prendre en compte qu’avec la présence d’eau, les fréquences de résonance des assemblages ont diminué et les phénomènes observés en air devraient donc se produire un peu plus tôt en eau.

Comme pour l’essai en air analysé précédemment, les deux premiers POMs obtenus aux résonances de l’assemblage 1 sont donnés en Figures V.26 et V.27. Les deux premiers POMs obtenus lors d’un fort partage d’énergie, aux temps 22s, 37s, et 44,5s, sont aussi donnés en Figures V.28 et V.29.

La SWPOD a, pour cet essai en eau aussi, été appliquée séparément aux quatre assemblages. L’évolution de l’énergie capturée par le premier POM de chaque assemblage est donnée en Figure V.30. Le premier POM obtenu à la résonance de l’assemblage excité est donné en Figure V.31. Celui obtenu lors de forts partages d’énergie est donné en Figure V.32.

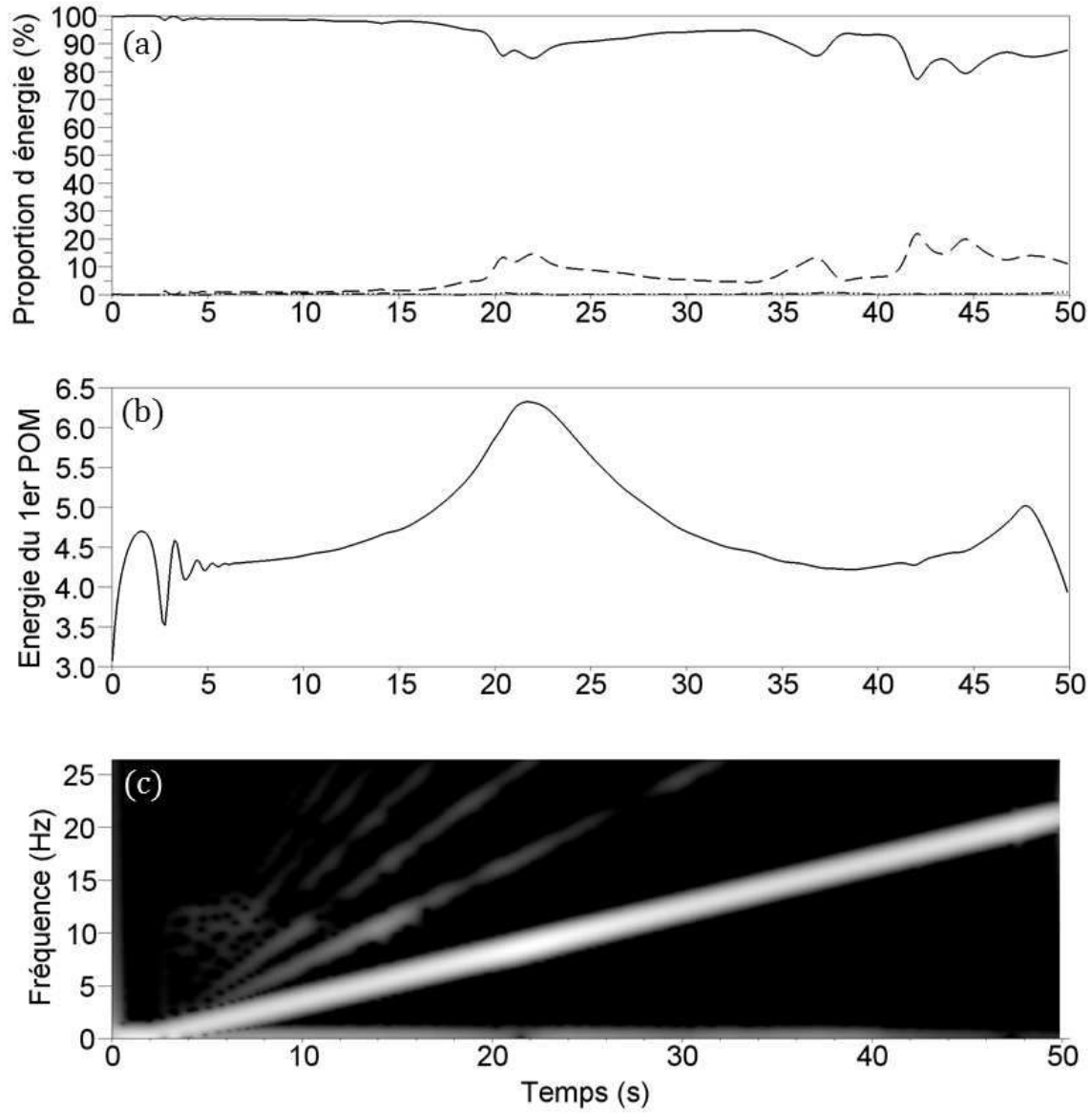


FIGURE V.25 – Analyse par SWPOD des déplacements des quatre assemblages pour un essai ICARE en eau, à  $0,8 \text{ mm}$  d'amplitude. (a) Proportion d'énergie capturée par le premier (ligne pleine), second (pointillés) et troisième (points) POMs. (b) Energie capturée par le premier POM. (c) Représentation temps-fréquence de la première POC multipliée par sa POV associée  $\lambda_1^T \hat{G}_1(\tau, f)$ .

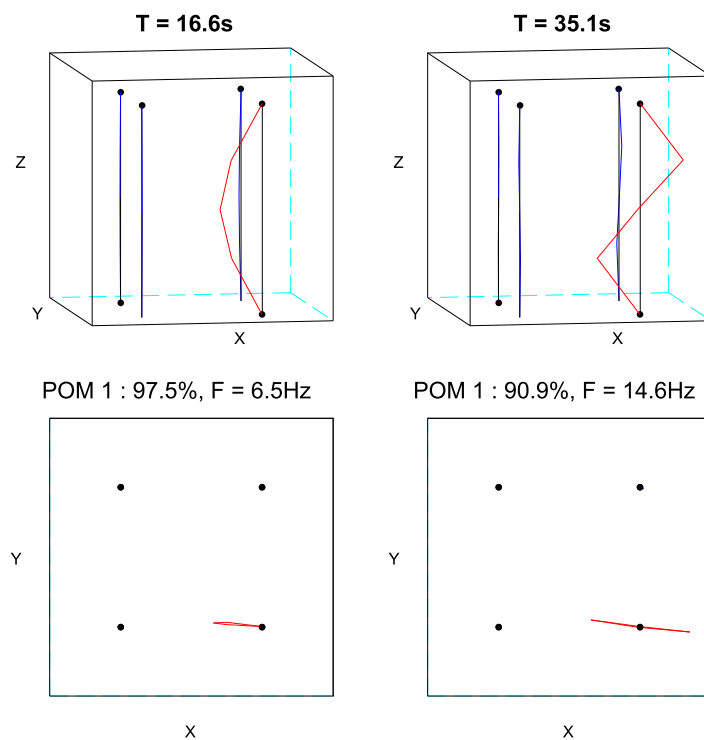


FIGURE V.26 – Premier POM obtenu au passage des résonances de l'assemblage excité, en analysant les déplacements des quatre assemblages simultanément, pour un essai en air.

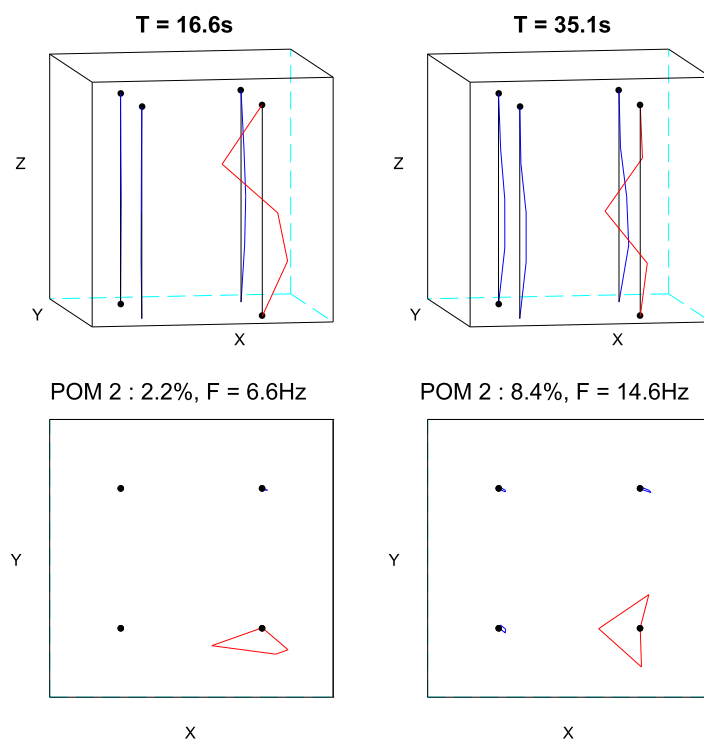


FIGURE V.27 – Second POM obtenu au passage des résonances de l'assemblage excité, en analysant les déplacements des quatre assemblages simultanément, pour un essai en air.

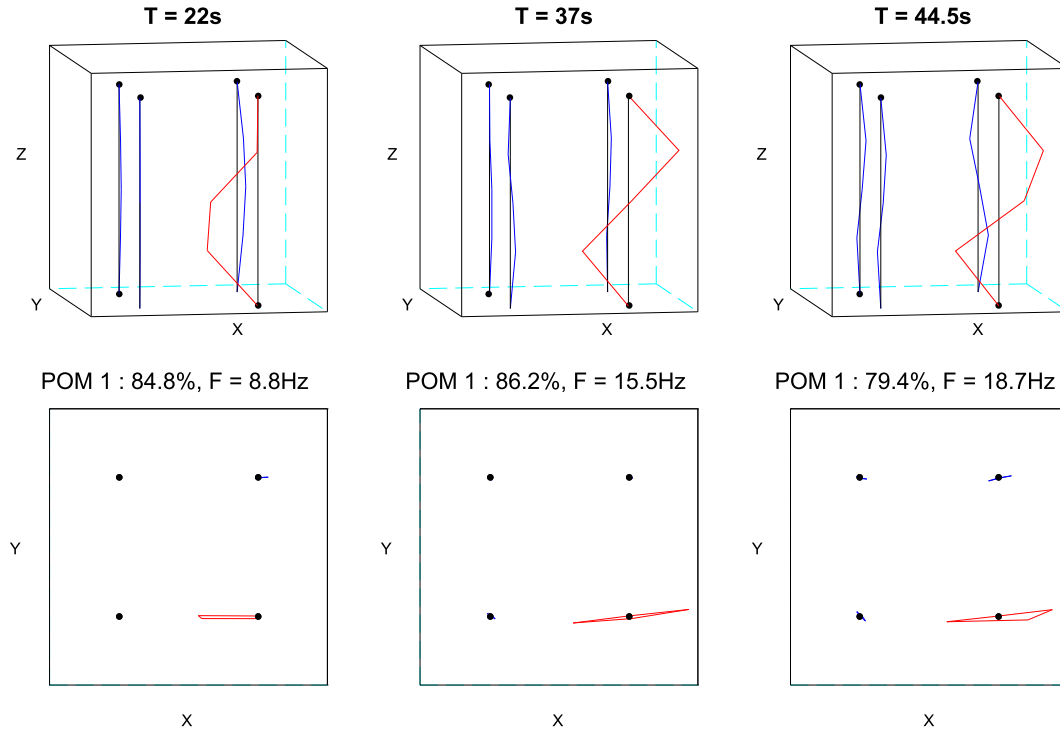


FIGURE V.28 – Premier POM obtenu en analysant les déplacements des quatre assemblages simultanément, pour un essai en eau d'amplitude 0,8 mm.

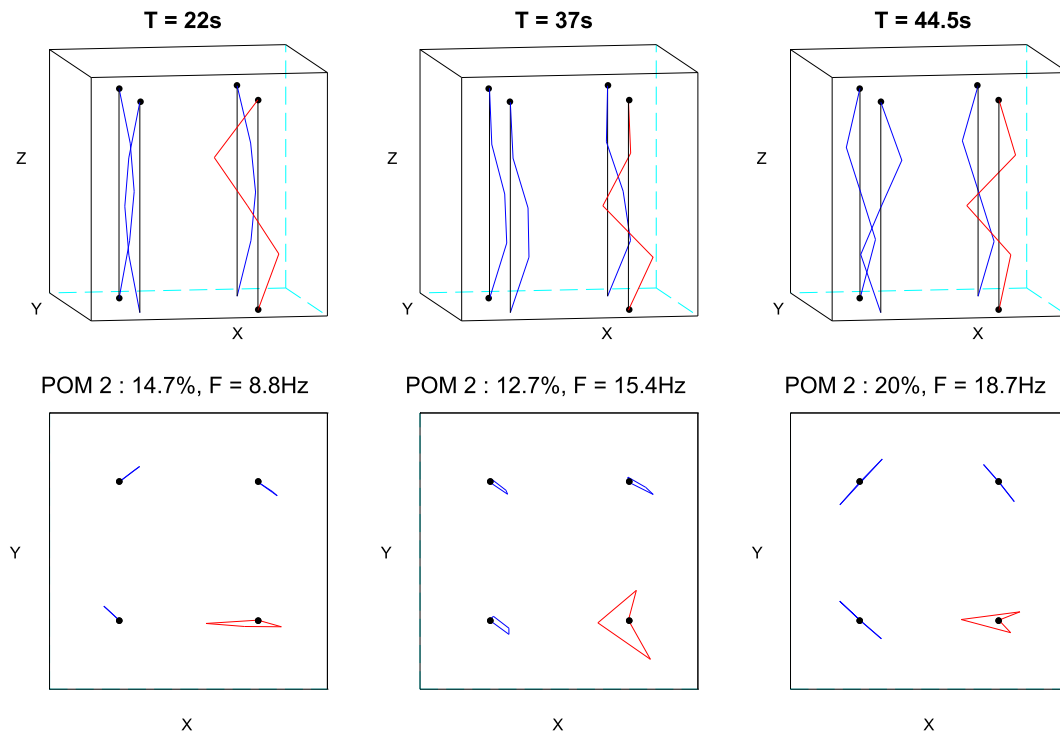


FIGURE V.29 – Second POM obtenu en analysant les déplacements des quatre assemblages simultanément, pour un essai en eau d'amplitude 0,8 mm.

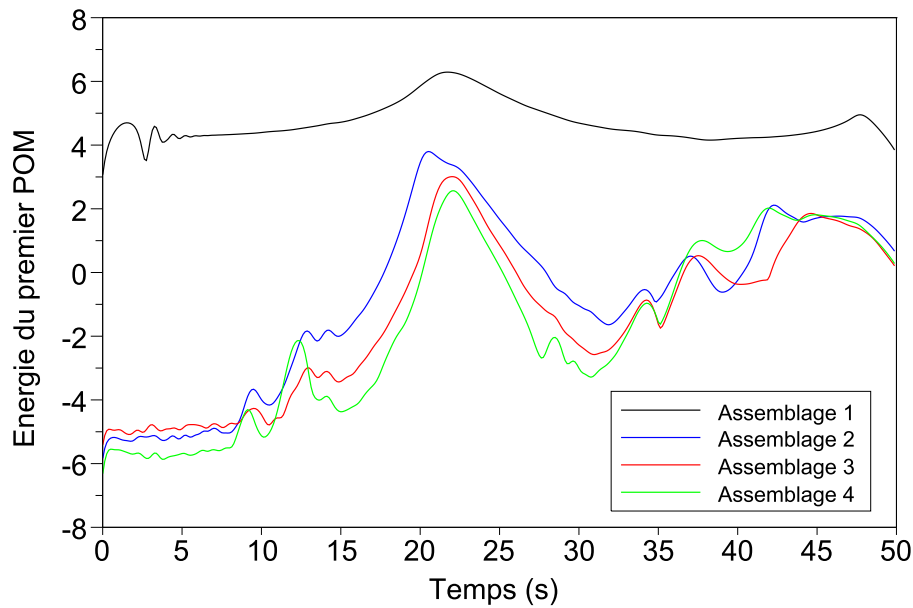


FIGURE V.30 – Evolution de l'énergie capturée par le premier POM, pour les quatre assemblages, pour un essai à 0,8 mm d'amplitude en eau. Assemblage 1 en noir, assemblage 2 en bleu, assemblage 3 en rouge et assemblage 4 en vert.

Avant de continuer l'analyse des essais en eau, il faut préciser que trois sources peuvent apporter un fort déplacement chez les assemblages non excités : des vibrations à une de leurs fréquences de résonance, de fortes forces fluides exercées par de forts mouvements de l'eau, et de forts mouvements de la section d'essai. Ces sources pouvant se combiner, des phénomènes complexes sont susceptibles d'apparaître. De plus, il faut se souvenir que les fréquences de résonance des assemblages diminuent lorsque leur amplitude de vibration augmente.

Nous pouvons commencer par analyser la Figure V.30, donnant l'évolution de l'énergie du premier POM capturée par chacun des assemblages. Elle montre des comportements des trois assemblages non excités assez différents, contrairement au cas en air où ils avaient presque la même évolution d'énergie. L'assemblage 2 atteint par exemple son pic de déplacement à 20s, alors que les assemblages 2 et 3 l'atteignent à 22s. Le déplacement de l'assemblage 2 étant supérieur à celui des deux autres, on peut en déduire que sa fréquence de résonance est légèrement inférieure, son mouvement résonant apparaissant donc un peu avant les deux autres.

L'évolution de l'énergie à partir de 30s est bien plus complexe que dans le cas en air, avec de nombreux pics et un comportement différent des trois assemblages. Au pic d'énergie situé à 42s, l'énergie est par exemple localisée dans les assemblages 2 et 4, l'assemblage 3 ne vibrant que très faiblement. Ce comportement est sûrement dû au couplage apporté par l'eau, qui se cumule avec le couplage apporté par la section d'essai.

Nous analyserons maintenant les POMs obtenus à cinq temps jugés caractéristiques. Les deux premiers, 16,6s et 35,1s, correspondent aux résonances de l'assemblage excité. Les temps 22s, 37s et 44,5s, correspondent à des moments de fort partage d'énergie entre POMs. Ces trois temps sont en réalité les équivalents, en eau, des temps scrutés en air, avec la baisse des fréquences apportée par l'eau.

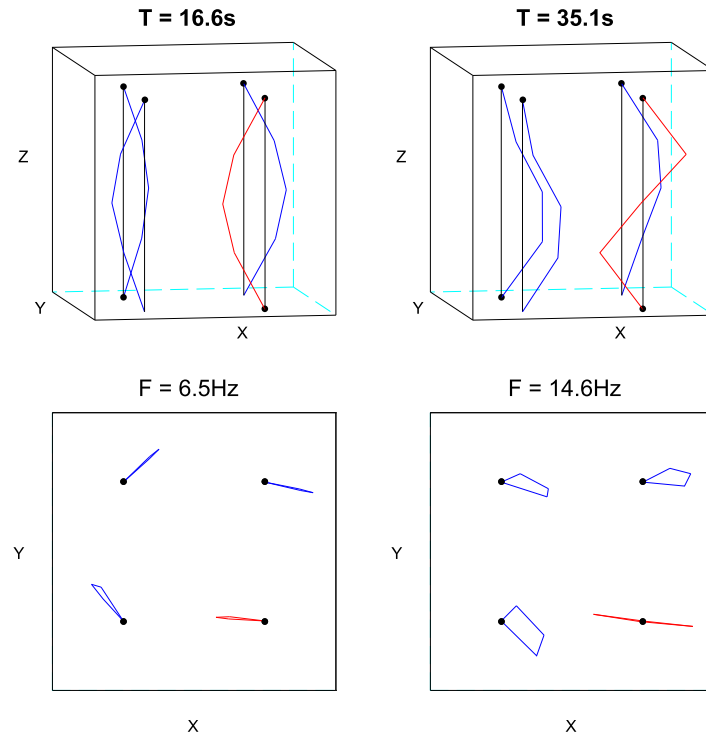


FIGURE V.31 – Premier POM obtenu au passage des résonances de l’assemblage 1, pour un essai en air d’amplitude  $0,8\text{ mm}$ . La SWPOD est ici appliquée à chaque assemblage séparément.

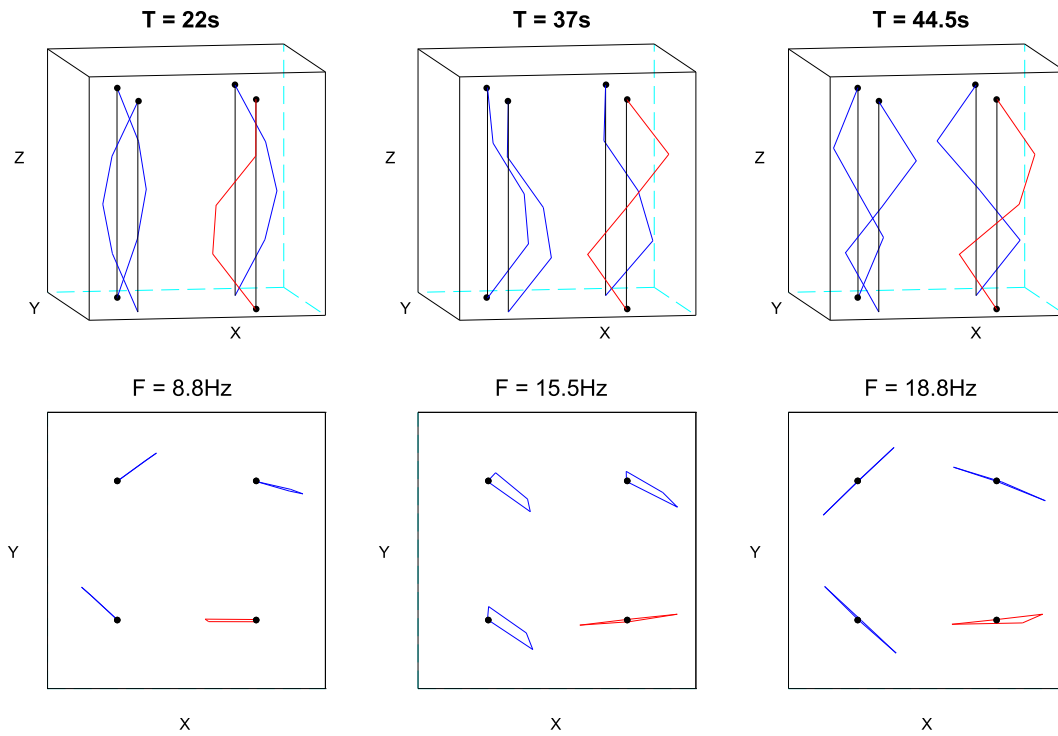


FIGURE V.32 – Premier POM obtenu aux pics d’énergie des assemblages 2, 3 et 4, pour un essai en eau d’amplitude  $0,8\text{ mm}$ . La SWPOD est ici appliquée à chaque assemblage séparément.

Les POMs obtenus à 16,6s et 35,1s sont donnés sur les Figures V.26, V.27 et V.31. On peut voir que l'assemblage excité a clairement un déplacement supérieur aux trois autres. A 16,6s, les assemblages 2, 3 et 4 ont une déformée proche de leur premier mode propre. A 35,1s par contre, leur déformée est loin de celle du second mode. Cela confirme que l'assemblage excité n'a pas ses résonances au même moment que les trois autres, comme c'était déjà le cas en air.

Les POMs obtenus aux temps 22s, 37s et 44,5s sont observables sur les Figures V.28, V.29 et V.32. On peut voir, comme en air, qu'en appliquant la SWPOD aux quatre assemblages simultanément (Figures V.28 et V.29), le premier POM capture le mouvement de l'assemblage excité (et un peu de l'assemblage 2), et que le second POM capture le mouvement des assemblages 2, 3 et 4. Que ce soit en air ou en eau, il semblerait donc que les assemblages 2, 3 et 4 vibrent à l'unisson, déphasés de l'assemblage excité. Le couplage, via la section d'essai (en air) ou via l'eau introduirait donc un déphasage entre l'excitation et les trois assemblages libres.

De plus, contrairement au cas en air, le déplacement des assemblages se fait cette fois dans les deux directions, et plus seulement celle d'excitation. On peut observer aux temps 16,6s, 22s et 44s des mouvements des quatre assemblages en cercle, laissant penser à une circulation de l'eau en forme de tourbillon. Ce type de mouvement est ce que l'on souhaite comparer aux résultats des simulations, car ce sont les signatures du couplage entre les assemblages amené par l'eau.

On souhaiterait aussi quantifier ce couplage, mais cela est difficile avec ces essais à cause des vibrations apportées par les mouvements de la section d'essai et de son support. En effet, il n'est pas possible de discerner le couplage apporté par le fluide de celui apporté par les vibrations de la structure de supportage.

Les études expérimentales n'ont donc malheureusement pas pu être plus poussées à cause de la vibration de la structure de supportage, de la liaison vérin-assemblage, de la panne du variateur de la pompe et du vérin. Les résultats obtenus seront tout de même comparés aux résultats issus des simulations, permettant de tirer des premières conclusions. De plus, de nombreuses améliorations sont prévues sur l'installation ICARE EXPERIMENTAL, décrites dans la section suivante.

#### V.1.4 Perspectives de l'installation ICARE EXPERIMENTAL

Comme nous l'avons vu précédemment, plusieurs biais expérimentaux sont présents dans l'expérience, qui doivent impérativement être réglés avant de pouvoir effectuer des essais propres.

La première priorité est bien entendu la remise en fonctionnement du vérin, sans lequel il est impossible de mettre en vibration les maquettes d'assemblages combustibles.

Une nouvelle rotule est en construction, afin d'éliminer complètement le jeu sur la liaison entre le vérin et l'assemblage excité. De plus, l'équerre de support du vérin est en train d'être modifiée pour permettre un placement plus libre du vérin, afin d'éviter le défaut d'alignement présent jusqu'à présent. Enfin, le logiciel de pilotage du vérin doit être modifié, afin de permettre une régulation en force, comme il le permet en déplacement. Ces trois modifications visent à permettre une meilleure mesure de la force, mais surtout à permettre de réaliser des essais à force imposée.

La structure supportant la section d'essai doit être renforcée afin d'éviter l'apparition de vibrations parasites. Ce renforcement sera réalisé en ajoutant de larges poutres d'acier entre le sol et le support, sur ses côtés et à l'arrière.



Le variateur de la pompe a été reçu et devrait être installé sous peu. Il permettra alors d'effectuer des tests sous écoulement, et de tester à l'aide des capteurs de pression différentielle si l'écoulement en entrée de la section d'essai est bien symétrique. A termes, des tests de vitesse fluide seront effectués à travers les hublots de la section d'essai.

Des essais sont aussi prévus avec un seul ou trois assemblages dans l'enceinte, via l'ajout possible des baffles. Un confinement réduit, avec 4 mm au lieu de 8 mm entre les assemblages sera aussi étudié, quel que soit le nombre d'assemblages présents dans l'enceinte.

Enfin, nous avons pu observer que les fréquences de résonance obtenues étaient de 7,4 Hz et 17,3 Hz en air. Ces fréquences sont plus élevées que celles des assemblages réels, et leur baisse est envisagée. Leur compression est une bonne méthode pour assouplir les assemblages, baissant ainsi leurs fréquences de résonance. Pour cela, des rondelles ressorts (aussi appelées rondelles bellevilles) seront utilisées. Elles seront placées sur la PIC, autour des pions de centrage, et seront comprimées entre l'embout inférieur et la PIC. Les calculs de dimensionnement de ces rondelles, prenant en compte le risque de flambage des assemblages et leur compression, sont donnés en Annexe D.

## V.2 Simulation des essais ICARE

### V.2.1 Adaptation du code de simulation COEUR3D

Des simulations des essais ICARE ont été effectuées à l'aide du code COEUR3D présenté au Chapitre 1. De nombreux paramètres doivent être choisis de façon adaptée aux conditions de la boucle ICARE EXPERIMENTAL. Certains sont déterminés par les caractéristiques physiques des maquettes d'assemblages combustibles ( $m_A, I_A, S_A, I, \rho, \rho_{eq}, \mu_{Teq}, L_A, S$ ). D'autres ont été recalés à partir des essais expérimentaux ICARE décrits précédemment, et certains ont été choisis à partir des recalages de paramètres effectués antérieurement sur les essais DEDALE.

Le code COEUR3D permet de reproduire le phénomène d'hystérésis présent dans un assemblage combustible, comme cela a été fait avec les essais DEDALE dans Ricciardi et Boccaccio (2012). Cependant, afin d'effectuer des calculs rapidement, le recalage du modèle permettant de reproduire le phénomène d'hystérésis n'a pu être fait pour les essais ICARE. Les fréquences de résonance d'un assemblage ne seront donc pas dépendantes de son amplitude de vibration, le comportement non-linéaire de la liaison grille-crayon n'étant pas reproduit.

Les paramètres structure  $E$  et  $G$  ont été recalés de façon à obtenir la même première fréquence de résonance entre simulation et expérience en air, pour une amplitude de 0,8 mm. Cette amplitude a été choisie car c'est celle pour laquelle des essais expérimentaux sont disponibles. Toutes les simulations étudiées par la suite auront donc une excitation d'amplitude 0,8 mm.

Les termes  $\mu_G$  et  $\mu_E$ , qui définissent l'amortissement de la structure, ont été choisis à partir de l'identification des essais DEDALE. Ils ont tout de même été ajustés de façon à obtenir une amplification aux résonances comparable entre simulations et essais expérimentaux. Ces termes devront être affinés une fois l'amortissement des assemblages ICARE identifié.

Le terme de masse ajoutée  $m_f$  a ensuite été choisi de façon à obtenir la même première fréquence de résonance entre expérience et simulation en eau, la chute de fréquence de résonance entre l'air et l'eau étant principalement due à ce terme.

Les coefficients  $C_T, C_N$  et  $C_D$ , qui définissent l'interaction entre le fluide et la structure, sont

choisis à partir des essais DEDALE directement. Ces termes prennent en compte l'ensemble de la structure de l'assemblage, dont le design des grilles est un facteur important. Ils devront donc être affinés pour les essais ICARE, puisqu'aucune ailette n'est présente sur les grilles par exemple. Cela requiert cependant des essais expérimentaux sous écoulement.

Au niveau de la résolution numérique et de la discrétisation du milieu, chaque assemblage est discrétisé en 13 noeuds. Deux de ces noeuds correspondant à leurs extrémités, nous aurons 11 noeuds mobiles par assemblage, soit 22 déplacements (2 dans chaque direction). Il faut noter que les noeuds 4, 6 et 8 des assemblages simulés correspondent aux trois grilles instrumentées lors des essais expérimentaux.

La résolution sera dans tous les cas effectuée avec 8000 pas de temps pour la structure, permettant d'avoir des temps de calcul faibles tout en gardant une bonne résolution temporelle. La durée des simulations étant de 50s, ce pas de temps est de 6,25ms. En eau, entre deux calculs structure, 12 pas de temps intermédiaires sont utilisés pour les calculs fluides, qui ont une dynamique plus rapide.

### V.2.2 Analyse des résultats en air

Pour commencer, des comparaisons vont être effectuées entre les résultats expérimentaux et simulés pour des essais en air, à 0,8 mm d'amplitude, pour un balayage en fréquence de 0,1 Hz à 22 Hz en 50s. Les Figures V.33 et V.34 comparent le déplacement et la force obtenus avec les essais expérimentaux et avec les simulations. La Figure V.35 compare les fonctions de transfert en mobilité obtenues dans les deux cas.

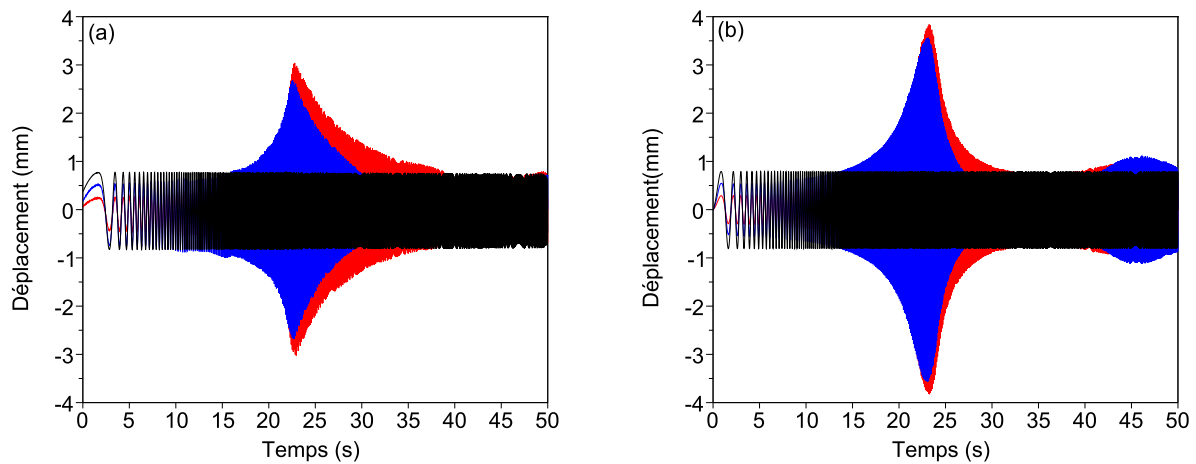


FIGURE V.33 – Déplacements de l'assemblage excité pour un sinus balayé de 0,8 mm d'amplitude en air, pour un essai expérimental (a) et simulé (b).  $x_{i,1}$  est donné en rouge,  $x_{i,2}$  en bleu et  $x_{i,3}$  en noir.

Les Figures V.33, V.34 et V.35 montrent une bonne ressemblance entre résultats expérimentaux et simulés, avec tout de même quelques différences. On peut par exemple observer un pic de déplacement et de force surestimé pour les simulations, lors du pic à 30s. De plus, le minima de la force à la première résonance (vers 17s) est plus faible dans la simulation, menant à un pic plus élevé de la fonction de transfert. L'amplitude de la seconde résonance,

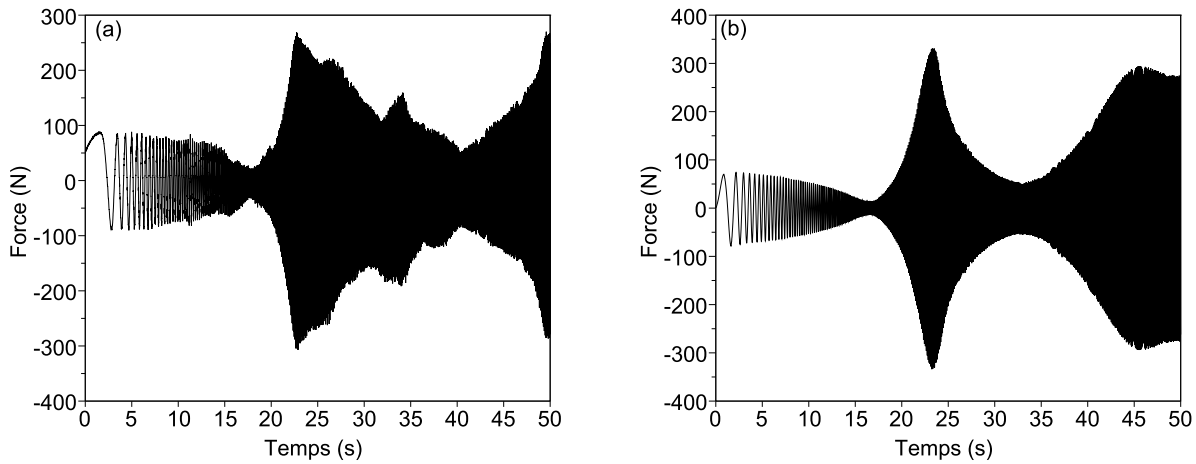


FIGURE V.34 – Evolution de la force pour un sinus balayé de  $0,8 \text{ mm}$  d'amplitude en air, pour un essai expérimental (a) et simulé (b).

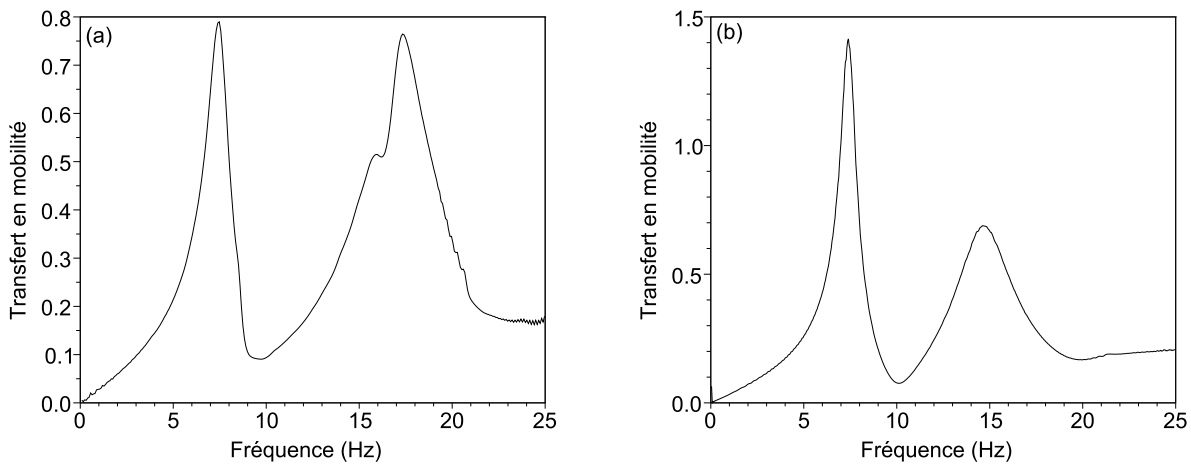


FIGURE V.35 – Fonction de transfert en mobilité obtenue pour un sinus balayé de  $0,8 \text{ mm}$  d'amplitude en air, pour un essai expérimental (a) et simulé (b).

plus faible que la première pour la simulation, est par contre du même ordre que celle obtenue expérimentalement. Il semble donc que l'amortissement du premier mode soit trop faible dans la simulation.

De plus, une sous-estimation de la seconde fréquence de résonance est présente dans les simulations. En effet, la première fréquence de résonance est identique entre expérience et simulation ( $7,4 \text{ Hz}$  dans les deux cas), mais la seconde est par contre très éloignée ( $17,1 \text{ Hz}$  expérimentalement et  $14,8 \text{ Hz}$  en simulation). On peut remarquer que cette sous-estimation du rapport entre première et seconde fréquence de résonance était déjà apparente dans les calculs sous ABAQUS ( $5,6 \text{ Hz}$  et  $11,8 \text{ Hz}$  avec glissement,  $10,6 \text{ Hz}$  et  $22,2 \text{ Hz}$  avec encastrements).

La SWPOD a été appliquée à cet essai, avec 400 fenêtres de  $2 \text{ s}$ . Ses résultats sont donnés en Figure V.36, et le premier POM obtenu aux deux résonances est donné en Figure V.37.

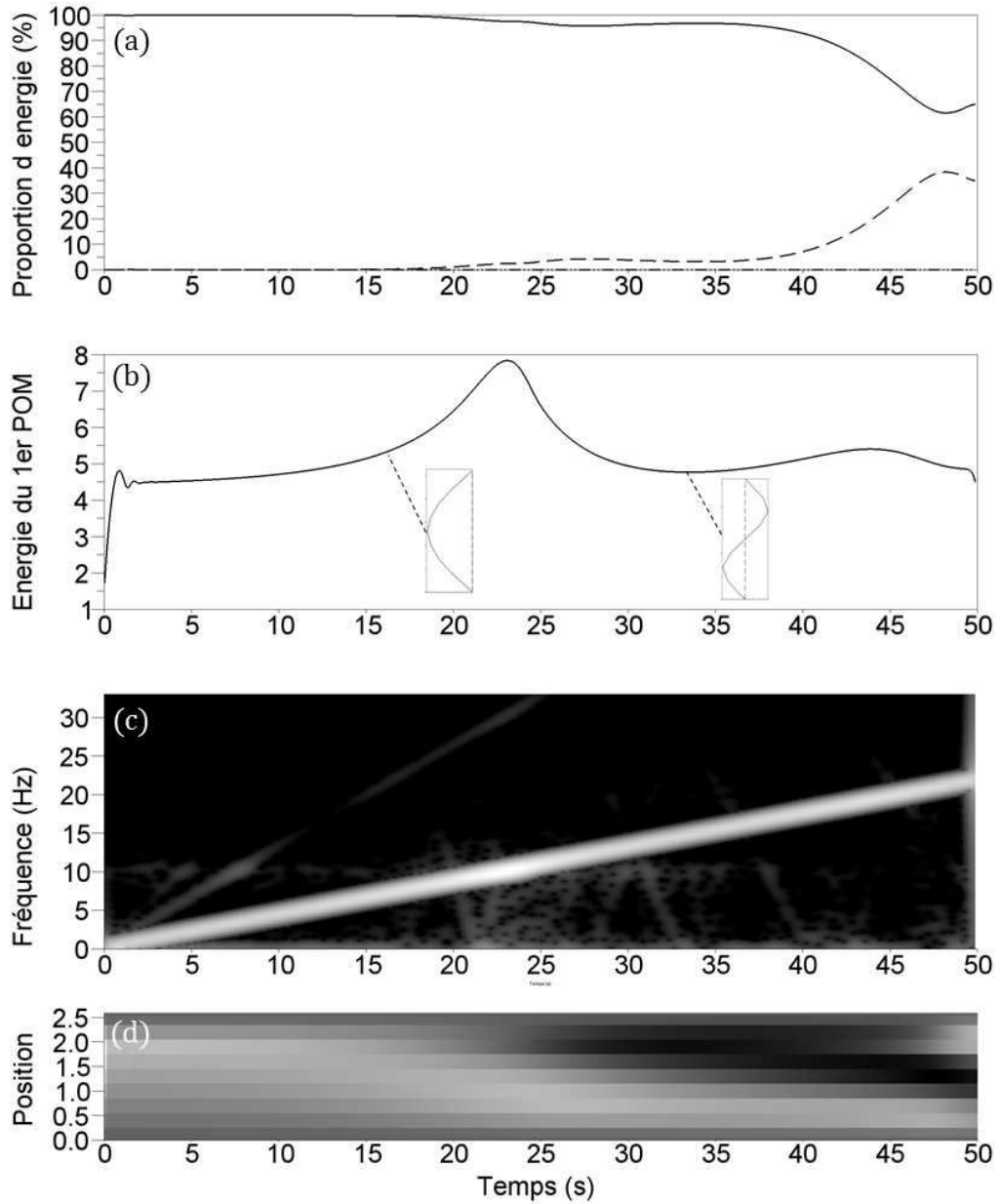


FIGURE V.36 – Analyse par SWPOD des déplacements de l'assemblage excité pour un essai ICARE simulé en air, à 0,8 *mm* d'amplitude. (a) Proportion d'énergie capturée par le premier (ligne pleine), second (pointillés) et troisième (points) POMs. (b) Energie capturée par le premier POM, avec les déformées obtenues aux résonances et au pic d'énergie. (c) Représentation temps-fréquence de la première POC multipliée par sa POV associée  $\lambda_1^T \hat{G}_1(\tau, f)$ . (d) Evolution temporelle du premier POM  $\Phi_1^T$ .

La partie des simulations sur laquelle nous nous focaliserons sera celle contenant les deux premières résonances, située avant 40s, qui permet des comparaisons avec l'expérience.

Le phénomène d'hystérésis n'ayant pas été reproduit dans ces simulations, la fréquence de résonance ne dépend pas de l'amplitude d'excitation. Ce défaut n'empêche pas d'analyser les résultats, puisque nous pourrions observer l'impact de la présence d'eau, mais il réduit tout de même la représentativité des simulations conduites ici.

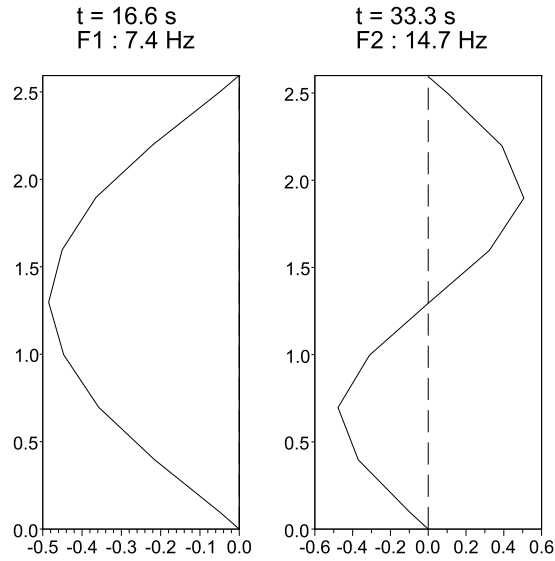


FIGURE V.37 – Premier POM obtenu aux résonances, avec leur temps d'apparition et fréquence de résonance, pour une simulation en air. En ordonnée, la hauteur sur l'assemblage, en mètres.

### V.2.3 Analyse des résultats en eau stagnante

Nous pouvons commencer par comparer les fonctions de transfert obtenues pour un essai expérimental et une simulation, en air et en eau, données en Figure V.38.

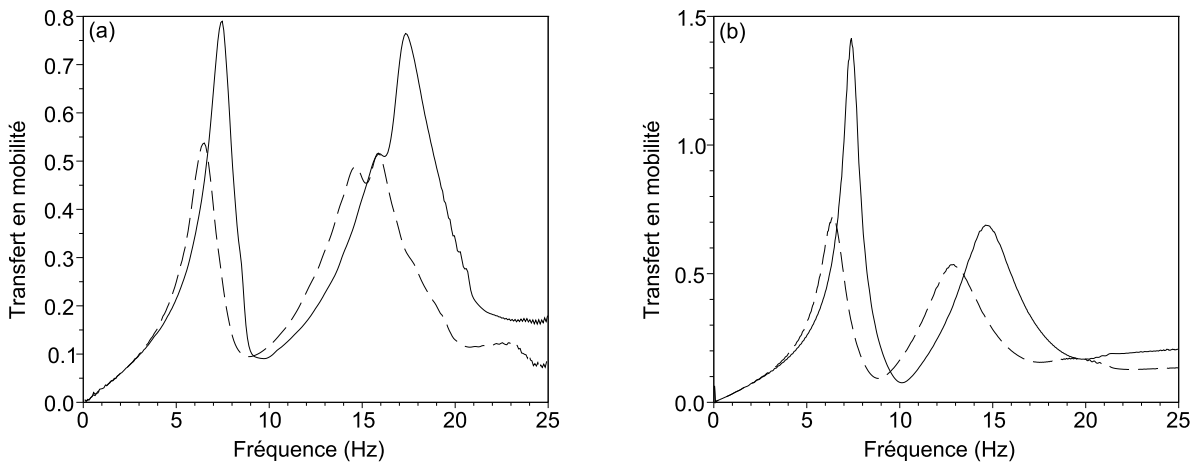


FIGURE V.38 – Fonctions de transfert en mobilité obtenues pour un sinus balayé de 0,8 mm d'amplitude en air et en eau, pour des essais expérimentaux (a) et simulés (b).

Comme pour les essais expérimentaux, on peut voir que la présence d'eau introduit une baisse des fréquences de résonance, et un amortissement supplémentaire. La première fréquence de résonance passe dans la simulation de 7,4 à 6,4 Hz (7,4 à 6,5 Hz avec l'expérience) et la seconde de 14,7 à 12,8 Hz (17,3 à 14,6 Hz avec l'expérience).

Pour l'essai simulé de sinus balayé réalisé en eau stagnante, la SWPOD a été appliquée à l'assemblage excité seul, donnant les résultats présentés en Figure V.39.

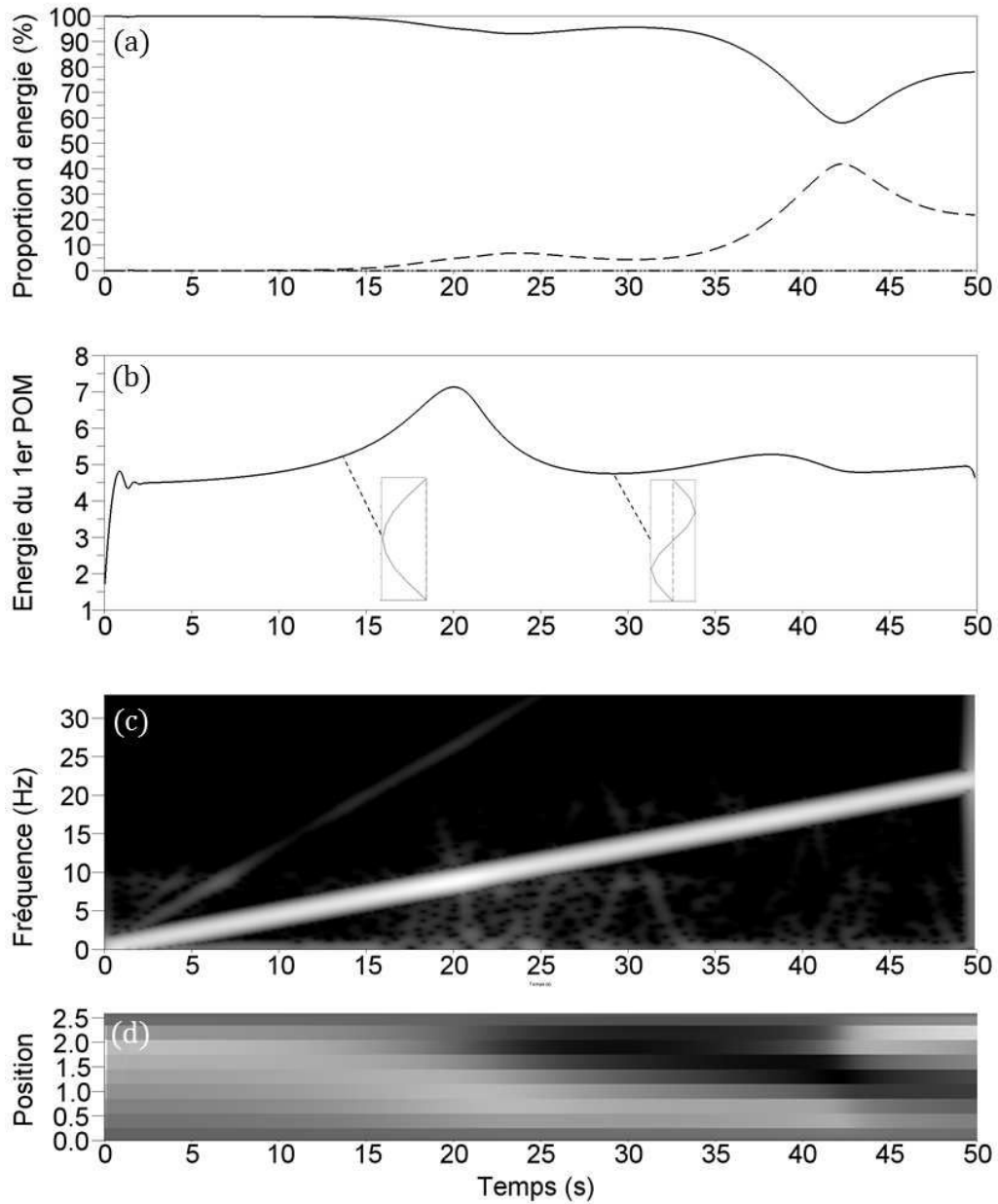


FIGURE V.39 – Analyse par SWPOD des déplacements de l'assemblage excité pour un essai ICARE simulé en eau stagnante, à  $0,8 \text{ mm}$  d'amplitude. (a) Proportion d'énergie capturée par le premier (ligne pleine), second (pointillés) et troisième (points) POMs. (b) Énergie capturée par le premier POM, avec les déformées obtenues aux résonances et au pic d'énergie. (c) Représentation temps-fréquence de la première POC multipliée par sa POV associée  $\lambda_1^T \hat{G}_1(\tau, f)$ . (d) Evolution temporelle du premier POM  $\Phi_1^T$ .

Les fréquences de résonance ont été déterminées avec les maxima de la fonction de transfert en mobilité présente en Figure V.38. Le premier POM obtenu aux deux premières résonances est donné en Figure V.40.

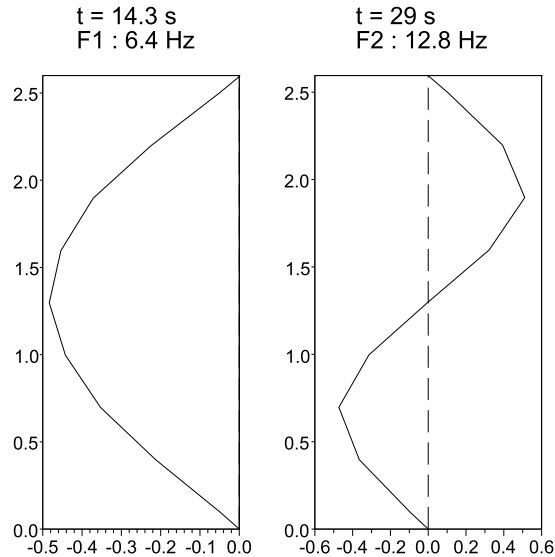


FIGURE V.40 – Premier POM obtenu aux résonances, avec leur temps d’apparition et fréquence de résonance, pour une simulation en eau. En ordonnée, la hauteur sur l’assemblage, en mètres.

Afin de comparer le couplage entre assemblages obtenu avec les simulations, la SWPOD est appliquée aux simulations de la même façon qu’elle l’a été pour les essais expérimentaux. La Figure V.41 donne les résultats de la SWPOD appliquée aux quatre assemblages simultanément.

Les POMs obtenus par l’analyse des quatre assemblages simultanément seront donnés pour trois temps : aux deux résonances des assemblages, à 14,3s et 29s, et au moment du pic d’énergie visible en Figure V.41 (b), à 20s. Ils sont fournis en Figures V.42 et V.43.

Aux temps 14,3s et 29s ont lieu les résonances des quatre assemblages, qui ont dans ces simulations les mêmes fréquences de résonance. En effet, le comportement non-linéaire de la structure n’étant pas modélisé, leurs fréquences de résonance ne dépendent pas de l’amplitude, contrairement aux essais expérimentaux. On peut aussi observer à ces temps un mouvement en cercle des assemblages très proche de celui obtenu expérimentalement. Les mouvements de l’assemblage excité sont ainsi capturés par le premier POM, et ceux des trois autres par le second POM.

Au temps 20s, on a par contre un comportement nouveau. L’assemblage excité vibre bien avec la déformée attendue (fort déplacement du bas de l’assemblage), mais les autres vibrent très peu, que ce soit dans le premier POM ou le second. On peut seulement observer un léger déplacement de l’assemblage 2 sur le premier POM, dans la même direction que l’assemblage excité.

Afin d’étendre la compréhension de ces phénomènes, la SWPOD a aussi été appliquée aux quatre assemblages séparément. L’évolution de l’énergie du premier POM pour chacun des assemblages est donnée en Figure V.44, en comparaison aux essais expérimentaux. La Figure V.45 donne le premier POM obtenu pour chaque assemblage aux trois temps étudiés précédemment.

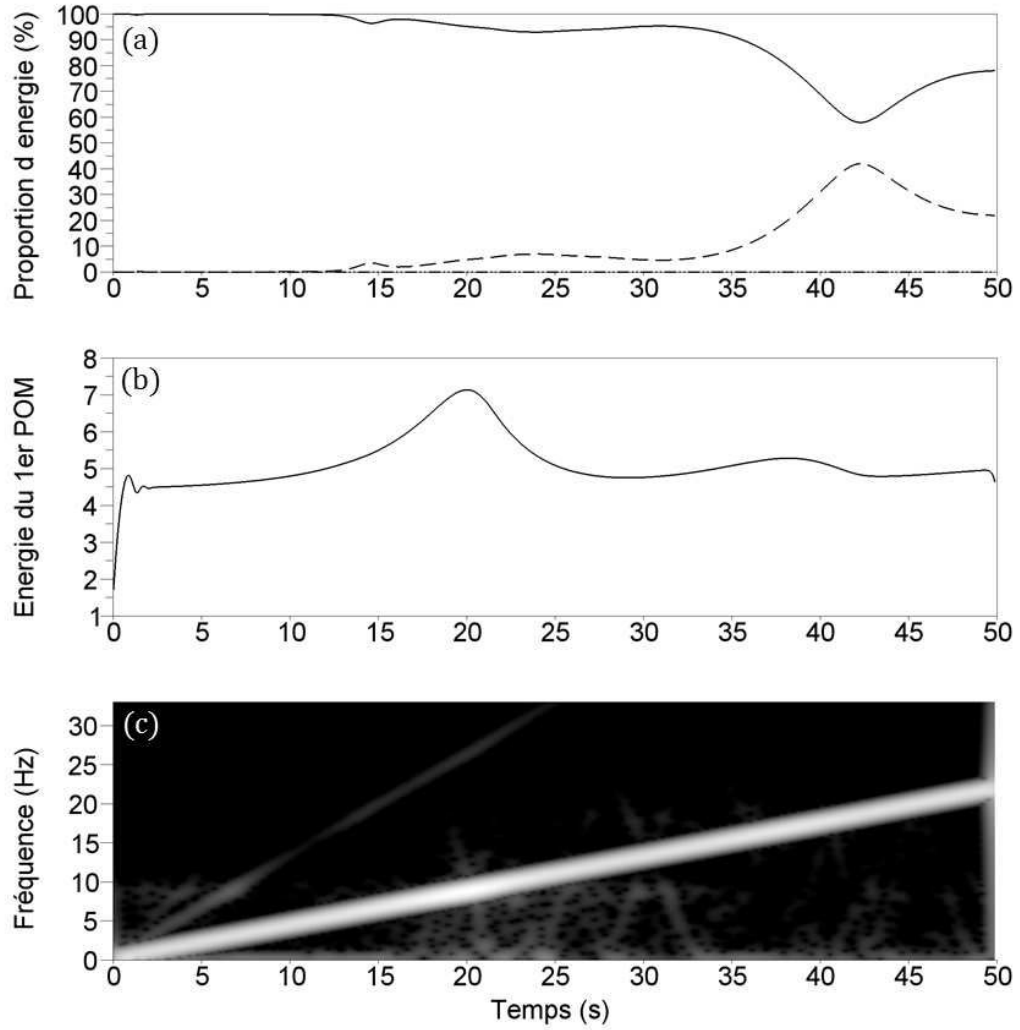


FIGURE V.41 – Analyse par SWPOD des déplacements des quatre assemblages pour une simulation en eau stagnante. (a) Proportion d'énergie capturée par le premier (ligne pleine), second (pointillés) et troisième (points) POMs. (b) Energie capturée par le premier POM. (c) Représentation temps-fréquence de la première POC multipliée par sa POV associée  $\lambda_1^T \hat{G}_1(\tau, f)$ .



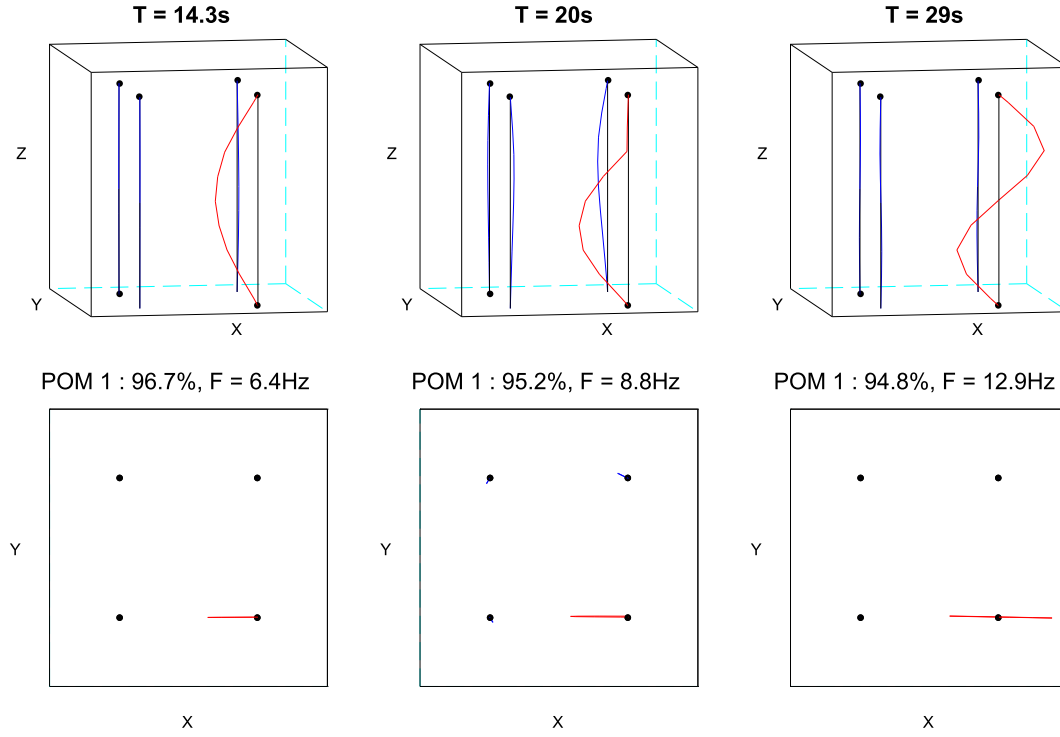


FIGURE V.42 – Premier POM obtenu en analysant les déplacements des quatre assemblages simultanément, pour une simulation en eau stagnante.

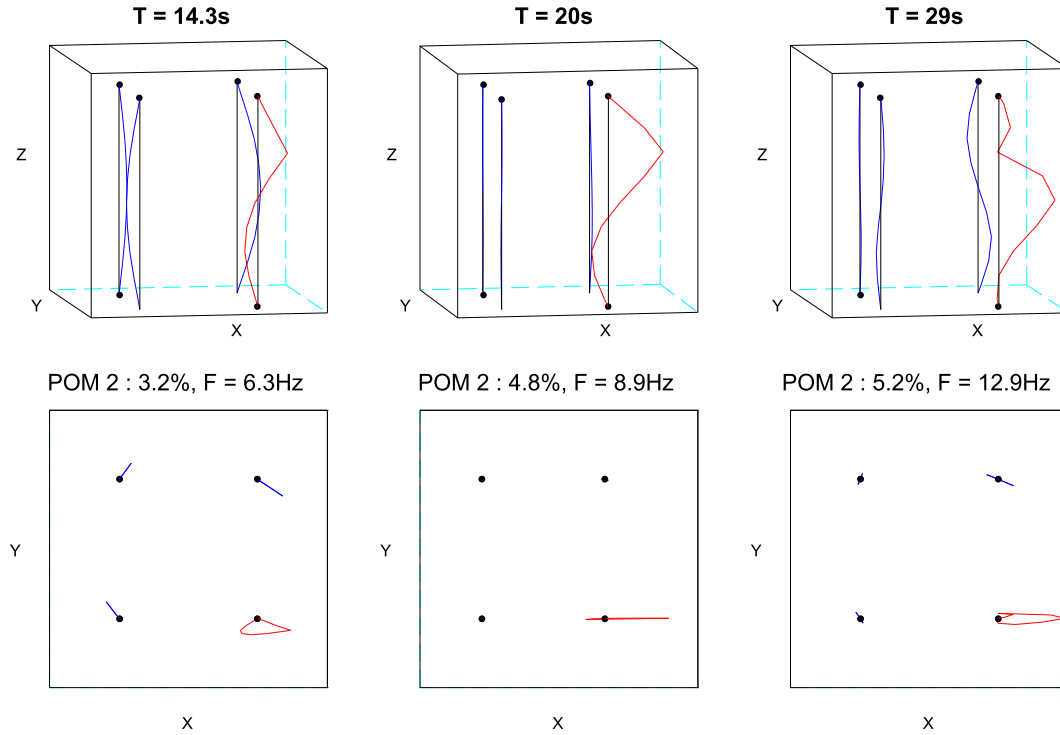


FIGURE V.43 – Second POM obtenu en analysant les déplacements des quatre assemblages simultanément, pour une simulation en eau stagnante.

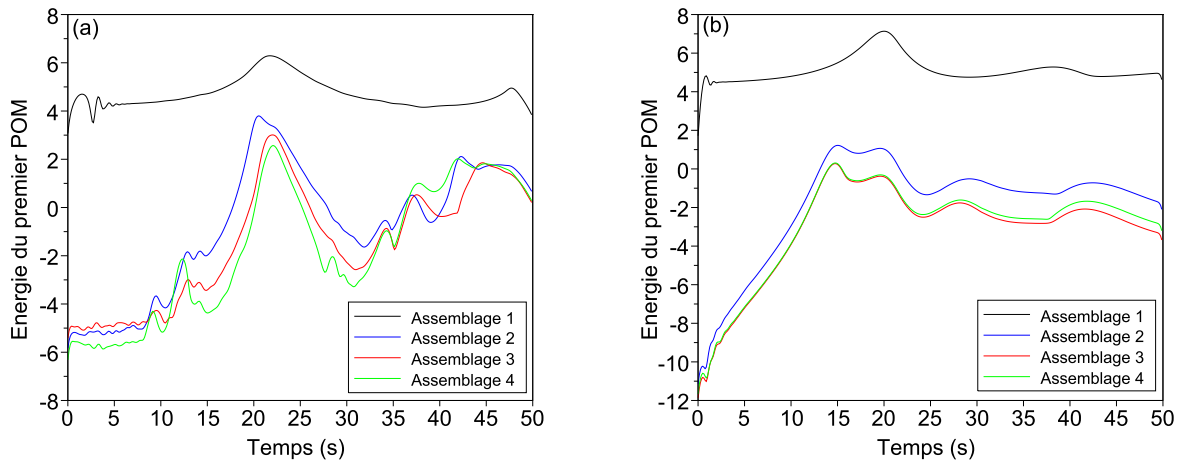


FIGURE V.44 – Evolution de l'énergie capturée par le premier POM, pour les quatre assemblages, pour un essai en eau expérimental (a) et simulé (b). Assemblage 1 en noir, assemblage 2 en bleu, assemblage 3 en rouge et assemblage 4 en vert.

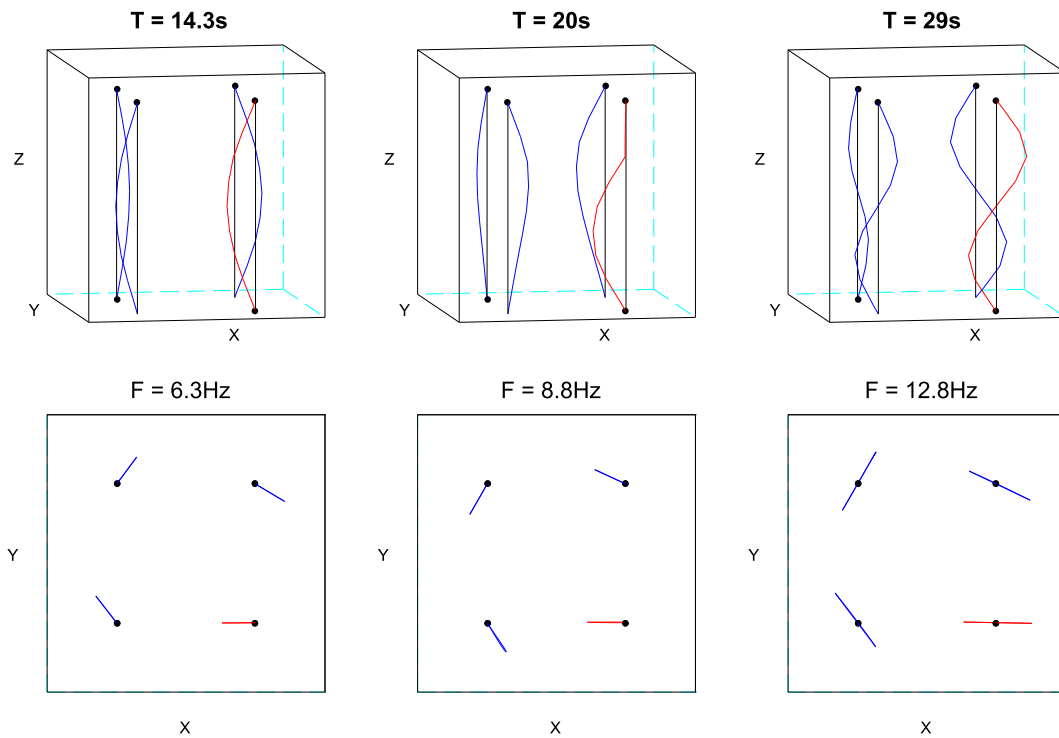


FIGURE V.45 – Premier POM obtenu aux pics d'énergie des assemblages 2, 3 et 4, pour un essai simulé en eau stagnante, d'amplitude 0,8 mm. La SWPOD est ici appliquée à chaque assemblage séparément.

On peut observer des différences de comportement entre les essais expérimentaux et ceux simulés, qui sont très intéressants à analyser et permettent une meilleure compréhension des résultats expérimentaux. En effet, il a été souligné précédemment que de forts déplacements des assemblages 2, 3 et 4 peuvent provenir de deux sources : le passage de leurs fréquences de résonance, ou de forts mouvements de l'assemblage excité mettant en mouvement le fluide. Ces deux phénomènes sont séparés dans les simulations.

En effet, nous observons maintenant trois pics d'énergie principaux avant 40s. Aux temps 14,3s et 29s, les assemblages passent leurs résonances et ont donc comme déformée leur mode propre. On peut observer sur la Figure V.45 que les POMs obtenus pour ces deux temps sont très proches de ceux obtenus expérimentalement en Figure V.32, aux temps 22s et 44,5s. La seule différence vient de l'assemblage excité, qui a dans les simulations la même fréquence de résonance que les trois autres. Lors de l'ensemble de la simulation, l'assemblage 2 a une amplitude de vibration plus importante que les deux autres. Ce phénomène est en accord avec les résultats expérimentaux obtenus au passage de la première résonance, mais les vibrations de la section d'essai empêchent de conclure sur les temps supérieurs.

A 20,5s, les quatre assemblages voient un pic simultané de leur déplacement dans la simulation. Ce fort mouvement global est créé par le fort déplacement de l'assemblage excité entre ses deux premiers modes, qui met en vibration les trois autres assemblages par le biais de l'eau. Dans les expériences, ce phénomène est masqué par la résonance des trois assemblages non excités, qui a lieu au même moment à cause de leurs fréquences de résonance supérieures. La simultanéité de ces deux phénomènes, dans le cas expérimental, est fortuite et aurait pu ne pas se produire. Une baisse des fréquences de résonance des assemblages pourrait par exemple séparer ces deux phénomènes, si leurs résonances se produisaient avant le pic de déplacement de l'assemblage excité.

Au passage des résonances des assemblages 2, 3 et 4, les résultats expérimentaux sont donc très proches de ceux simulés. En effet, le second POM capture le déplacement des assemblages non excités dans les deux cas, avec un mouvement suivant un "tourbillon" dans le sens initié par l'assemblage excité. Au temps 20,5s par contre, le mouvement des quatre assemblages est par contre capturé par le premier POM. Ils vibrent donc à l'unisson, avec un mouvement de l'assemblage 2 quasi-parallèle à l'assemblage 1. Ce phénomène ne peut pas être observé expérimentalement mais sera recherché dans les essais qui seront menés plus tard.

Des différences sont bien entendues visibles entre les résultats expérimentaux et simulés, mais les fortes similitudes observées aux temps 14,3s et 29s des simulations sont prometteuses. Des biais expérimentaux doivent cependant être corrigés, et les simulations doivent elles aussi être améliorées. Il sera ainsi intéressant de comparer de nouvelles expériences et simulations une fois le comportement hystérétique de la structure reproduit par les simulations. De plus, il faut souligner que les mouvements résonants observés dans les expériences peuvent être amplifiés par les vibrations provenant de la section d'essai, les éloignant des simulations.

Du point de vue des simulations, il faut maintenant prioritairement affiner la modélisation de la structure, en affinant ses paramètres de façon à reproduire les non-linéarités causées par le frottement des crayons dans les grilles. De cette façon, la dépendance des fréquences de résonance en fonction de l'amplitude sera reproduite. Il est montré dans Ricciardi et Boccaccio (2012) que cette modélisation est possible, et elle sera effectuée prochainement.

### V.2.4 Quelques résultats simulés avec écoulement fluide

Bien qu'aucun essai expérimental n'ait pu être réalisé avec écoulement d'eau, des simulations ont été réalisées pour des vitesses débitantes de  $1,5\text{ m/s}$ ,  $3\text{ m/s}$  et  $5\text{ m/s}$ . Nous allons dans un premier temps comparer les fonctions de transfert et déformées modales obtenues pour l'assemblage excité en fonction de la vitesse d'écoulement, puis analyser en détail la simulation réalisée à  $5\text{ m/s}$  par SWPOD.

La fonction de transfert en mobilité obtenue pour les différentes vitesses d'écoulement est donnée en Figure V.46.

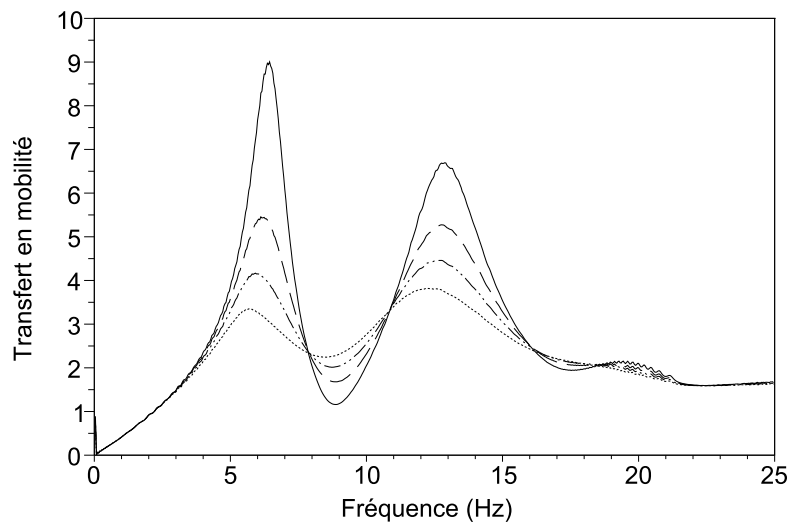


FIGURE V.46 – Fonctions de transfert en mobilité obtenues pour un sinus balayé de  $0,8\text{ mm}$  d'amplitude, pour différentes vitesses d'écoulement.  $0\text{ m/s}$  en ligne pleine,  $1,5\text{ m/s}$  en pointillés,  $3\text{ m/s}$  en pointillés et double points,  $5\text{ m/s}$  en points.

On peut observer une nette augmentation de l'amortissement, ainsi qu'une légère baisse des fréquences de résonance lorsque la vitesse d'écoulement augmente. Pour chaque vitesse d'écoulement, le premier POM obtenu aux résonances est donné en Figure V.47.

Lorsque la vitesse d'écoulement augmente, on peut observer une poussée de l'assemblage vers le haut pour le mode 1. Pour le mode 2, le déplacement du bas de l'assemblage est diminué alors que celui du haut de l'assemblage est accentué. Ces observations sont en accord avec les effets de l'écoulement observés lors de l'analyse des essais expérimentaux DEDALE, décrits au Chapitre 4 (voir Figure IV.14). Au niveau de l'évolution des déformées modales, le code COEUR3D semble donc bien reproduire qualitativement l'effet du fluide sur l'assemblage. Il faudra par la suite effectuer une comparaison quantitative une fois les expériences réalisées sous écoulement dans l'installation ICARE.

Nous étudierons maintenant plus en détail la simulation réalisée à vitesse d'écoulement maximale,  $5\text{ m/s}$ .

Les comparaisons avec les résultats obtenus en eau stagnante seront effectuées à partir des résultats de la SWPOD appliquée aux quatre assemblages combustibles séparément. L'évolution de l'énergie capturée par le premier POM, pour chaque assemblage, est donnée en Figure V.48.

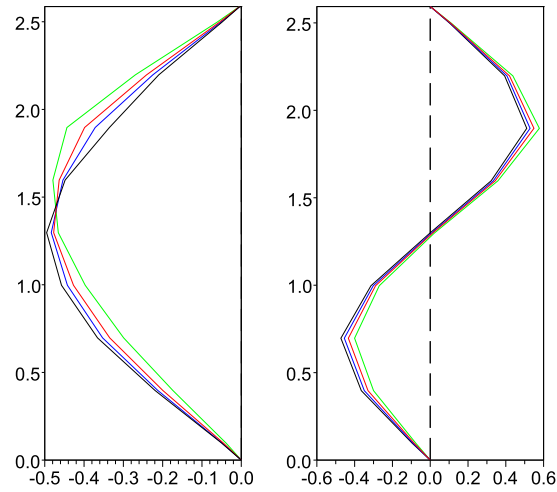


FIGURE V.47 – Premier POM obtenu aux résonances, pour des simulations en eau stagnante (noir), sous  $1,5 \text{ m/s}$  (bleu), sous  $3 \text{ m/s}$  (rouge), et sous  $5 \text{ m/s}$  (vert). En ordonnée, la hauteur sur l'assemblage, en mètres.

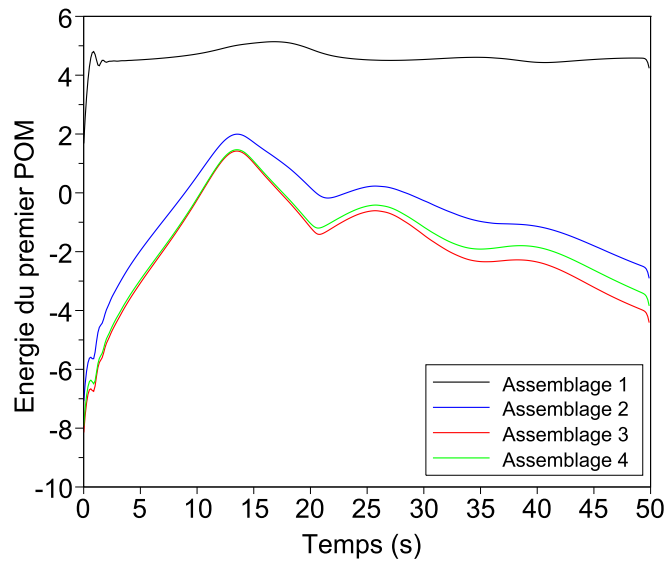


FIGURE V.48 – Evolution de l'énergie capturée par le premier POM, pour les quatre assemblages, pour un essai simulé à une vitesse débitante de  $5 \text{ m/s}$ . Assemblage 1 en noir, assemblage 2 en bleu, assemblage 3 en rouge et assemblage 4 en vert.

On peut voir que les vibrations des 3 assemblages non excités apparaissent principalement aux passages de leurs fréquences de résonance. Le déplacement observé auparavant autour de  $20 \text{ s}$ , causé par les forts déplacements de l'assemblage excité, est maintenant bien plus faible. Cela semble logique puisque l'énergie du premier POM de l'assemblage excité est elle-même bien

plus faible qu'en eau stagnante. On peut aussi observer que les déplacements de l'assemblage 2 restent toujours supérieurs à ceux des assemblages 3 et 4.

Nous affichons en Figure V.49 le premier POM obtenu pour chaque assemblage séparément, aux résonances et au pic d'énergie de l'assemblage excité.

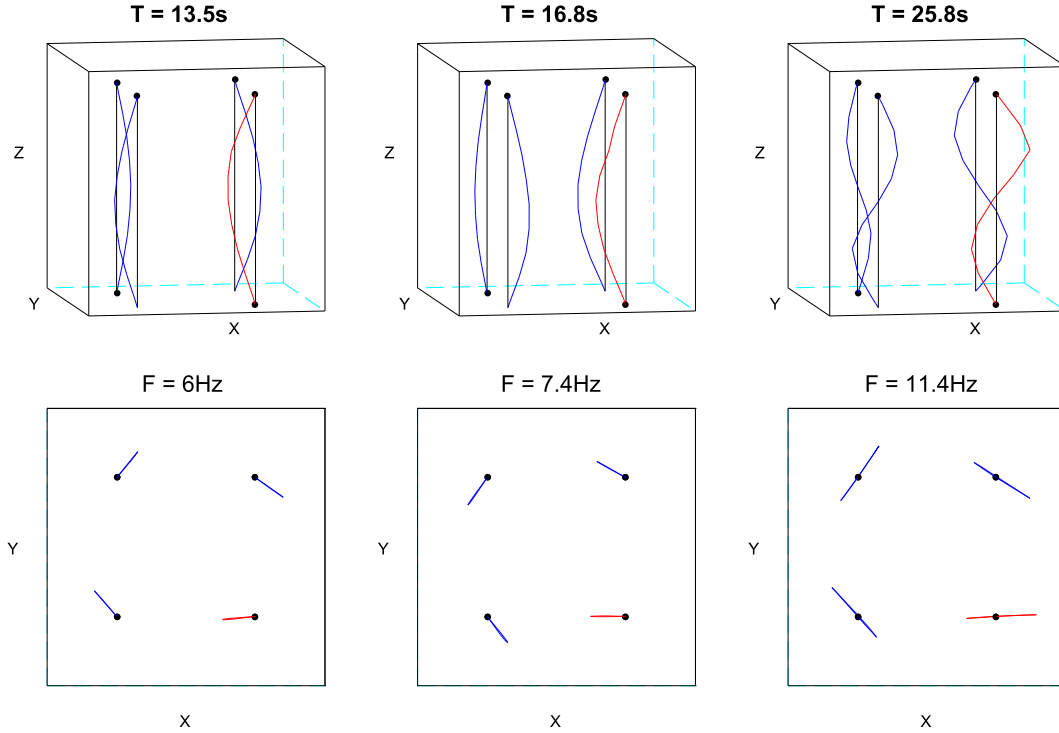


FIGURE V.49 – Premier POM obtenu aux pics d'énergie des assemblages 2, 3 et 4 et au pic d'énergie de l'assemblage 1, pour un essai simulé à une vitesse débitante de  $5 \text{ m/s}$ . La SWPOD est ici appliquée à chaque assemblage séparément.

On peut voir qu'au passage des résonances des assemblages, à  $13,5\text{s}$  et  $25,8\text{s}$ , les mouvements des assemblages restent proches de ceux observés en eau stagnante. Il faut tout de même noter que les déformées modales des assemblages non excités ne semblent pas influencées par l'écoulement, puisque leurs déformées au passage des fréquences de résonance sont celles obtenues en eau stagnante. On peut l'observer clairement à  $13,5\text{s}$ , où l'assemblage excité est poussé vers le haut alors que les trois autres ont des déformées symétriques.

A  $16,8\text{s}$ , au pic d'énergie de l'assemblage excité, le comportement des assemblages a changé cette fois. La direction de leurs mouvements est restée la même, mais leurs déformées sont différentes. En effet, les quatre assemblages ont des déformées bien plus proches du premier mode propre obtenu en eau stagnante ou en air. L'assemblage excité voit ainsi le déplacement de ses grilles supérieures augmenter, et les assemblages 2, 3 et 4 voient le déplacement de leurs grilles inférieures augmenter. La mise en écoulement de l'eau semble donc changer les déformées des assemblages, sans pour autant modifier leurs mouvements d'ensemble.

Ces résultats restent pour l'instant à l'état d'observation et devront être comparés à ceux obtenus expérimentalement, mais montrent que des phénomènes particuliers sont obtenus sous écoulement, principalement causés par l'augmentation de l'amortissement. La comparaison des déformées modales obtenues en fonction de l'écoulement, effectuée entre les simulations et les résultats des essais DEDALE, est déjà très prometteuse.

### V.2.5 Analyse de simulations avec excitation en force imposée

Nous avons souligné aux Chapitres 3 et 4 que la SWPOD était particulièrement adaptée à l'étude d'essais en force imposée, afin d'obtenir des mouvements résonants marqués par des pics de déplacement au lieu de minima de la force. La SWPOD permet en effet, pour une excitation en force comme c'est le cas dans les simulations du Chapitre 3, de détecter les résonances en analysant les déplacements du système étudié seuls. Dans le cas d'un déplacement imposé, comme au Chapitre 4 ou dans les essais ICARE précédents, nous avons vu que l'analyse de la force est nécessaire pour détecter les résonances de l'assemblage excité.

Bien que la régulation en force ne soit pas encore opérationnelle expérimentalement, des simulations ont été réalisées dans cette configuration. Nous étudierons dans cette section des simulations de sinus balayés en air et en eau stagnante, avec une amplitude de force constante égale à 50  $N$ .

#### V.2.5.a Analyse des résultats en air

Afin de valider les simulations réalisées en force imposée, nous comparerons tout de même les fonctions de transfert en mobilité obtenues en déplacement imposé et en force imposée.

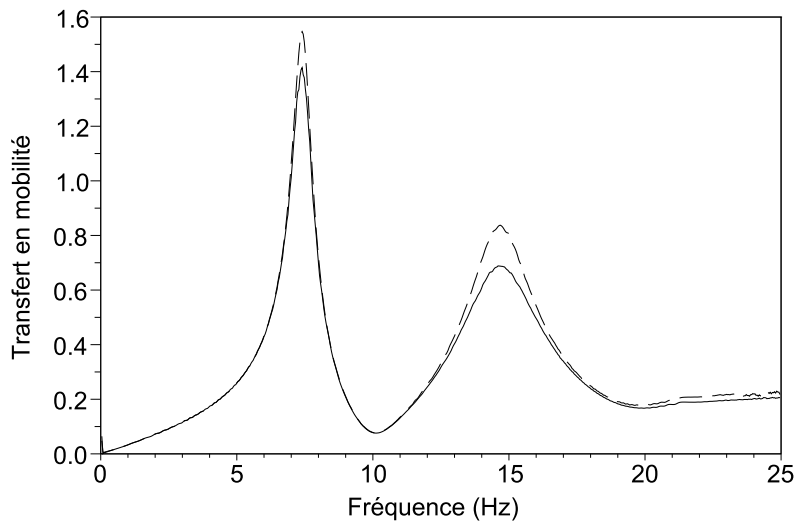


FIGURE V.50 – Fonctions de transfert en mobilité obtenues pour un pilotage en déplacement d'amplitude 0,8  $mm$  (ligne pleine) et pour un pilotage en force d'amplitude 50  $N$  (en pointillés).

Contrairement à ce que l'on aurait pu attendre, on observe ici un écart d'amplitude entre les deux fonctions de transfert. Cet écart est étonnant, l'assemblage étudié ayant exactement les mêmes caractéristiques lors de son excitation en déplacement ou en force imposée.

En dehors de cet écart d'amplitude, l'évolution reste identique et on obtient les mêmes fréquences de résonance (7,4 et 14,7  $Hz$ ). L'écart d'amplitude ne sera pas dommageable pour les études menées par la suite, qui visent à montrer qualitativement les résultats obtenus par SWPOD pour des essais à force imposée.

La SWPOD a été appliquée aux déplacements de l'assemblage excité, pour cet essai en air d'amplitude 50  $N$ . Les résultats obtenus sont donnés en Figure V.51.

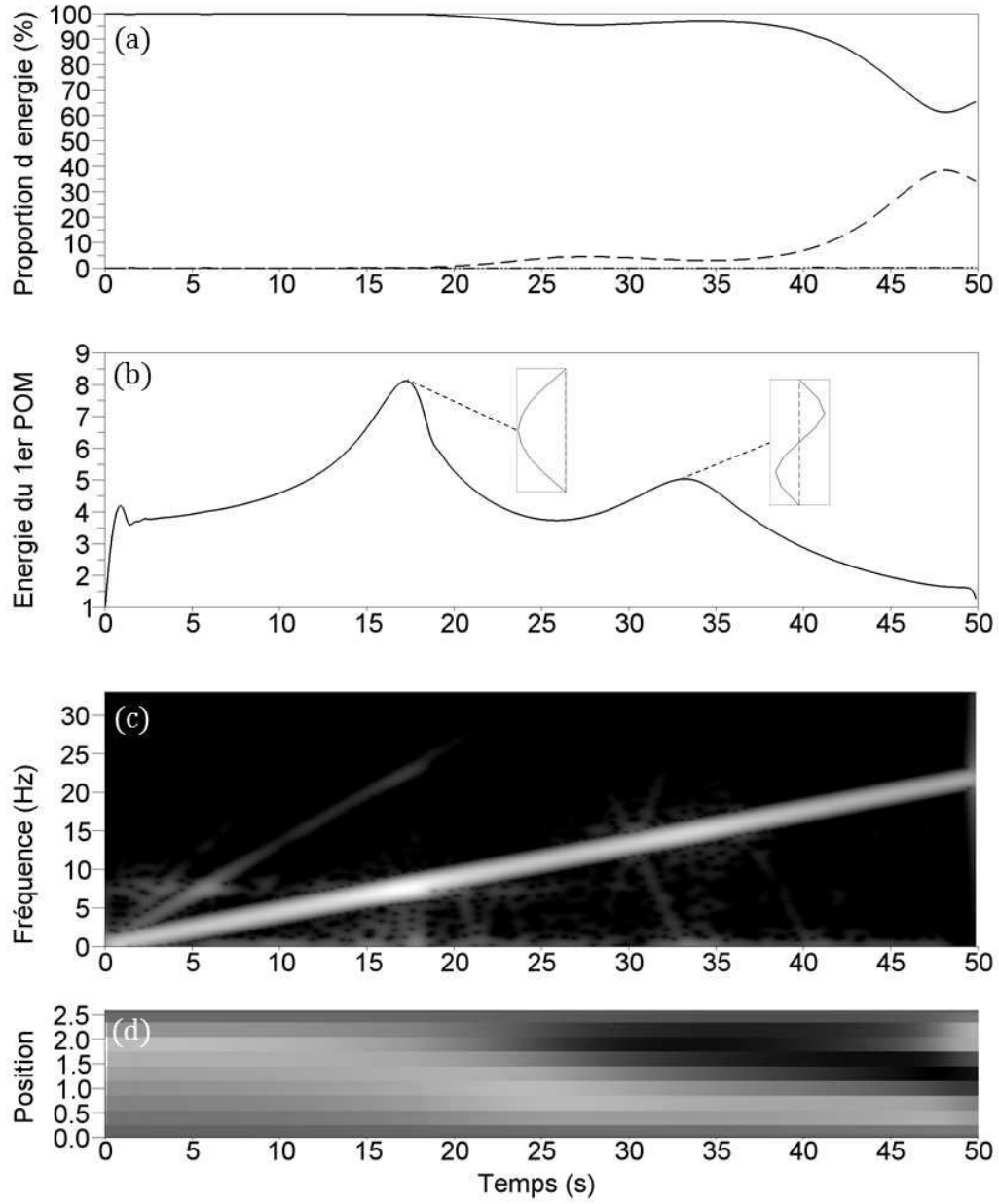


FIGURE V.51 – Analyse par SWPOD des déplacements de l'assemblage excité pour un essai ICARE simulé en air, à force imposée d'amplitude 50  $N$ . (a) Proportion d'énergie capturée par le premier (ligne pleine), second (pointillés) et troisième (points) POMs. (b) Énergie capturée par le premier POM, avec les déformées obtenues aux résonances. (c) Représentation temps-fréquence de la première POC multipliée par sa POV associée  $\lambda_1^T \hat{G}_1(\tau, f)$ . (d) Evolution temporelle du premier POM  $\Phi_1^T$ .



Sur la Figure V.52 (b), on peut observer deux pics d'énergie aux temps 17s et 33,1s. Le premier POM obtenu à ces deux pics d'énergie, qui marquent maintenant les deux résonances, est donné en Figure V.52 avec les temps d'apparition des résonances et leurs fréquences.

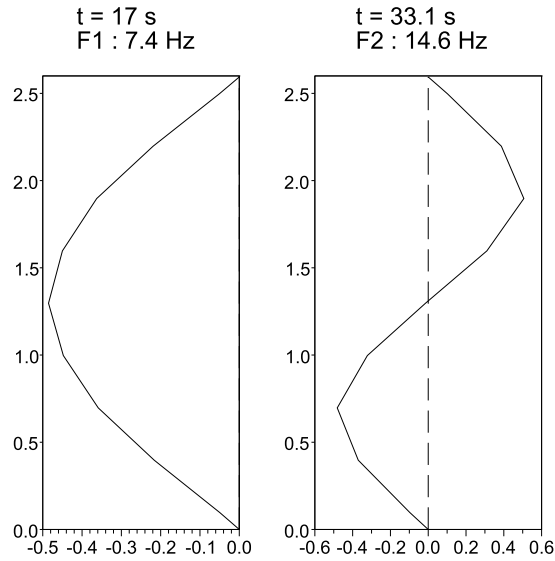


FIGURE V.52 – Premier POM obtenu aux résonances, avec leur temps d'apparition et fréquence de résonance, pour une simulation en air d'amplitude 50 N. En ordonnée, la hauteur sur l'assemblage, en mètres.

On peut constater que les fréquences de résonance et déformées modales obtenues pour cet essai à force imposée sont bien identiques à celles obtenues précédemment, avec un déplacement imposé.

On peut donc constater que pour des essais réalisés avec une force d'amplitude constante, il est bien possible de détecter les résonances à l'aide des pics d'énergie du premier POM. Cette méthode a été appliquée au Chapitre 3 sur des simulations d'un système non-linéaire à 3 DDL et peut de nouveau être appliquée pour le cas d'un assemblage combustible. Il n'est donc plus nécessaire, pour ce type d'essai, d'utiliser le signal de force pour déterminer les fréquences de résonances et les déformées modales.

### V.2.5.b Analyse des résultats en eau stagnante

Un essai simulé de sinus balayé en eau stagnante, d'amplitude 50 N, va maintenant être analysé. L'assemblage excité va dans un premier temps être étudié seul, avant d'étudier les quatre assemblages à la fois. Les résultats de l'application de la SWPOD aux déplacements de l'assemblage excité, seul, sont donnés en Figure V.53.

Comme précédemment, deux pics d'énergie sont observables sur la Figure V.53 (b), marquant les deux résonances de l'assemblage combustible. Le premier POM obtenu aux deux résonances est donné en Figure V.54, avec les temps d'apparition des résonances et leurs fréquences.

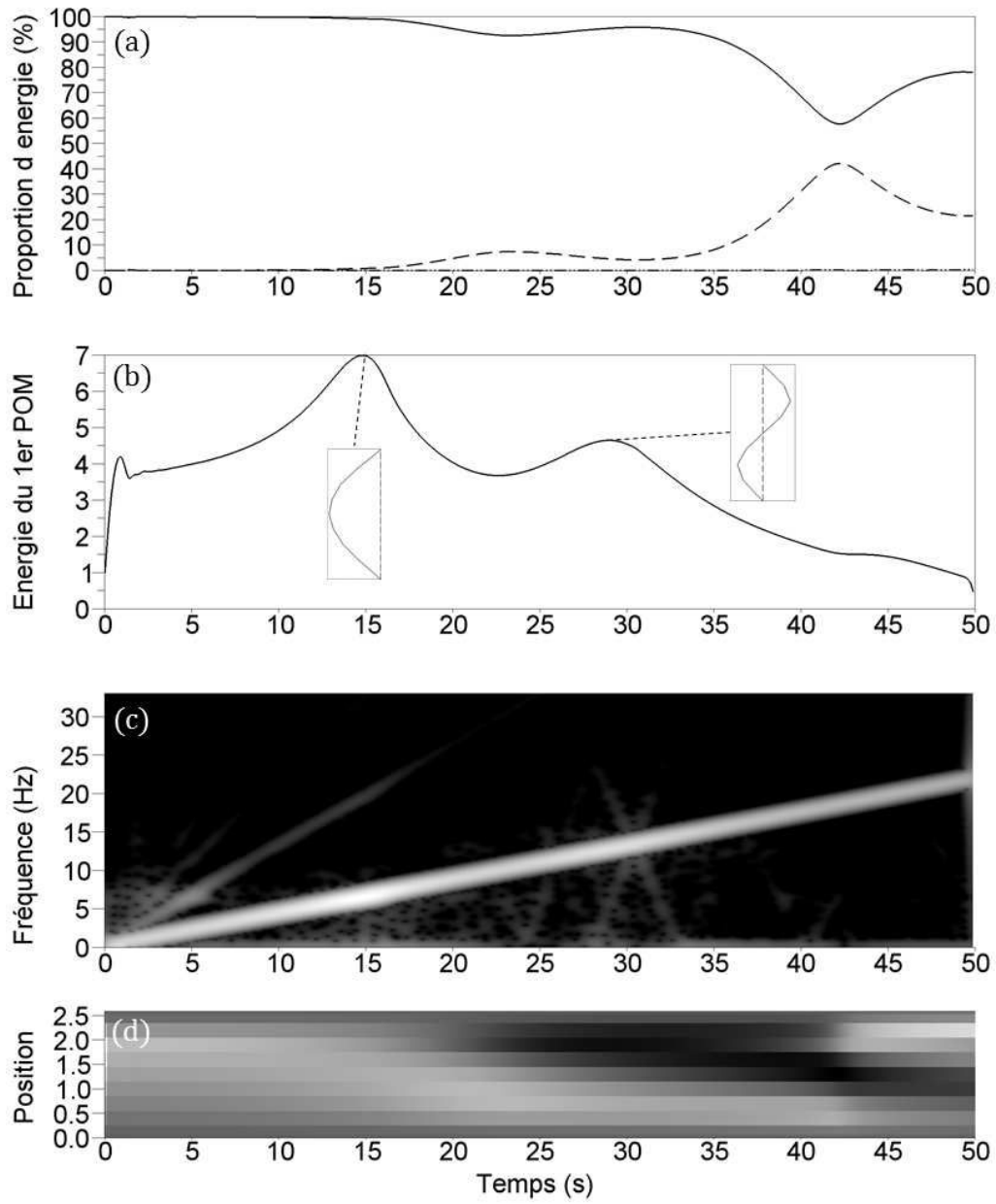


FIGURE V.53 – Analyse par SWPOD des déplacements de l'assemblage excité pour un essai ICARE simulé en eau stagnante, à force imposée d'amplitude 50  $N$ . (a) Proportion d'énergie capturée par le premier (ligne pleine), second (pointillés) et troisième (points) POMs. (b) Energie capturée par le premier POM, avec les déformées obtenues aux résonances. (c) Représentation temps-fréquence de la première POC multipliée par sa POV associée  $\lambda_1^\tau \hat{G}_1(\tau, f)$ . (d) Evolution temporelle du premier POM  $\Phi_1^\tau$ .

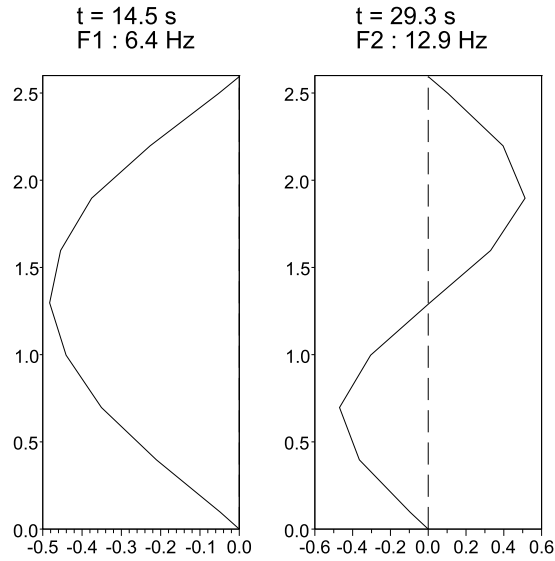


FIGURE V.54 – Premier POM obtenu aux résonances, avec leur temps d'apparition et fréquence de résonance, pour une simulation en eau stagnante d'amplitude 50  $N$ . En ordonnée, la hauteur sur l'assemblage, en mètres.

Cette fois encore on peut constater que les fréquences de résonance et déformées modales sont identiques à celles obtenues pour l'essai en déplacement imposé. L'application de la SWPOD seule, sans utilisation des fonctions de transfert, est donc ici suffisante pour les déterminer.

Afin d'observer le couplage entre les assemblages combustibles induit par l'eau, dans un cas où l'amplitude de la force imposée est constante, la SWPOD sera maintenant appliquée aux quatre assemblages simultanément. Ses résultats sont donnés en Figure V.55.

La proportion d'énergie capturée par les trois premiers POMs et l'énergie absolue capturée par le premier POM (donnés en Figure V.55 (a) et (b)) sont très proches de celles observées pour l'assemblage excité seul. Cela montre que pour un essai à force imposée, l'assemblage excité capture toujours l'essentiel de l'énergie. Une petite différence apparaît tout de même sur la Figure V.55 (a), avec l'apparition d'un léger partage d'énergie supplémentaire proche de 14,5s. On peut noter que ce partage d'énergie apparaît au passage de la première fréquence de résonance de l'assemblage excité.

Le premier et le second POMs obtenus par l'analyse des quatre assemblages simultanément sont donnés en Figures V.56 et V.57, au passage des deux résonances de l'assemblage excité. Ces temps correspondent aussi au passage des deux pics d'énergie observés en Figure V.55 (b).

On peut observer des résultats similaires à ceux obtenus en déplacement imposé au passage des deux résonances de l'assemblage excité. Les vibrations de l'assemblage excité sont ainsi principalement capturées par le premier POM, avec une déformée correspondant à ses deux modes propres. Les vibrations des assemblages 2, 3 et 4 sont capturées par le second POM, ils montrent eux-aussi des déformées proches de leurs modes propres. On retrouve aussi les mouvements en cercle des assemblages, orientés par l'écoulement fluide produit par le mouvement de l'assemblage excité. Enfin, on peut déjà voir que l'assemblage 2 semble avoir des vibrations plus importantes que les assemblages 3 et 4.

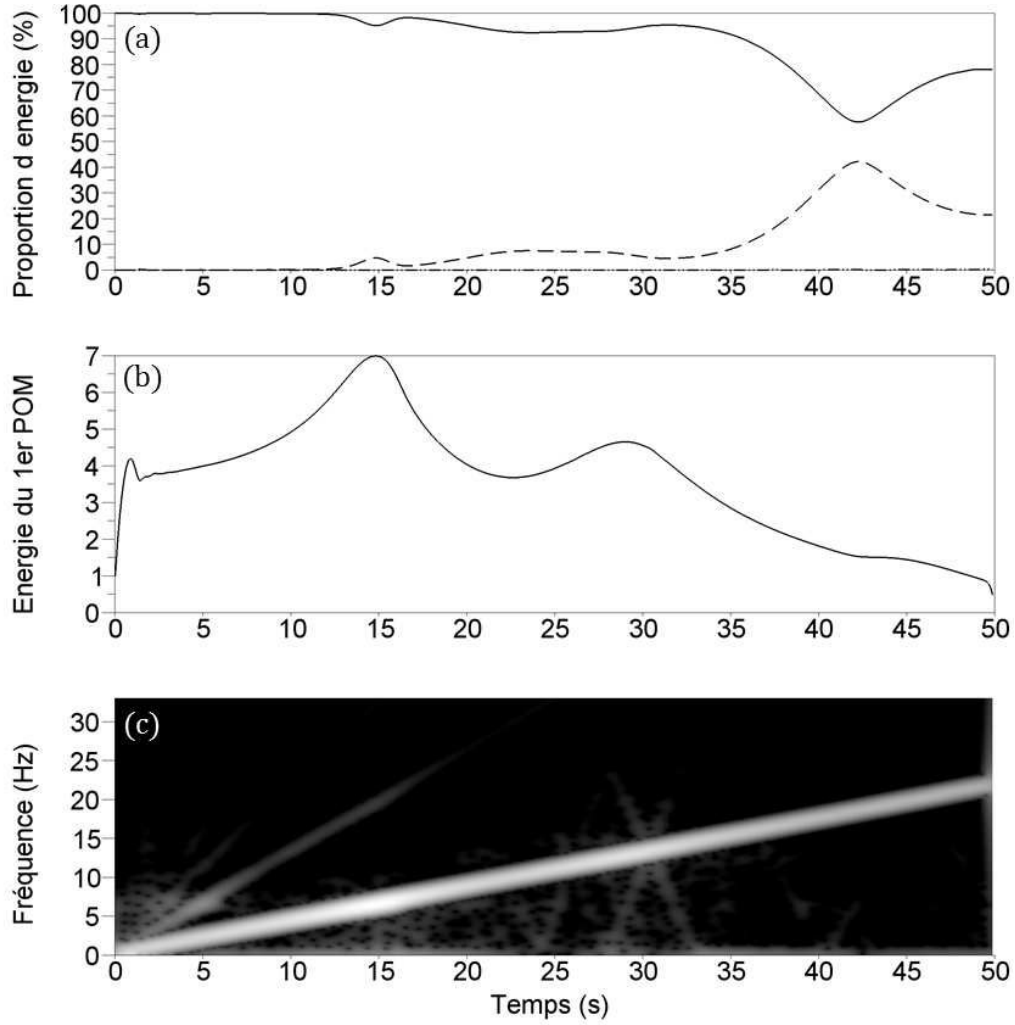


FIGURE V.55 – Analyse par SWPOD des déplacements des quatre assemblages pour une simulation en eau stagnante d'amplitude 50  $N$ . (a) Proportion d'énergie capturée par le premier (ligne pleine), second (pointillés) et troisième (points) POMs. (b) Energie capturée par le premier POM. (c) Représentation temps-fréquence de la première POC multipliée par sa POV associée  $\lambda_1^T \hat{G}_1(\tau, f)$ .

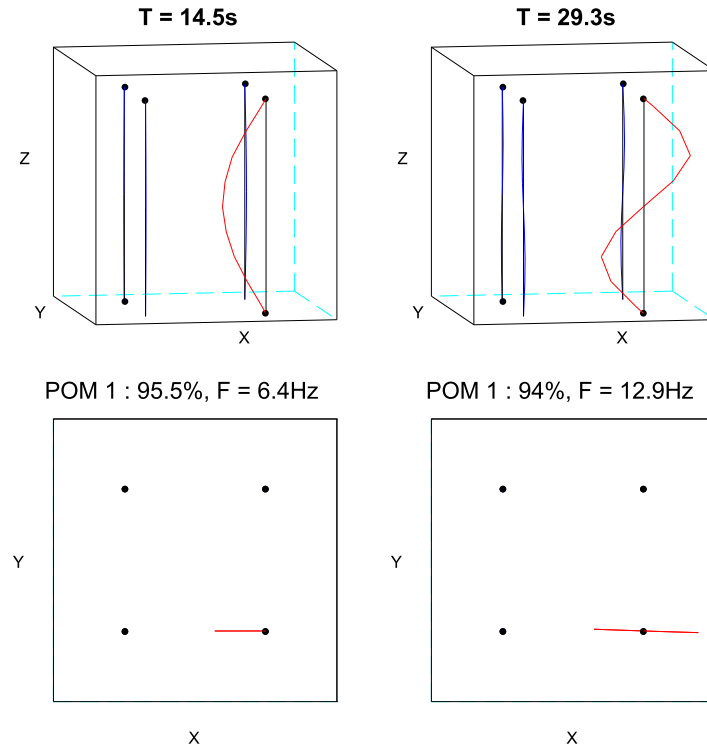


FIGURE V.56 – Premier POM obtenu en analysant les déplacements des quatre assemblages simultanément, pour une simulation en eau stagnante d'amplitude 50  $N$ .

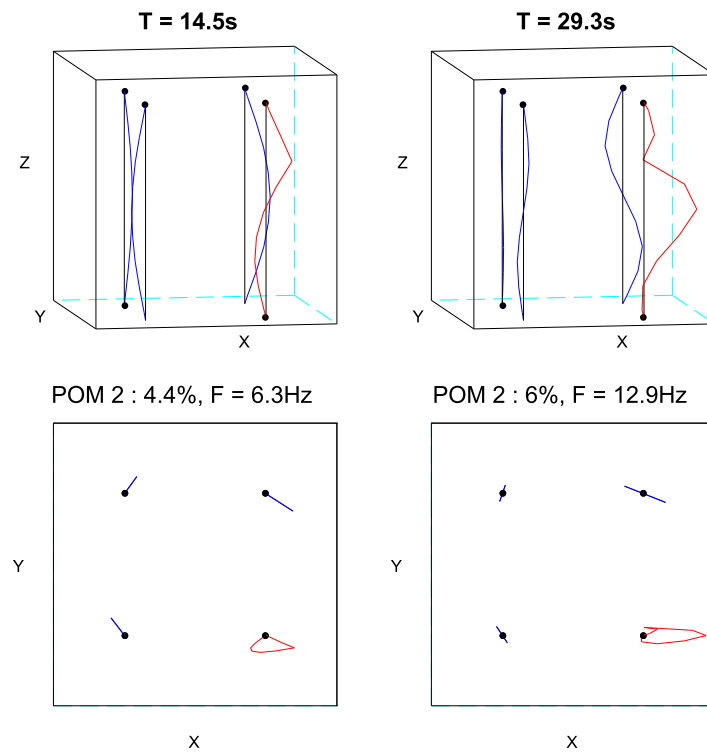


FIGURE V.57 – Second POM obtenu en analysant les déplacements des quatre assemblages simultanément, pour une simulation en eau stagnante d'amplitude 50  $N$ .

La SWPOD a aussi été appliquée aux quatre assemblages séparément, comme pour les essais précédents. Pour cet essai en force imposée, l'évolution de l'énergie capturée par le premier POM, pour chaque assemblage, est donnée en Figure V.58 (b). Pour comparaison, les résultats obtenus précédemment en déplacement imposé sont donnés en Figure V.58 (a).

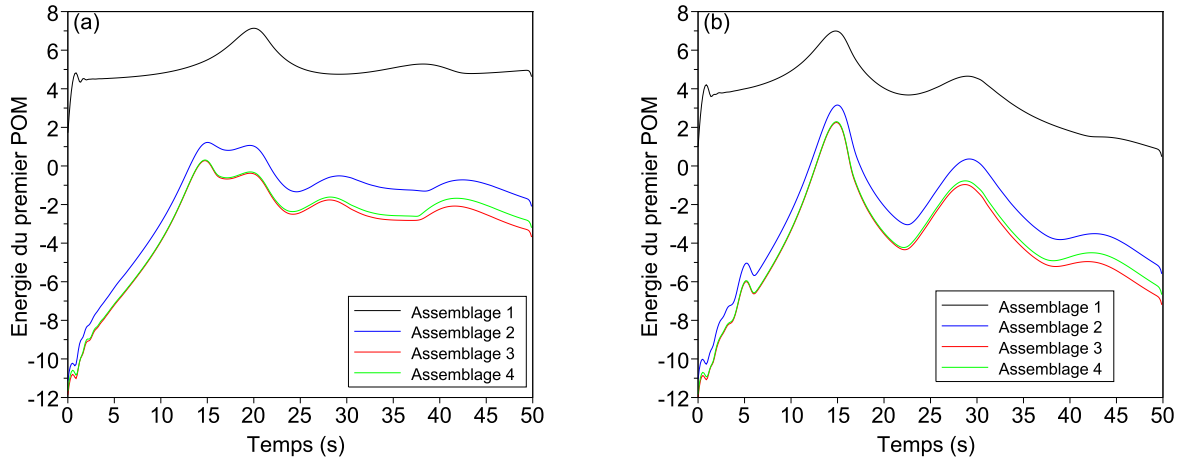


FIGURE V.58 – Evolution de l'énergie capturée par le premier POM, pour les quatre assemblages, pour un essai simulé en eau stagnante d'amplitude  $0,8 \text{ mm}$  (a) et d'amplitude  $50 \text{ N}$  (b). Assemblée 1 en noir, assemblée 2 en bleu, assemblée 3 en rouge et assemblée 4 en vert.

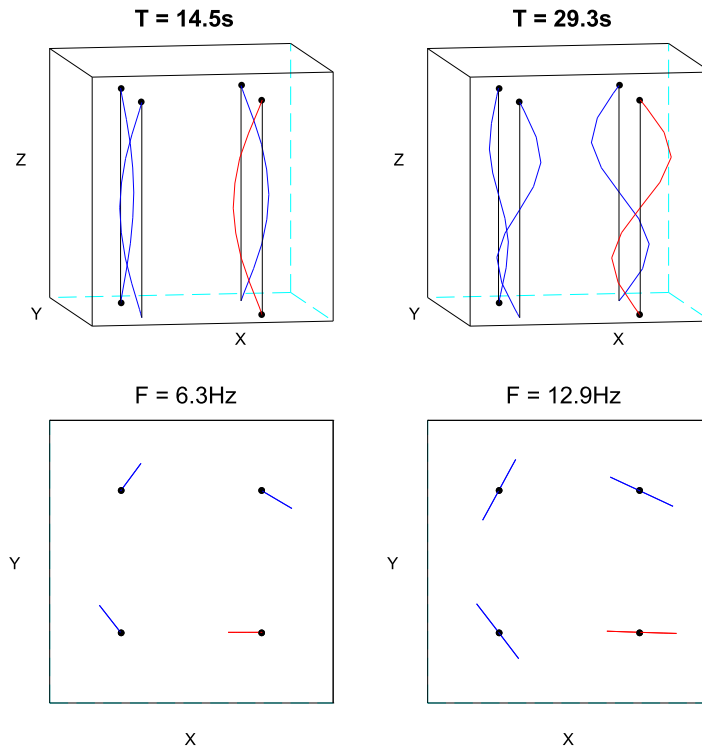


FIGURE V.59 – Premier POM obtenu aux deux résonances, pour un essai simulé en eau stagnante d'amplitude  $50 \text{ N}$ . La SWPOD est ici appliquée à chaque assemblage séparément.

On peut voir de fortes différences entre les Figures V.58 (a) et (b). Pour l'essai avec force à amplitude constante, les assemblages 2, 3 et 4, qui ne sont pas excités, montrent seulement deux pics d'énergie (avant 40s). Ils se produisent aux mêmes temps que ceux de l'assemblage excité, leurs résonances se produisant aux mêmes moments.

Lors d'essais en force imposée, les pics visibles auparavant autour de 20s ont disparu, l'assemblage excité ayant seulement des pics de déplacement au passage de ses résonances. Les moments où de forts déplacements des quatre assemblages apparaissent sont donc localisés au passage de leurs fréquences de résonance, contrairement aux essais à déplacement imposé.

Ce type d'essai, avec une force d'amplitude constante, serait donc plus adapté à l'étude des mouvements résonants des assemblages. En effet, les mouvements résonants des assemblages sont ici bien plus facilement discernables, en évitant d'avoir des pics de déplacement de l'assemblage excité entre ses fréquences de résonance (ce qui était le cas en déplacement imposé). Il faut préciser que dans le cas d'essais réels, les assemblages 2, 3 et 4 auraient des fréquences de résonance plus élevées, à cause de leur plus faible amplitude de vibration. Il serait donc très intéressant d'observer les mouvements résonants des quatre assemblages pour des essais expérimentaux, ou pour des simulations qui prennent en compte cette dépendance des fréquences de résonance avec l'amplitude de vibration.

## Bilan du chapitre

Dans ce chapitre, les résultats de plusieurs essais expérimentaux et simulés ont été analysés. Les résultats obtenus expérimentalement en air montrent un comportement non-linéaire des maquettes d'assemblages combustibles, causé par le glissement des crayons dans les grilles. Ces non-linéarités provoquent l'apparition d'hystérésis et une baisse des fréquences de résonance des maquettes d'assemblages combustibles, lorsque leur amplitude de vibration augmente. En eau stagnante, les mouvements résonants des quatre assemblages ont pu être observés. Ils montrent un mouvement des assemblages en "cercle", créé par le fluide mis en mouvement par les vibrations de l'assemblage excité. Cependant, plusieurs biais expérimentaux ont empêché une analyse quantitative du couplage entre les assemblages induit par l'eau. Plusieurs évolutions de l'installation ICARE EXPERIMENTAL sont donc prévues afin de pallier à ces biais.

Des simulations ont été conduites avec le code COEUR3D, en air, en eau stagnante et en eau sous écoulement. Pour des essais à déplacement imposé, les simulations permettent de retrouver les mouvements d'ensemble obtenus expérimentalement en eau stagnante, au passage des fréquences de résonance des assemblages. Les mouvements d'ensemble des assemblages en "cercle" sont ainsi retrouvés, avec les assemblages non excités mis en mouvement par le couplage induit par le fluide. Les simulations réalisées sous écoulement montrent des résultats cohérents avec ceux obtenus au Chapitre 4, concernant les essais expérimentaux DEDALE. Cependant, le modèle utilisé ne permet pas aujourd'hui de reproduire le comportement non-linéaire des assemblages, et devra donc être recalé.

Enfin, les résultats de simulations régulées en force ont été donnés en air et en eau stagnante. Ils montrent que ce type d'essai permet une meilleure observation des mouvements résonants des assemblages que ceux régulés en déplacement. Pour des raisons de facilité de mise en oeuvre, seule une régulation en déplacement a jusqu'à présent été utilisée pour les essais expérimentaux. Il est toutefois prévu d'adapter le dispositif d'excitation pour permettre des essais régulés en force.

# Conclusion et perspectives

Les travaux présentés dans ce mémoire sont une contribution à l'étude vibratoire d'un réseau d'assemblages combustibles de réacteur à eau pressurisée sous écoulement axial. Deux axes d'étude ont été particulièrement développés, à savoir la mise en oeuvre d'une nouvelle installation expérimentale et le développement d'une méthode d'analyse de données. Des simulations ont aussi été conduites à partir d'un modèle milieu poreux représentant un réseau d'assemblages combustibles et ont été comparées aux résultats expérimentaux.

Le premier chapitre a donné une synthèse bibliographique des nombreux aspects étudiés dans la thèse. Les enjeux des études vibratoires d'un coeur de réacteur nucléaire ont été donnés, avec un aperçu des résultats obtenus antérieurement. Le modèle utilisé dans le code de simulation COEUR3D, utilisé au LHC pour simuler le comportement vibratoire d'un réseau d'assemblages combustibles sous écoulement, a ensuite été décrit. Enfin, les bases de l'analyse modale linéaire et non-linéaire ont été données, ainsi qu'un aperçu des méthodes d'analyse de données existantes adaptées aux systèmes non-linéaires.

Afin d'étudier expérimentalement le couplage entre assemblages combustibles induit par le fluide, une nouvelle installation appelée ICARE EXPERIMENTAL a été conçue, réalisée et mise en service au cours de la thèse. Après une description détaillée des expériences réalisées antérieurement dans ce domaine, elle a été décrite dans le Chapitre 2, avec son instrumentation et le procédé d'excitation utilisés. Elle peut contenir de une à quatre maquettes d'assemblages combustibles échelle 1/2, sous un écoulement d'eau pouvant atteindre 5 m/s, qui est la vitesse débitante dans un coeur de réacteur. Pour tous les essais réalisés, une grille d'un des quatre assemblages voit son déplacement imposé par un vérin hydraulique, en suivant un sinus balayé linéaire. Des mesures différentielles de pression et de vitesse fluide par vélocimétrie laser sont aussi prévues. Concernant les mesures de vitesse fluide, une collaboration a été démarrée avec le Thermo-Fluids Lab de Georges Washington University, situé à Washington DC. Lors d'un séjour de trois mois sur place, des outils de vélocimétrie laser et de shadowgraphy ont été installés sur table vibrante. Cette instrumentation sera utilisée, à terme, afin de mesurer les déplacements d'un assemblage combustible et du fluide s'écoulant autour sur table vibrante, pour des sollicitations sismiques.

La conception des quatre maquettes d'assemblages combustibles a aussi été détaillée, avec des simulations réalisées sous ABAQUS permettant de simuler leur comportement. La modélisation réalisée sous ce logiciel s'est cependant montrée limitée, ne pouvant pas reproduire les phénomènes de contact non-linéaire entre crayons et grilles pour un assemblage complet. Ces simulations ont tout de même permis d'obtenir une estimation des fréquences de résonance des maquettes d'assemblages combustibles, qui se sont révélées confirmées par les premiers essais expérimentaux.



Dans le but de traiter les données expérimentales et simulées et en extraire des informations sur le couplage entre les assemblages combustibles apporté par l'eau, une méthode d'analyse appelée SWPOD (Sliding Window Proper Orthogonal Decomposition) a été développée. Celle-ci est décrite au Chapitre 3 et combine l'analyse temps-fréquence, en utilisant la transformée de Gabor continue et la décomposition sur modes propres orthogonaux (POD). Cette méthode permet d'obtenir, en fonction du temps, les structures cohérentes principales d'un signal à plusieurs composantes et leur comportement fréquentiel. Elle a été appliquée au Chapitre 3 sur des données simulées d'un système non-linéaire à trois degrés de liberté. Elle a permis d'identifier ses modes linéaires pour des simulations à faible amplitude, et ses modes non-linéaires pour des amplitudes modérées. Cette méthode est cependant restée limitée dans l'identification des modes non-linéaires à de plus larges amplitudes, lorsque des harmoniques supérieures deviennent importantes, à cause des limitations de la POD.

Les essais sur l'installation ICARE EXPERIMENTAL n'ayant pu être réalisés qu'à la fin de la thèse, la SWPOD a été testée sur d'autres essais expérimentaux de vibration de structures minces non-linéaires. Dans le Chapitre 4, les résultats de l'application de la SWPOD ont été donnés pour des essais de vibration d'un tube en U de générateur de vapeur (GV) et d'un assemblage combustible. Cette méthode a permis, dans le premier cas, de montrer l'apparition de vibrations du tube en U à un mode élevé malgré une fréquence d'excitation faible. Pour certaines fréquences d'excitation, comprises entre 4 et 9  $Hz$ , la déformée et la fréquence de vibration du tube correspondent en effet à son mode 6, vibrant autour de 47  $Hz$  avec une déformée dans le plan du tube. L'analyse des DEDALE, mettant en vibration un assemblage combustible, a permis d'extraire les déformées obtenues aux résonances de l'assemblage en fonction des conditions d'écoulement. Des modifications des déformées modales ont ainsi pu être observées avec l'augmentation de la vitesse de l'écoulement fluide.

Les résultats de l'installation ICARE EXPERIMENTAL ont été donnés dans le Chapitre 5, en commençant par des tests de caractérisation de l'expérience et la résolution de certains biais expérimentaux. Les résultats de vibration des quatre maquettes d'assemblages combustibles ont ensuite été analysés en air et en eau stagnante, en utilisant les fonctions de transfert obtenues et en appliquant la SWPOD. En air, le comportement classique d'un assemblage combustible a pu être retrouvé, à savoir l'apparition d'un hystérésis causé par le glissement des crayons dans les grilles et une baisse des fréquences de résonance avec l'augmentation de l'amplitude d'excitation. Les maquettes réalisées pour l'installation ICARE EXPERIMENTAL reproduisent donc bien le comportement d'un assemblage combustible réel.

Lors des essais en eau stagnante, les déformations des trois assemblages non excités, induites par la présence d'eau, ont été mesurées et comparées à celles obtenues par des simulations. Le couplage entre assemblages combustibles induit par la présence d'eau a pu être observé et comparé à des résultats simulés. Les premiers résultats expérimentaux montrent des comportements similaires aux simulations dans une certaine mesure, mais des biais expérimentaux ont empêché d'effectuer des comparaisons quantitatives précises. En effet, des vibrations des assemblages non excités ont été observées en air, provenant de vibrations du support de la section d'essai. Il n'est donc pas possible dans l'immédiat de discerner le couplage provenant de l'eau et celui provenant du support.

De nombreuses perspectives sont ouvertes à la suite de cette thèse, du point de vue expérimental, des simulations et de la méthode d'analyse.

Comme présenté dans le Chapitre 5, des améliorations doivent être apportées à l'installation ICARE EXPERIMENTAL avant de pouvoir effectuer des comparaisons plus poussées entre essais expérimentaux et simulations. Principalement, la section d'essai doit être fixée plus rigidement afin d'éviter des vibrations parasites et le variateur de la pompe permettant d'effectuer des essais sous écoulement doit être remis en marche. Les premiers résultats obtenus en eau stagnante sont prometteurs, mais c'est surtout l'influence de l'écoulement que l'on cherchera à quantifier. De plus, des essais avec une régulation en force seront conduits afin de pouvoir s'affranchir de l'étude de force dans l'analyse des données. Comme il a été montré dans le Chapitre 5 avec des simulations, l'analyse par SWPOD seule permet pour une régulation en force d'observer les mouvements résonants des quatre maquettes d'assemblages combustibles.

A l'avenir, des essais seront réalisés avec différents confinements afin de mesurer l'influence de l'espacement entre assemblages combustibles sur leur couplage. Il sera aussi intéressant de caractériser un assemblage seul dans les différentes conditions d'écoulement. Un des quatre assemblages pourra aussi être remplacé par une baffle, afin de mesurer le couplage entre trois assemblages seulement, dans une configuration similaire aux assemblages situés à la périphérie d'un coeur de réacteur nucléaire. Des mesures de vélocimétrie laser seront aussi réalisées afin de combiner la connaissance des déplacements des assemblages à celle des mouvements du fluide. Ces mesures de vitesse fluide, ainsi que les mesures de déplacement des assemblages combustibles, continueront d'être partagées dans la collaboration établie au cours de la thèse avec Georges Washington University.

Les simulations réalisées avec le code COEUR3D devront elles-aussi être améliorées. La première correction à apporter est la modélisation de la non-linéarité de frottement entre les crayons et les grilles. Le phénomène d'hystérésis devra être correctement reproduit par l'assemblage simulé en air. Plusieurs paramètres du modèle devront aussi être ajustés, tel que l'amortissement de la structure par exemple, afin d'obtenir des fonctions des résonances plus comparables en terme d'amplitude. De plus, les champs de vitesse fluide sont donnés par ce code de simulation et ils devront être analysés dans les prochaines comparaisons, en plus des déplacements des assemblages.

La méthode d'analyse développée, appelée SWPOD, présente plusieurs pistes d'amélioration. Le remplacement de la transformée de Gabor par la transformée en ondelettes serait ainsi à étudier, afin d'améliorer la résolution en fréquence de l'analyse. Ce remplacement n'est cependant pas réalisable directement à cause de la combinaison réalisée avec la POD. De plus, l'étude du déphasage entre les évolutions temporelles des POMs obtenus pourrait être réalisée. En effet, cela serait particulièrement intéressant pour traiter les essais où les mouvements de l'assemblage excité et des trois autres sont capturés par deux POMs différents. Observer le déphasage entre ces deux POMs serait donc intéressant afin de déterminer un déphasage amené par le couplage fluide. Enfin, la SWPOD pourra être appliquée à la fois aux déplacements de la structure et aux champs de vitesse fluide.



# Table des figures

I.1	Schéma d'un assemblage combustible (gauche). Schéma d'un coeur sous sollicitation sismique (droite). . . . .	14
I.2	Schéma de rotation d'un crayon dans une cellule de grille (gauche). Modélisation non-linéaire à deux poutres d'un assemblage combustible (droite). . . . .	17
I.3	Schéma d'un cylindre sous écoulement radial, cas de Morison (gauche). Schéma d'un cylindre sous écoulement avec composantes axiale et radiale, cas de Taylor (droite). . . . .	18
I.4	Décomposition de la force fluide pour un crayon sous écoulement quasi-axial . .	19
I.5	Principe de la modélisation par milieu poreux . . . . .	23
I.6	Volume de contrôle utilisé pour la moyenne spatiale . . . . .	23
I.7	Description de la cinématique d'un assemblage par une poutre de Timoshenko .	26
II.1	Schéma d'une maquette d'assemblage d'ICARE EXPERIMENTAL . . . . .	50
II.2	Schéma de fonctionnement du connecteur "translator" . . . . .	51
II.3	Loi de Coulomb introduite dans la liaison grille-crayon, avec l'ajout d'une force de serrage . . . . .	51
II.4	Conditions des tests avec crayon et une plaque seuls . . . . .	52
II.5	Energie dissipée par le frottement . . . . .	53
II.6	Modèle utilisé pour les tests en statique, avec deux crayons représentés seulement (gauche) et résultat obtenu pour une force imposée de 100 N (droite) . . . . .	54
II.7	Vues du dessus d'une grille pour vérin (gauche) et d'une grille commune (droite). .	57
II.8	Schéma d'une plaque classique bordant huit crayons . . . . .	58
II.9	Schéma d'une plaque pouvant être liée au vérin . . . . .	58
II.10	Vue isométrique d'une des deux plaques centrales pour vérin . . . . .	59
II.11	Structures obtenues sous CATIA pour le squelette de la maquette (a), un embout supérieur (b) et un embout inférieur (c). . . . .	60
II.12	Schéma du dispositif d'excitation d'ICARE EXPERIMENTAL . . . . .	61
II.13	Consigne (rouge) et réponse (vert) obtenues lors du réglage du PID en force. . .	63

II.14 Schéma de l'installation expérimentale sur table vibrante (gauche). Schéma de la section d'essai avec la maquette et l'instrumentation (droite). . . . .	66
II.15 Prototype à échelle réduite, lors d'une mesure par PIV (gauche) et placé sur la table vibrante (droite). . . . .	67
II.16 Schéma de principe du multiplexeur optique. . . . .	68
II.17 Dispositif de test du miroir rotatif. . . . .	69
III.1 Le système non-linéaire étudié. . . . .	74
III.2 Tracé des déplacements des masses 1 et 2 aux résonances en fonction des fréquences de résonance des premier, second et troisième modes, pour une approximation à 1 harmonique. ( $u_1$ en bleu, $u_2$ en rouge) . . . . .	77
III.3 Diagramme fréquence-déplacements obtenu par un calcul à 1 harmonique (en pointillés) et par un calcul à 9 harmoniques réalisé sous ManLab (trait plein). ( $u_1$ en bleu, $u_2$ en rouge) . . . . .	78
III.4 Analyse par SWPOD d'un test avec $\xi_1=0,5\%$ et $F_a=10\text{ N}$ . (a) Proportion d'énergie capturée par les trois premiers POMs $\lambda_1^\tau/\sum_{i=1}^3 \lambda_i^\tau$ (ligne pleine), $\lambda_2^\tau/\sum_{i=1}^3 \lambda_i^\tau$ (pointillés) et $\lambda_3^\tau/\sum_{i=1}^3 \lambda_i^\tau$ (points). (b) Représentation de l'énergie capturée par le premier POM, $\ln(\lambda_1^\tau)$ , en échelle logarithmique. (c) Représentation temps-fréquence de la première POC multipliée par les POV, $\lambda_1^\tau \hat{G}_1(\tau, f)$ . (d) Evolution temporelle du premier POM, avec les deux extrémités : blanc (noir) pour des valeurs de déplacement hautes (basses), avec les extrémités donnant la couleur associée à un déplacement nul. . . . .	80
III.5 Résultats pour un test avec $\xi_1 = 0,1\%$ et $F_a=10\text{ N}$ . (a) Proportions d'énergie capturées par le premier (ligne pleine), second (pointillés) et troisième (points) POMs. (b) Energie capturée par le premier POM. (c) Représentation temps-fréquence de la première POC multipliée par sa POV associée $\lambda_1^\tau \hat{G}_1(\tau, f)$ . (d) Evolution temporelle du premier POM $\Phi_1^\tau$ . . . . .	81
III.6 Résultats pour les second et troisième POMs d'un test avec $\xi_1 = 0,1\%$ et $F_a=10\text{ N}$ . (a) Représentation temps-fréquence de la seconde POC multipliée par sa POV associée $\lambda_2^\tau \hat{G}_2(\tau, f)$ . (b) Evolution temporelle du second POM $\Phi_2^\tau$ . (c) Représentation temps-fréquence de la troisième POC multipliée par sa POV associée $\lambda_3^\tau \hat{G}_3(\tau, f)$ . (d) Evolution temporelle du troisième POM $\Phi_3^\tau$ . . . . .	82
III.7 Résultats pour un test avec $\xi_1 = 0,5\%$ et $F_a = 500\text{ N}$ . (a) Proportions d'énergie capturées par le premier (ligne pleine), second (pointillés) et troisième (points) POMs. (b) Energie capturée par le premier POM. (c) Représentation temps-fréquence de la première POC multipliée par sa POV associée $\lambda_1^\tau \hat{G}_1(\tau, f)$ . (d) Evolution temporelle du premier POM $\Phi_1^\tau$ . . . . .	85
III.8 Résultats pour le second POM d'un test avec $\xi_1 = 0,1\%$ et $F_a=10\text{ N}$ . (a) Représentation temps-fréquence de la seconde POC multipliée par sa POV associée $\lambda_2^\tau \hat{G}_2(\tau, f)$ . (b) Evolution temporelle du second POM $\Phi_2^\tau$ . . . . .	86

III.9	Tracé fréquence-déplacement maximum : déplacements de la première et de la seconde masses en fonction des fréquences de résonance associées, obtenus à partir des simulations analysées par SWPOD (ligne pleine) et la HBM (pointillés). Les déformées obtenues à la résonance sont données pour quelques amplitudes d'excitation. . . . .	87
IV.1	Schéma d'une centrale et d'un générateur de vapeur . . . . .	90
IV.2	Modes propres d'un tube en U . . . . .	91
IV.3	Diagramme énergie-fréquence du premier mode, avec une résonance interne issue d'une bifurcation. . . . .	91
IV.4	Schéma du dispositif expérimental mettant en vibration un tube en U. . . . .	92
IV.5	Résultats de vibration d'un tube en U. (a) Proportions d'énergie capturées par le premier (ligne pleine), second (pointillés) et troisième (points) POMs. (b) Energie capturée par le premier POM (échelle log). (c) Représentation temps-fréquence de la première POC multipliée par sa POV associée $\lambda_1^\tau \hat{G}_1(\tau, f)$ . . . . .	93
IV.6	Premier POM obtenu pour les temps $T_1, T_2, T_3$ et $T_4$ , avec le pourcentage d'énergie capturé par ce POM et sa fréquence principale . . . . .	94
IV.7	Résultats de vibration d'un tube en U, second POM. (a) Energie capturée par le second POM (échelle log). (b) Représentation temps-fréquence de la seconde POC multipliée par sa POV associée $\lambda_2^\tau \hat{G}_2(\tau, f)$ . . . . .	95
IV.8	Analyse par SWPOD d'un essai de vibration d'un assemblage en air. (a) Proportion d'énergie capturée par le premier (ligne pleine), second (pointillés) et troisième (points) POMs. (b) Energie capturée par le premier POM, avec les déformées obtenues aux pics d'énergie. (c) Représentation temps-fréquence de la première POC multipliée par sa POV associée $\lambda_1^\tau \hat{G}_1(\tau, f)$ . (d) Evolution temporelle du premier POM $\Phi_1^\tau$ . . . . .	97
IV.9	Fonction de transfert en mobilité pour un essai de vibration d'un assemblage en air (gauche). Déformées obtenues aux résonances avec leur temps d'apparition et fréquence. En ordonnée, position adimensionnée sur l'assemblage et en abscisse, valeurs du POM $\Phi_1$ (droite). . . . .	98
IV.10	Energie capturée par le premier POM, avec l'affichage des déformées obtenues au passage des fréquences de résonance. . . . .	98
IV.11	Fonction de transfert en mobilité pour un essai de vibration d'un assemblage, en eau stagnante (gauche). Déformées obtenues aux résonances avec leur temps d'apparition et fréquence. En ordonnée, position adimensionnée sur l'assemblage et en abscisse, valeurs du POM $\Phi_1$ (droite). . . . .	99
IV.12	Analyse par SWPOD d'un essai de vibration d'un assemblage en eau stagnante. (a) Proportion d'énergie capturée par le premier (ligne pleine), second (pointillés) et troisième (points) POMs. (b) Energie capturée par le premier POM, avec l'affichage des déformées obtenues aux résonances. (c) Représentation temps-fréquence de la première POC multipliée par sa POV associée $\lambda_1^\tau \hat{G}_1(\tau, f)$ . (d) Evolution temporelle du premier POM $\Phi_1^\tau$ . . . . .	100

IV.13	Second POM obtenu par SWPOD, pour un essai de vibration d'un assemblage en eau stagnante. (a) Energie capturée par le second POM, avec l'affichage de la déformée obtenue au passage de la troisième fréquence de résonance. (b) Représentation temps-fréquence de la première POC multipliée par sa POV associée $\lambda_2^T \hat{G}_2(\tau, f)$ . (c) Evolution temporelle du second POM $\Phi_1^T$ . . . . .	101
IV.14	POMs obtenus aux résonances pour les modes 1, 2 et 4, pour les essais avec excitation en grille 7, en fonction de la vitesse d'écoulement : 0 m/s en noir, 1.5 m/s en rouge, 3 m/s en bleu, 5 m/s en vert. En ordonnée, position adimensionnée sur l'assemblage et en abscisse, valeurs du POM $\Phi_1$ . . . . .	102
IV.15	POMs obtenus aux résonances pour les modes 1 et 3, pour les essais avec excitation en grille 5, en fonction de la vitesse d'écoulement : 0 m/s en noir, 1.5 m/s en rouge, 3 m/s en bleu, 5 m/s en vert. En ordonnée, position adimensionnée sur l'assemblage et en abscisse, valeurs du POM $\Phi_1$ . . . . .	103
V.1	Résultats de six essais quasi-statiques pour des amplitudes de 0,5, 1, 2, 3, 4 et 5 mm. . . . .	106
V.2	Fonctions de transfert en mobilité obtenues pour trois balayages en fréquence d'amplitudes 0,2, 0,5 et 0,8 mm. . . . .	107
V.3	(a) Evolution de la force en fonction du temps sur un cycle, pour un test quasi-statique d'amplitude 0,5 mm. (b) Déplacement du vérin selon $x$ (ligne pleine) et de la grille excitée selon $y$ (pointillés) . . . . .	108
V.4	(a) Déplacements mesurés sur l'assemblage 1. $x_{1,1}$ est donné en rouge, $x_{1,2}$ en bleu et $x_{1,3}$ en noir. (b) Quelques cycles du déplacement de la grille excitée selon $x$ (ligne pleine) et selon $y$ (pointillés), autour de la première résonance. . . . .	108
V.5	(a) Force en fonction du temps pour un essai à déplacement constant d'amplitude 0,8 mm, avant modification de la rotule. (b) Quelques cycles de la force, obtenus autour de la première résonance. . . . .	109
V.6	(a) Force en fonction du temps pour un essai à déplacement constant d'amplitude 0,8 mm, après modification de la rotule. (b) Quelques cycles de la force, obtenus autour de la première résonance. . . . .	110
V.7	Fonctions de transfert en mobilité obtenues entre la grille supérieure de chaque assemblage et la force, pour un essai à 0,8 mm ( $x_{1,3}$ en noir, $x_{2,3}$ en bleu, $x_{3,3}$ en rouge et $x_{4,3}$ en vert). . . . .	110
V.8	Déplacements mesurés sur les assemblages 1 (a) et 4 (b) avant fixation de la section d'essai au support. Déplacements mesurés sur les assemblages 1 (c) et 4 (d) après fixation. $x_{i,1}$ est donné en rouge, $x_{i,2}$ en bleu et $x_{i,3}$ en noir, pour $i=1$ et $i=4$ . . . . .	111
V.9	Fonctions de transfert en mobilité obtenues entre la grille du haut de chaque assemblage et la force, pour un essai à 0,8 mm d'amplitude, après fixation de la section d'essai ( $x_{1,3}$ en noir, $x_{2,3}$ en bleu, $x_{3,3}$ en rouge et $x_{4,3}$ en vert). . . . .	112
V.10	FFT du déplacement pour un balayage à amplitude constante de 0,8 mm (a) et de la force pour une amplitude constante de 50 N (b). . . . .	113

V.11 Analyse par SWPOD des déplacements de l'assemblage excité pour un essai ICARE en air, à 0,8 <i>mm</i> d'amplitude. (a) Proportion d'énergie capturée par le premier (ligne pleine), second (pointillés) et troisième (points) POMs. (b) Energie capturée par le premier POM, avec les déformées obtenues aux résonances et au pic d'énergie. (c) Représentation temps-fréquence de la première POC multipliée par sa POV associée $\lambda_1^\tau \hat{G}_1(\tau, f)$ . (d) Evolution temporelle du premier POM $\Phi_1^\tau$ .	114
V.12 Fonction de transfert en mobilité obtenue entre la vitesse de la grille du haut de l'assemblage excité et la force, en air. . . . .	115
V.13 Premier POM obtenu aux résonances, avec leur temps d'apparition et fréquence de résonance associés. On a en ordonnée la hauteur sur l'assemblage, en mètres.	115
V.14 Analyse par SWPOD des déplacements des quatre assemblages pour un essai ICARE en air, à 0,8 <i>mm</i> d'amplitude. (a) Proportion d'énergie capturé par le premier (ligne pleine), second (pointillés) et troisième (points) POMs. (b) Energie capturée par le premier POM. (c) Représentation temps-fréquence de la première POC multipliée par sa POV associée $\lambda_1^\tau \hat{G}_1(\tau, f)$ . . . . .	117
V.15 Premier POM obtenu aux résonances de l'assemblage excité, en analysant les déplacements des quatre assemblages simultanément, pour un essai en air. . . .	118
V.16 Second POM obtenu aux résonances de l'assemblage excité, en analysant les déplacements des quatre assemblages simultanément, pour un essai en air. . . .	118
V.17 Premier POM obtenu en analysant les déplacements des quatre assemblages simultanément, pour un essai en air d'amplitude 0,8 <i>mm</i> . . . . .	119
V.18 Second POM obtenu en analysant les déplacements des quatre assemblages simultanément, pour un essai en air d'amplitude 0,8 <i>mm</i> . . . . .	119
V.19 Evolution de l'énergie capturée par le premier POM, pour les quatre assemblages, pour un essai à 0,8 <i>mm</i> d'amplitude en air. Assemblage 1 en noir, assemblage 2 en bleu, assemblage 3 en rouge et assemblage 4 en vert. . . . .	120
V.20 Premier POM obtenu aux résonances de l'assemblage 1, pour un essai en air d'amplitude 0,8 <i>mm</i> . La SWPOD est ici appliquée à chaque assemblage séparément.	122
V.21 Premier POM obtenu aux pics d'énergie des assemblages 2, 3 et 4, pour un essai en air d'amplitude 0,8 <i>mm</i> . La SWPOD est ici appliquée à chaque assemblage séparément. . . . .	122
V.22 Fonctions de transfert en mobilité en air et en eau, pour des essais à 0,8 <i>mm</i> d'amplitude. . . . .	123
V.23 Analyse par SWPOD des déplacements de l'assemblage excité pour un essai ICARE en air, à 0,8 <i>mm</i> d'amplitude. (a) Proportion d'énergie capturée par le premier (ligne pleine), second (pointillés) et troisième (points) POMs. (b) Energie capturée par le premier POM, avec les déformées obtenues aux résonances. (c) Représentation temps-fréquence de la première POC multipliée par sa POV associée $\lambda_1^\tau \hat{G}_1(\tau, f)$ . (d) Evolution temporelle du premier POM $\Phi_1^\tau$ . . . . .	124
V.24 Premier POM obtenu aux trois pics observés sur la fonction de transfert pour un essai en eau de 0,8 <i>mm</i> d'amplitude. On a en ordonnée la hauteur sur l'assemblage, en mètres. . . . .	125



V.25 Analyse par SWPOD des déplacements des quatre assemblages pour un essai ICARE en eau, à 0,8 <i>mm</i> d'amplitude. (a) Proportion d'énergie capturée par le premier (ligne pleine), second (pointillés) et troisième (points) POMs. (b) Energie capturée par le premier POM. (c) Représentation temps-fréquence de la première POC multipliée par sa POV associée $\lambda_1^T \hat{G}_1(\tau, f)$ .	126
V.26 Premier POM obtenu au passage des résonances de l'assemblage excité, en analysant les déplacements des quatre assemblages simultanément, pour un essai en air.	127
V.27 Second POM obtenu au passage des résonances de l'assemblage excité, en analysant les déplacements des quatre assemblages simultanément, pour un essai en air.	127
V.28 Premier POM obtenu en analysant les déplacements des quatre assemblages simultanément, pour un essai en eau d'amplitude 0,8 <i>mm</i> .	128
V.29 Second POM obtenu en analysant les déplacements des quatre assemblages simultanément, pour un essai en eau d'amplitude 0,8 <i>mm</i> .	128
V.30 Evolution de l'énergie capturée par le premier POM, pour les quatre assemblages, pour un essai à 0,8 <i>mm</i> d'amplitude en eau. Assemblage 1 en noir, assemblage 2 en bleu, assemblage 3 en rouge et assemblage 4 en vert.	129
V.31 Premier POM obtenu au passage des résonances de l'assemblage 1, pour un essai en air d'amplitude 0,8 <i>mm</i> . La SWPOD est ici appliquée à chaque assemblage séparément.	130
V.32 Premier POM obtenu aux pics d'énergie des assemblages 2, 3 et 4, pour un essai en eau d'amplitude 0,8 <i>mm</i> . La SWPOD est ici appliquée à chaque assemblage séparément.	130
V.33 Déplacements de l'assemblage excité pour un sinus balayé de 0,8 <i>mm</i> d'amplitude en air, pour un essai expérimental (a) et simulé (b). $x_{i,1}$ est donné en rouge, $x_{i,2}$ en bleu et $x_{i,3}$ en noir.	133
V.34 Evolution de la force pour un sinus balayé de 0,8 <i>mm</i> d'amplitude en air, pour un essai expérimental (a) et simulé (b).	134
V.35 Fonction de transfert en mobilité obtenue pour un sinus balayé de 0,8 <i>mm</i> d'amplitude en air, pour un essai expérimental (a) et simulé (b).	134
V.36 Analyse par SWPOD des déplacements de l'assemblage excité pour un essai ICARE simulé en air, à 0,8 <i>mm</i> d'amplitude. (a) Proportion d'énergie capturée par le premier (ligne pleine), second (pointillés) et troisième (points) POMs. (b) Energie capturée par le premier POM, avec les déformées obtenues aux résonances et au pic d'énergie. (c) Représentation temps-fréquence de la première POC multipliée par sa POV associée $\lambda_1^T \hat{G}_1(\tau, f)$ . (d) Evolution temporelle du premier POM $\Phi_1^T$ .	135
V.37 Premier POM obtenu aux résonances, avec leur temps d'apparition et fréquence de résonance, pour une simulation en air. En ordonnée, la hauteur sur l'assemblage, en mètres.	136
V.38 Fonctions de transfert en mobilité obtenues pour un sinus balayé de 0,8 <i>mm</i> d'amplitude en air et en eau, pour des essais expérimentaux (a) et simulés (b).	136

V.39 Analyse par SWPOD des déplacements de l'assemblage excité pour un essai ICARE simulé en eau stagnante, à 0,8 <i>mm</i> d'amplitude. (a) Proportion d'énergie capturée par le premier (ligne pleine), second (pointillés) et troisième (points) POMs. (b) Energie capturée par le premier POM, avec les déformées obtenues aux résonances et au pic d'énergie. (c) Représentation temps-fréquence de la première POC multipliée par sa POV associée $\lambda_1^\tau \hat{G}_1(\tau, f)$ . (d) Evolution temporelle du premier POM $\Phi_1^\tau$ . . . . .	137
V.40 Premier POM obtenu aux résonances, avec leur temps d'apparition et fréquence de résonance, pour une simulation en eau. En ordonnée, la hauteur sur l'assemblage, en mètres. . . . .	138
V.41 Analyse par SWPOD des déplacements des quatre assemblages pour une simulation en eau stagnante. (a) Proportion d'énergie capturée par le premier (ligne pleine), second (pointillés) et troisième (points) POMs. (b) Energie capturée par le premier POM. (c) Représentation temps-fréquence de la première POC multipliée par sa POV associée $\lambda_1^\tau \hat{G}_1(\tau, f)$ . . . . .	139
V.42 Premier POM obtenu en analysant les déplacements des quatre assemblages simultanément, pour une simulation en eau stagnante. . . . .	140
V.43 Second POM obtenu en analysant les déplacements des quatre assemblages simultanément, pour une simulation en eau stagnante. . . . .	140
V.44 Evolution de l'énergie capturée par le premier POM, pour les quatre assemblages, pour un essai en eau expérimental (a) et simulé (b). Assemblage 1 en noir, assemblage 2 en bleu, assemblage 3 en rouge et assemblage 4 en vert. . . . .	141
V.45 Premier POM obtenu aux pics d'énergie des assemblages 2, 3 et 4, pour un essai simulé en eau stagnante, d'amplitude 0,8 <i>mm</i> . La SWPOD est ici appliquée à chaque assemblage séparément. . . . .	141
V.46 Fonctions de transfert en mobilité obtenues pour un sinus balayé de 0,8 <i>mm</i> d'amplitude, pour différentes vitesses d'écoulement. 0 <i>m/s</i> en ligne pleine, 1,5 <i>m/s</i> en pointillés, 3 <i>m/s</i> en pointillés et double points, 5 <i>m/s</i> en points. . . . .	143
V.47 Premier POM obtenu aux résonances, pour des simulations en eau stagnante (noir), sous 1,5 <i>m/s</i> (bleu), sous 3 <i>m/s</i> (rouge), et sous 5 <i>m/s</i> (vert). En ordonnée, la hauteur sur l'assemblage, en mètres. . . . .	144
V.48 Evolution de l'énergie capturée par le premier POM, pour les quatre assemblages, pour un essai simulé à une vitesse débitante de 5 <i>m/s</i> . Assemblage 1 en noir, assemblage 2 en bleu, assemblage 3 en rouge et assemblage 4 en vert. . . . .	144
V.49 Premier POM obtenu aux pics d'énergie des assemblages 2, 3 et 4 et au pic d'énergie de l'assemblage 1, pour un essai simulé à une vitesse débitante de 5 <i>m/s</i> . La SWPOD est ici appliquée à chaque assemblage séparément. . . . .	145
V.50 Fonctions de transfert en mobilité obtenues pour un pilotage en déplacement d'amplitude 0,8 <i>mm</i> (ligne pleine) et pour un pilotage en force d'amplitude 50 <i>N</i> (en pointillés). . . . .	146

V.51	Analyse par SWPOD des déplacements de l'assemblage excité pour un essai ICARE simulé en air, à force imposée d'amplitude 50 $N$ . (a) Proportion d'énergie capturée par le premier (ligne pleine), second (pointillés) et troisième (points) POMs. (b) Energie capturée par le premier POM, avec les déformées obtenues aux résonances. (c) Représentation temps-fréquence de la première POC multipliée par sa POV associée $\lambda_1^\tau \hat{G}_1(\tau, f)$ . (d) Evolution temporelle du premier POM $\Phi_1^\tau$ . . . . .	147
V.52	Premier POM obtenu aux résonances, avec leur temps d'apparition et fréquence de résonance, pour une simulation en air d'amplitude 50 $N$ . En ordonnée, la hauteur sur l'assemblage, en mètres. . . . .	148
V.53	Analyse par SWPOD des déplacements de l'assemblage excité pour un essai ICARE simulé en eau stagnante, à force imposée d'amplitude 50 $N$ . (a) Proportion d'énergie capturée par le premier (ligne pleine), second (pointillés) et troisième (points) POMs. (b) Energie capturée par le premier POM, avec les déformées obtenues aux résonances. (c) Représentation temps-fréquence de la première POC multipliée par sa POV associée $\lambda_1^\tau \hat{G}_1(\tau, f)$ . (d) Evolution temporelle du premier POM $\Phi_1^\tau$ . . . . .	149
V.54	Premier POM obtenu aux résonances, avec leur temps d'apparition et fréquence de résonance, pour une simulation en eau stagnante d'amplitude 50 $N$ . En ordonnée, la hauteur sur l'assemblage, en mètres. . . . .	150
V.55	Analyse par SWPOD des déplacements des quatre assemblages pour une simulation en eau stagnante d'amplitude 50 $N$ . (a) Proportion d'énergie capturée par le premier (ligne pleine), second (pointillés) et troisième (points) POMs. (b) Energie capturée par le premier POM. (c) Représentation temps-fréquence de la première POC multipliée par sa POV associée $\lambda_1^\tau \hat{G}_1(\tau, f)$ . . . . .	151
V.56	Premier POM obtenu en analysant les déplacements des quatre assemblages simultanément, pour une simulation en eau stagnante d'amplitude 50 $N$ . . . . .	152
V.57	Second POM obtenu en analysant les déplacements des quatre assemblages simultanément, pour une simulation en eau stagnante d'amplitude 50 $N$ . . . . .	152
V.58	Evolution de l'énergie capturée par le premier POM, pour les quatre assemblages, pour un essai simulé en eau stagnante d'amplitude 0,8 $mm$ (a) et d'amplitude 50 $N$ (b). Assemblage 1 en noir, assemblage 2 en bleu, assemblage 3 en rouge et assemblage 4 en vert. . . . .	153
V.59	Premier POM obtenu aux deux résonances, pour un essai simulé en eau stagnante d'amplitude 50 $N$ . La SWPOD est ici appliquée à chaque assemblage séparément. . . . .	153
A.1	Vue en 3D des différents éléments composants la section d'essai. Les hublots et pièces amovibles telles que les plaques et baffles de confinement, ne sont pas représentés. . . . .	184
A.2	Schémas de l'enceinte, vues externes. . . . .	185
A.3	Schémas de l'enceinte, vues internes. . . . .	186
A.4	Détails des schémas présents en Figures A.2 et A.3. . . . .	187
A.5	Schémas de la porte de la section d'essai. . . . .	188

A.6	Schémas de la plaque inférieure de coeur (PIC).	189
A.7	Schémas de la plaque supérieure de coeur (PSC).	189
A.8	Schémas de la plaque de support des tubes (PST).	190
A.9	Schémas des boîtiers de passage des capteurs de déplacement.	190
A.10	Schémas des pions de centrage.	191
A.11	Schémas des baffles pouvant être ajoutées pour réduire le nombre d'assemblages présents dans la section d'essai.	191
A.12	Schémas des plaques pouvant être ajoutées pour réduire l'espace entre assemblages et entre assemblages et paroi.	192
D.1	Schéma d'une rondelle ressort, avec la liste de ses dimensions caractéristiques.	197
D.2	Courbe charge/déflexion d'une rondelle ressort, où $F_c$ est la charge nominale lorsque la rondelle est aplatie.	199



# Liste des tableaux

II.1	Fréquences obtenues pour le premier mode de vibration . . . . .	56
------	---	----



# Bibliographie

- Adams, D.E., Allemang, R.J., 2000. *A frequency domain method for estimating parameters of a non-linear structural dynamic model through feedback*, Mechanical Systems and Signal Processing 14, 637-656.
- Amabili, M., Touzé, C., 2006. *Reduced-order models for nonlinear vibrations of fluid-filled circular cylindrical shells : Comparison of POD and asymptotic nonlinear normal modes methods*, Journal of Fluids and Structures 23(6), 885-903.
- Antohe, B.V., Lage, J.L., 1997. *A general two-equation macroscopic turbulence model for incompressible flow in porous media*, International Journal of Heat and Mass Transfer 40(13), 3013-3024.
- Argoul, P., Le, T-P., 2003. *Instantaneous indicators of structural behaviour based on the continuous Cauchy wavelet transform*, Mechanical Systems and Signal Processing 17, 243-250.
- Argoul, P., Le, T-P., 2004. *Continuous wavelet transform for modal identification using free decay response*, Journal of Sound and Vibration 277, 73-100.
- Arquier, R., 2006. *Two methods for the computation of nonlinear modes of vibrating systems at large amplitudes*, Computers and Structures 84, 1565-1576.
- Atkins, P., Wright, J.R., Worden, W., 2000. *An extension of force appropriation to the identification of non-linear multi-degree-of-freedom systems*, Journal of Sound and Vibration 237, 23-43.
- Axisa, F., 2001. *Modélisation des systèmes mécaniques, Tome 3 : Interactions Fluide-Structure*, HERMES SCIENCE PUBLICATIONS, Paris.
- Azeez, M.F.A., Vakakis, A.F., 2001. *Proper orthogonal decomposition of a class of vibroimpact oscillations*, Journal of Sound and Vibration 140, 859-889.
- Balmès, E., 1997. *New results on the identification of normal modes from experimental complex modes*, Mechanical Systems and Signal Processing 11(2), 229-243.
- Balmès, E., 2003. *Damping and Complex modes (Modal Topics Presentation)*, IMAC.
- SDTools, 2014. *Structural Dynamics Toolbox User's Guide*.
- Banerjee, S., Chan, A.M.C., 1980. *Analyse of the averaged and local instantaneous formulations*, International Journal of Multiphase Flow 6, 1-24.
- Bellizzi, S., Guillemain P., Kronland-Martinet, R., 2001. *Identification of coupled non-linear modes from free vibration using time-frequency representations*, Journal of Sound and Vibration 232(2), 191-213.



- Bellizzi, S., Sampaio, R., 2006. *POMs analysis of randomly vibrating systems obtained from Karhunen-Loève expansion*, Journal of Sound and Vibration 297, 774-793.
- Bendat J.S., 1990. *Nonlinear System Analysis and Identification from Random Data*, Wiley, New York.
- Ben Jedida, A., 1993. *Etude du comportement sismique d'un coeur de réacteur nucléaire de type REP*, Thèse de doctorat, Université Paris VI.
- Benner, J., 1985. *Homogenized model for fluid-structure interaction of the pressurized water reactor core internals during blowdown*, Nuclear Engineering and Design 86, 383-391.
- Berkooz, G., 1992. *Observations on the proper orthogonal decomposition*, Studies in Turbulence, Springer, New York.
- Billings, S.A., 2013. *Nonlinear System Identification : NARMAX Methods in the Time, Frequency, and Spatio-Temporal Domains*, Wiley, New York.
- Brogliato, B., 2010. *Impacts in Mechanical Systems : Analysis and Modelling*, Springer, New York.
- Boccaccio, E., 2010. *DEDALE 1 : Compte rendu de la campagne expérimentale de caractérisation mécanique sous écoulement d'un assemblage AFA3GL*, Rapport interne CEA ref DEN/CAD/DTN/STRI/LHC/2010/060.
- Boccaccio, E., 2011. *DEDALE 2 : Compte rendu de la campagne expérimentale de caractérisation mécanique sous écoulement d'un assemblage AFA3GL - Effet du confinement*, Rapport interne CEA ref DEN/CAD/DTN/STRI/LHC/2011/027.
- Boccaccio, E., 2012 -a. *DEDALE 3 : Compte rendu de la campagne expérimentale de caractérisation mécanique sous écoulement d'un assemblage AFA3GL - Sollicitation des modes pairs*, Rapport interne CEA ref DEN/CAD/DTN/STRI/LHC/2012/039.
- Boccaccio, E., 2012 -b. *DEDALE 4 : Compte rendu de la campagne expérimentale de caractérisation mécanique sous écoulement d'un assemblage AFA3GL - Effet de la hauteur cavité coeur*, Rapport interne CEA ref DEN/CAD/DTN/STRI/LHC/2012/052.
- Braga, E.J., de Lemos, M.J.S., 2004. *Turbulent natural convection in a porous square cavity computed with a macroscopic  $k-\epsilon$  model*, International Journal of Heat and Mass Transfer 47, 5639-5650.
- Broc, D., Queval, J.C, Viallet, E., 2003. *Seismic behaviour of a PWR reactor core : fluid structure interaction effects*, Transactions of the 17th International Conference on Structural Mechanics in Reactor Technology (SMIRT 17) Prague, Czech Republic.
- Brochard, D., 1993. *Synthèse et bilan de l'action bi-partite CEA-FRAMATOME sur l'analyse sismique des coeurs REP*, Rapport interne CEA ref DMT/93/405.
- Camillacci, R., Ferguson, N.S., White, P.R., 2005. *Simulation and experimental validation of modal analysis for non-linear symmetric systems*, Mechanical Systems and Signal Processing 19, 21-41.
- Chan, E.C., Lien, F.S., 2005. *Permeability effects of turbulent flow through a porous insert in a backward-facing-step channel*, Transp Porous Med 59, 47-71.

- Chatterjee, A., Vyas, N.S., 2004. *Non-linear parameter estimation in multi-degree-of-freedom systems using multi-input Volterra series*, Mechanical Systems and Signal Processing 18, 457-489.
- Choi, M.H., Kang, H.S., Yoon, K.H., Song, K.N., Jung Y.H., 2003. *Vibration analysis of a dummy rod continuously supported by spacer grids*, Transactions of the 17th International Conference on Structural Mechanics in Reactor Technology (SMiRT 17), Prague, Czech Republic.
- Chong, Y.H., Imregun, M., 2001. *Development and application of a nonlinear modal analysis technique for multi-degree-of-freedom systems*, Journal of Vibration and Control 7, 167-179.
- Clement, 2012 -a. *CSCT : Réalisation de la boucle ICARE EXPERIMENTAL dans le cadre du projet assemblage*, Note interne CEA ref DEN/CAD/DTN/STRI/LHC/2012/05.
- Clement, 2012 -b. *CSCT : Réalisation des maquettes d'assemblages combustibles de la boucle ICARE EXPERIMENTAL*, Note interne CEA ref DEN/CAD/DTN/STRI/LHC/2012/27.
- Clement, S., Bellizzi, S., Cochelin, B., Ricciardi, G., 2013 -a. *Sliding window POD analysis of vibrating structures. Application to nonlinear forced structure under axial flow*, Proceedings of the ASME, IDETC/CIE, Portland, USA.
- Clement, S., 2013 -b. *Collaboration with Georges Washington University during summer 2013*, Rapport interne CEA ref CEA/DEN/CAD/DTN/STCP/LHC/NT/2014-006.
- Clement, S., Bellizzi, S., Cochelin, B., Ricciardi, G., 2014. *Sliding window proper orthogonal decomposition : application to linear and nonlinear modal identification*, Journal of Sound and Vibration 333, 5312-5323.
- Clement, S., Bellizzi, S., Cochelin, B., Ricciardi, G., 2014. *Identification of NNM using sliding window POD analysis*, Proceedings of ENOC, Vienna, Austria.
- Cochelin, B., Vergez, C., 2009. *A high order purely frequency-based harmonic balance formulation for continuation of periodic solutions*, Journal of Sound and Vibration 324, 243-262.
- Cohen, L., 1995. *Time Frequency Analysis*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ.
- Collard, B., 2000. *ECHASSE, analyse des essais d'impact d'un assemblage sur une paroi, recherche d'un effet "lame fluide"*, Rapport interne CEA ref DEC/SH2C/LHC/2000/016.
- Collard, B., Pisapia, S., Bellizzi, S., Witters, F., 2003. *PWR fuel assembly modal testing and analysis*, Symposium on Flow-Induced Vibration, ASME PVP Conference, Cleveland, Ohio, USA.
- Crawley, E.F., O'Donnell, K.J., 1986. *Identification of nonlinear system parameters in joints using the force-state mapping technique*, AIAA Paper.
- Delhay, J.M., Giot, M., Riethmuller, M.L., 1981. *Thermohydraulics of two-phase systems for industrial design and nuclear engineering*, A von Karman Institute Book. Hemisphere Publishing Corporation, McGraw-Hill Book Company, New York Chapters 5 and 7.
- Divaret, L., 2014. *Caractérisation des forces fluides s'exerçant sur un faisceau de cylindres oscillant latéralement en écoulement axial*, Thèse de doctorat, Université de Mécanique ENSTA Paristech.

- Erlicher, S., Argoul, P., 2007. *Modal identification of linear non-proportionally damped systems by wavelet transform* Mechanical Systems and Signal Processing 21, 1386-1421.
- Feeny, B., 2008. *A Complex Orthogonal Decomposition for Wave Motion Analysis*, Journal of Sound and Vibration 310(1), 77-90.
- Feichtinger, H. G., Strohmer, T., 1998. *Gabor Analysis and Algorithms, Theory and Applications*, Birkhäuser, Series : Applied and Numerical Harmonic Analysis.
- Fitzsimons, P.M., Rui, C., 1993. *Determining low dimensional models of distributed models*, Advances in Robust and Nonlinear Control Systems, ASME DSC 53, 1993.
- Fontaine, B., Politopoulos, I., 2000. *A non linear model for the PWR fuel assembly seismic analysis*, Nuclear Engineering and Design 195, 321-329.
- Gabor, D., 1946. *Theory of communication*, Journal of I.E.E.E. 93, 429-441.
- Garibaldi, L., Ruzzene, M., Fasana, A., Piombo, B., 1998. *Identification of non-linear damping mechanisms using the wavelet transform*, Mecanique Industrielle et Materiaux 51, 92-94.
- Garibaldi, L., 2003. *Application of the conditioned reverse path method*, Mechanical Systems and Signal Processing 17, 227-236.
- Georgiou, I.T, 2001. *Invariant manifolds, nonclassical normal modes, and proper orthogonal modes in the dynamics of the flexible spherical pendulum*, Nonlinear Dynamics 25, 3-31.
- Georgiou, I.T, 2005. *Advanced Proper Orthogonal Decomposition Tools : Using Reduced Order Models to Identify Normal Modes of Vibration and Slow Invariant Manifolds in the Dynamics of Planar Nonlinear Rods*, Nonlinear Dynamics 41, 69-110.
- Gérardin, M., Rixen, D., 1996. *Théorie des vibrations : application à la dynamique des structures*, Masson.
- Ghanem, R., Romeo, F., 2001. *A wavelet-based approach for model and parameter identification of non-linear systems*, International Journal of Non-linear Mechanics 36(5), 835-859.
- Gibert, R.J., 1988. *Vibrations des structures Interactions avec les fluides sources d'excitation aléatoires*, Collection de la Direction des Etudes et Recherche d'Electricité de France, Eyrolles, Paris, France.
- Gibert, R.J., Thouverez, F., Jezequel, L., 1999. *Non-linear modal analysis applied to an industrial structure*, Proceedings of the 17th International Modal Analysis Conference, Kissimmee, 87-93.
- Gibert, R.J., 2003. *Fitting measured frequency response using non-linear modes*, Mechanical Systems and Signal Processing 17, 49-68.
- Gloth, G., Sinapius, M., 2004. *Analysis of swept-sine runs during modal identification*, Mechanical Systems and Signal Processing 18, 1421-1441.
- Grossmann, A., Morlet, J., 1984. *Decomposition of Hardy functions into square integrable wavelets of constant shape*, SIAM J. of Math. An. 15, 726-736.

- Han, S., Feeny, B., 2003. *Application of proper orthogonal decomposition to structural vibration analysis*, Mechanical Systems and Signal Processing 17, 989-1001.
- Hassanpour, H., 2008. *A time-frequency approach for noise reduction*, Digital Signal Processing 18, 728-738.
- Hemez, F.M., S.W., Doebling, 2001. *Review and assessment of model updating for non-linear, transient dynamics*, Mechanical Systems and Signal Processing 15, 45-74.
- Holmes, P., Lumley, J.L., Berkooz, G., 1996. *Turbulence, Coherent Structures, Dynamical Systems and Symmetry*, Cambridge, New York.
- Huang, N.E., Shen, Z., Long, S.R., Wu, M.C., Shih, H.H., Zheng, Q., Yen, N., Tung, C.C., Liu, H.H., 1998. *The empirical mode decomposition and the Hilbert spectrum for nonlinear and non-stationary time series analysis*, Proceedings of the Royal Society London A. 454, 903-995.
- Huang, N.E., Shen, S.S.P., 2005. *Hilbert-Huang Transform and Its Applications*, Interdisciplinary Practical Sciences, vol. 5, Wolrd Scientific, London.
- ISO, Vibration and Shock—Experimental Determination of Mechanical Mobility, Parts 1–5, iSO-7626/1-5.
- Jezequel, L., Lamarque, C.H., 1991. *Analysis of non-linear dynamical systems by the normal form theory*, Journal of Sound and Vibration 149(3), 129-459.
- Jezequel, L., 1987. *Extension des méthodes de synthèse modale au cas non linéaire*, Revue-française-de-mécanique 3, 159-172.
- Joliffe, T.T., 1986. *Ptincipal Component Analysis*, Springer, New York, 1986.
- Japan Society of Mechanical Engineers, 2002. *Guideline for Fluid-elastic Vibration Evaluation of U-bend Tubes in Steam Generators*.
- Kappagantu, R., Feeny, B.F., 2000 -a. *Part 1 : Dynamical characterization of a frictionally excited beam*, Nonlinear Dynamics 22, 317-333.
- Kappagantu, R., Feeny, B.F., 2000 -b. *Part 2 : Proper orthogonal modal modeling of a frictio-nally excited beam*, Nonlinear Dynamics 23, 1-11.
- Kerschen, G., Golinval, J.C., Worden, K., 2001. *Theoretical and experimental identification of a non-linear beam*, Journal of Sound and Vibration 244(4), 597-613.
- Kerschen, G., Golinval, J.C., 2002. *Physical interpretation of the proper orthogonal modes using the singular value decomposition*, Journal of Sound and Vibration 249, 849-865.
- Kerschen, G., Lenaerts, V., Golinval, J.C., 2003. *Identification of a continuous structure with a geometrical non-linearity, part I : conditioned reverse path method*, Journal of Sound and Vibration 262, 889-906.
- Kerschen, G., Golinval, J.C., Feeny, B., Vakakis, A.F., Bergman, L.A., 2005. *The Method of Proper Orthogonal Decomposition for Dynamical Characterization and Order Reduction of Mechanical Systems : An Overview*, Nonlinear Dynamics 41, 147-169.

- Kerschen, G., Worden, K., Vakakis, A.F., Golinval, J.C., 2006. *Past, present and future of nonlinear system identification in structural dynamics*, Mechanical Systems and Signal Processing 20, 505-592.
- Kerschen, G., Peeters, M., Golinval, J.C., Vakakis, A.F., 2009. *Nonlinear normal modes, Part I : A useful framework for the structural dynamicist*, Mechanical Systems and Signal Processing 23, 170-194.
- Khan, A.A., Vyas, N.S., 2001. *Nonlinear bearing stiffness parameter estimation in flexible rotor-bearing systems using Volterra and Wiener approach*, Probabilistic Engineering Mechanics 16, 137-157.
- Kim, H.K., Lee, J.S., 2001. *Development of core seismic analysis models for KNGR fuel assemblies associated with 0.3 g seismic loads*, Nuclear Engineering and Design 212, 201-210.
- Kim, H.K., Park, N.K., Jang, Y.K., Kim, J.I., Kim, K.T., 2005. *A seismic analysis of korean standard PWR fuels under transition core conditions*, Proceeding of the 2005 International Meeting on Water Reactor Fuel Performance, Kyoto, Japan track no. :5 /paper no. :1089.
- Kutz, J. N., 2013. *Data-Driven Modeling & Scientific Computation. Methods for Complex Systems & Big Data*, Oxford, New York.
- Lalanne, C., 1999. *Vibrations Sinusoïdales, volume 1*, Hermes Science Publications.
- Lamarque, C.-H., Pernot, S., Cueur, A., 2000. *Damping identification in multi-degree-of-freedom systems via a wavelet-logarithmic decrement-Part 1 : Theory*, Journal of Sound and Vibration 235(3), 361-374.
- de Langre, E., Beaufls, B., Antunes, J., 1991. *The numerical prediction of vibrations in tube bundles induced by cross-flow turbulence*, IMECHE International Conference on Flow-Induced Vibrations, Brighton, England, May 20-22.
- de Langre, E., Hadj-Sadok, C., Beaufls, B., 1992. *Non-linear vibration induced by fluidelastic forces in tube bundles*, ASME Symposium on Flow-Induced Vibrations and Noise, Anaheim, USA, PVP-Vol 242.
- de Langre, E., Guerin, A., Grisez, O., 1995. *Modélisation du comportement vibratoire en air d'un assemblage combustible*, Rapport interne CEA ref DMT 95/353.
- Le, T.P., Paultre, P., 2012. *Modal identification based on continuous wavelet transform and ambient excitation tests*, Journal of Sound and Vibration 331, 2023-2037.
- Lenaerts, V., Kerschen, G., Golinval, J.C., 2001. *Proper orthogonal decomposition for model updating of non-linear mechanical systems*, Mechanical Systems and Signal Processing 15, 31-43.
- Lenaerts, V., Kerschen, G., Golinval, J.C., 2003. *Identification of a continuous structure with a geometrical non-linearity, part II : proper orthogonal decomposition*, Journal of Sound and Vibration 262, 907-919.
- Leontaritis, I.J., Billings, S.A., 1985 -a. *Input-output parametric models for nonlinear systems, part I : deterministic nonlinear systems*, International Journal of Control 41, 303-328.

- Leontaritis, I.J., Billings, S.A., 1985 -b. *Input-output parametric models for nonlinear systems, part II : stochastic nonlinear systems*, International Journal of Control 41, 329-344.
- Lighthill, M.J., 1960. *Note on the swimming and slender fish*, Journal of Fluid Mechanics 9, 305-317.
- Lighthill, M.J., 1986. *Fundamentals concerning wave loading on offshore structures*, Journal of Fluid Mechanics 173, 667-681.
- Ljung, L., 1987. *System Identification-Theory for the User*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs.
- Lyapunov, A., 1947. *The General Problem of the Stability of Motion*, Princeton, New Jersey, Princeton University Press.
- ManLab, 2010. Version 2.0. (<http://manlab.lma.cnrsmr.fr/>).
- Mandic, D.P., Rehman, N., Wu., Z., Huang, N.E., 2013. *Empirical mode decomposition based time-frequency analysis of multivariate signals*, IEEE Signal Processing Magazine vol. 30, no. 6, 10-22.
- Marchesiello, S., Garibaldi, L., 2008. *A time domain for identifying nonlinear vibrating structures by subspace methods*, Mechanical Systems and Signal Processing 22, 81-101.
- Markert, R., Seidler, M., 2001. *Analytically based estimation of the maximum amplitude during passage through resonance*, International Journal of Solids and Structures 38, 1975-1992.
- Masri, S.F., Caughey, T.K., 1979. *A nonparametric identification technique for nonlinear dynamic problems*, Journal of Applied Mechanics.
- Meirovitch, L., 2010. *Fundamentals of Vibrations*, Waveland Press.
- Meskell, C., Fitzpatrick, J.A., Rice, H.J., 2001. *Application of force-state mapping to a nonlinear fluid-elastic system*, Mechanical Systems and Signal Processing 15(1), 75-85.
- MHI, 2013. *Root cause analysis report for tube wear identified in the unit 2 and unit 3 steam generators of san onofre nuclear generating station*. Technical report, NRC.
- Morison, J.R., O'Brien, M.P., Johnson, J.W., Schaaf, S.A., 1950. *The forces exerted by surface waves on piles*, Petroleum Transactions, AIME 189, 149-157.
- Moser, J.K., 1976. *Periodic orbits near an equilibrium and a theorem by Alan Weinstein*, Communications in Pure and Applied Mathematics 29, 727-747.
- Moussi, E., 2013. *Analyses de structures vibrantes dotées de non-linéarités localisées à jeu à l'aide des modes non-linéaires*, Thèse de doctorat, Université d'Aix Marseille.
- Muhamad, P., Sims, N., Worden, K., 2012. *On the orthogonalised reverse path method for nonlinear system identification*, Journal of Sound and Vibration 331(20), 4488-4503.
- Nayfeh, A.H., Mook, D.T., 1979. *Nonlinear Oscillations*, Wiley-Interscience, New York, 1979.
- Noël, J.P., Kerschen, G., Newerla, A., 2012. *Application of the Restoring Force Surface Method to a Real-life Spacecraft Structure*, Conference Proceedings of the Society for Experimental Mechanics Series, Topics in Nonlinear Dynamics, vol. 3, 1-19.

- Noël, J.P., Renson, L., Kerschen, G., 2014. *Complex dynamics of a nonlinear aerospace structure : Experimental identification and modal interactions*, Journal of Sound and Vibration 333(12), 2588-2607.
- Novak, A., 2009. *Identification of Nonlinear Systems in Acoustics*, Doctoral Thesis, Université du Maine, Le Mans, France.
- Novak, A., Simon, L., 2010. *Nonlinear System Identification Using Exponential Swept-Sine Signal*, IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement vol. 59, no. 8, 2220-2229.
- Païdoussis, M.P., 1966. *Dynamics of flexible slender cylinders in axial flow part 1 theory*, Journal of Fluids Mechanics 26, 717-736.
- Païdoussis, M.P., 1972. *Vibration of cylindrical structures induced by axial flow*, Cycle de Conférences sur l'Aero-Hydro-Elasticité Ermenonville.
- Païdoussis, M.P., 2003. *Fluid-Structure Interactions : Slender Structures and Axial Flow, Vol 2*, Elsevier Academic Press, London.
- Païdoussis, M.P., 2006. *Real-life experiences with flow-induced vibration*, Journal of Fluids and Structures 22, 741-755.
- Pedras, M.H.J., Lemos, M.J.S., 2000. *Macroscopic turbulence modeling for incompressible flow through undeformable porous media*, International Journal of Heat and Mass Transfer 44, 1081-1093.
- Peeters, M., Kerschen, G., Golinval, J.C., 2011. *Modal testing of nonlinear vibrating structures based on nonlinear normal modes : Experimental demonstration*, Mechanical Systems and Signal Processing 25, 1227-1247.
- Pierre, C., Jiang, D., Shaw, S.W., 2006. *Nonlinear normal modes and their application in structural dynamics*, Mathematical Problems in Engineering, Volume 2006.
- Pisapia, S., Collard, B., Bellizzi, S., Mori, V., 2003. *Modal testing and identification of a PWR fuel assembly*, Transactions of the 17th International Conference on Structural Mechanics in Reactor Technology (SMIRT 17) Prague, Czech Republic.
- Pisapia, S., 2004. *Etude du comportement vibratoire non-linéaire d'un assemblage combustible de réacteur à eau pressurisée*, Thèse de doctorat, Université de la Méditerranée Aix-Marseille.
- Planchard, J., 1985. *Vibrations of nuclear fuel assemblies : a simplified model*, Nuclear Engineering and Design 86, 383-391.
- Pomarede, M., Liberge, E., Hamdouni, A., Sigrist, J.F., Longatte, E., 2011. *Mise en place de calculs réduit POD pour les vibrations sous écoulement d'un faisceau tubulaire*, 20ème Congrès Français de Mécanique.
- Queval, J.C., Porte, J., Boisliveau, S., 1990 -a. *Essais d'une rangée de 5 assemblages 6x6 en air avec un jeu de 1mm*, Rapport interne CEA ref DMT/90/103.
- Queval, J.C., Porte, J., Renouvel, M., Canda, M., 1990 -b. *Essais d'une rangée de cinq assemblages en eau (Jeu de 1mm et de 0,5mm)*, Rapport interne CEA ref DMT/90/279.

- Queval, J.C., Porte, J., Canda, M., 1990 -c. *Essais d'une rangée de 13 assemblages. Jeu de 1mm*, Rapport interne CEA ref DMT/90/381.
- Queval, J.C., 1991. *Essais de treize assemblages en losange*, Rapport interne CEA ref DMT/91/245.
- Queval, J.C., 2001. *Caractérisation dynamique d'assemblages combustibles échelle 1*, Rapport interne CEA ref SEMT/EMSI/RT/01-029/A.
- Queval, J.C., 2002. *Essais sismiques d'une rangée de 6 assemblages REP échelle 1*, Rapport interne CEA ref SEMT/EMSI/RT/02-035/A.
- Queval, J.M., 1997. *Homogénéisation périodique appliquée à la mécanique des sols*, Thèse de doctorat de l'Université de la Méditerranée Aix-Marseille.
- Rehman, N., Mandic, D.P., 2010. *Multivariate empirical mode decomposition*, Proceedings of the Royal Society A. 466, 1291-1302.
- Rehman, N., Park, C., Huang, N.E., Mandic, D.P., 2013. *EMD via MEMD : Multivariate noise-aided computation of standard EMD*, Advances in Adaptive Data Analysis vol.5, no. 2, 1-25.
- Ricciardi, G., 2008. *Une approche milieu poreux pour la modélisation de l'interaction fluide-structure des assemblages combustibles dans un coeur de réacteur à eau pressurisée : simulation et expérimentation*, Thèse de doctorat, Université de Provence.
- Ricciardi, G., Bellizzi, S., Collard, B., Cochelin, B., 2009. *Row of fuel assemblies analysis under seismic loading : Modelling and experimental validation*, Nuclear Engineering and Design 239, Issue 12, 2692-2704.
- Ricciardi, G., Boccaccio, E., 2012. *Stiffening of a fuel assembly under axial flow*, Proceedings of the 9th International Conference on Flow-Induced Vibration (& Flow-Induced Noise)-FIV2012, Dublin, Ireland, 391-398.
- Ricciardi, G., 2013. *Interprétation des essais DEDALE. Vélométrie dynamique et modélisation*, Rapport interne CEA ref DEN/CAD/DTN/STRI/LHC/2013/33.
- Ricciardi, G., Boccaccio, E., 2014 -a. *Measurements of fluid fluctuations around an oscillating nuclear fuel assembly*, Journal of Fluids and Structures 48, 332-346.
- Ricciardi, G., Boccaccio, E., 2014 -b. *Mass, stiffness and damping identification for a PWR fuel assembly by a POD method*, ASME, Journal of Pressure Vessel Technology, In press.
- Rice, H.J., Fitzpatrick, J.A., 1988. *A generalized technique for spectral analysis of non-linear systems*, Mechanical Systems and Signal Processing 2, 195-207.
- Rice, H.J., Fitzpatrick, J.A., 1991. *A procedure for the identification of linear and non-linear multi-degree-of-freedom systems*, Journal of Sound and Vibration 149, 397-411.
- Richards, C.M., Singh, R., 1998. *Identification of multi-degree-of-freedom non-linear systems under random excitations by the reverse-path spectral method*, Journal of Sound and Vibration 213, 673-708.



- Rigaudeau, J., 1997. *Grid modelling and strength criterion in the lateral response of PWR fuel assemblies under accident conditions*, 5th International Conference on Nuclear Engineering, Nice, France, ICON5-2568.
- Robbe, M.F., Bliard, F., 2002. *A porosity method to describe the influence of internal structures on a fluid flow in case of fast dynamics problems*, Nuclear Engineering and Design 215, 217-242.
- Rosenberg, R.M., Atkinson, C.P., 1959. *On the natural modes and their stability in nonlinear two-degree of freedom systems*, Advances in Applied Mechanics 242, 155-242.
- Rosenberg, R.M., 1962. *The normal modes of nonlinear n-degree-of-freedom systems*, Journal of Applied Mechanics 29, 7-14.
- Rosenberg, R.M., 1966. *On nonlinear vibrations of systems with many degrees of freedom*, Advances in Applied Mechanics 242, 155-242.
- Ruzzene, M., Fasana, A., Garibaldi, L., Piombo, B., 1997. *Natural frequencies and damping identification using wavelet transform : Application to real data*, Mechanical Systems and Signal Processing 11(2), 207-218.
- Sauvage, O., Balmès, E., Lagache, J.M., Quique, F., 2009. *Simulation des vibrations d'organes moteur complexes à amortissement non-standard par méthodes modales étendues*, 19ème Congrès Français de Mécanique.
- Schetzen, M., 1980. *The Volterra and Wiener Theories of Nonlinear Systems*, Wiley, New York.
- Shaw, S.W., Pierre, C., 1991. *Non-linear normal modes and invariant manifolds*, Journal of Sound and Vibration 150(1), 170-173.
- Shaw, S.W., Pierre, C., 1993. *Normal modes for non-linear vibratory systems*, Journal of Sound and Vibration 164, 85-124.
- Soderstrom, T., Stoica, P., 1989. *System Identification*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs.
- Spina, D., Valente, C., Tomlinson, G.R., 1996. *A new procedure for detecting nonlinearity from transient data using the Gabor transform*, Nonlinear Dynamics 11, 235-254.
- Spirol International Corporation, 2013. *SPIROL : catalogue de rondelles ressort*.
- Taylor, G.I., 1952. *Analysis of the swimming of long and narrow animals*, Proceeding of the Royal Society London A214, 158-184.
- Terada, K., Ito, T., Kikuchi, N., 1998. *Caractérisation of the mechanical behaviors of solid-fluid mixture by the homogenization method*, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering 153, 223-257.
- Thompson, J.M.T., Stewart, H.B., 2001. *Nonlinear Dynamics and Chaos, 2nd Edition*, Wiley, Chichester, England.
- Tomlinson, G.R., Hibbert, J.H., 1979. *Identification of the dynamic characteristics of a structure with Coulomb friction*, Journal of Sound and Vibration 64, 233-241.

- Torresani, B., 1999. *An overview of Wavelet Analysis and Time-Frequency Analysis*, in *Self-Similar Systems*, Proceedings of the International Workshop (July 30 - August 7, Dubna, Russia).
- Touzé, C., 2003. *A normal form approach for non-linear normal modes*, Publications du LMA 156, 15-38.
- Touzé, C., Amabili, M., 2006. *Non-linear normal modes for damped geometrically nonlinear systems : Application to reduced-order modelling of harmonically forced structure*, Journal of Sound and Vibration 298, 958-981.
- Vakakis, A.F., Manevitch, L.I., Mikhlin, Y.V., Pilipchuk, V.N., Zevin, A.A., 1996. *Normal Modes and Localization in Nonlinear Systems*, Wiley, New York.
- Vakakis, A.F., 1997. *Non-linear normal modes (NNMS) and their applications in vibration theory : an overview*, Mechanical Systems and Signal Processing 11, 3-22.
- Vallory, J., Ollivier, P., 1998. *Compte-rendu de caractérisation modale des maquettes ECHASSE*, Rapport interne CEA ref DEC/SECA/LHC/98/041.
- Vallory, J., 1999. *Rapport des essais d'impact d'assemblage sur une paroi*, Rapport interne CEA ref DEC/SH2C/LHC/99/011.
- Vallory, J., 2000. *Compte-rendu des essais d'impact de deux assemblages entre eux et sur la paroi sous écoulement*, Rapport interne CEA ref DEC/SH2C/LHC/2000/017.
- Viallet, E., Bolsee, G., Ladouceur, B., Goubin, T., Rigaudeau, J., 2003. *Validation of PWR core seismic models with shaking table tests on interacting scale 1 fuel assemblies*, Transactions of the 17th International Conference on Structural Mechanics in Reactor Technology (SMIRT 17) Prague, Czech Republic.
- Ville, J., 1948. *Théorie et applications, de la notion de signal analytique*, Cables et transmissions 2, 61-74.
- Virgin, L. N., 2000. *Introduction to Experimental Nonlinear Dynamics : A Case Study in Mechanical Vibration*, Cambridge University Press, New York.
- Weichselbaum, N. A., Clement, S., Wang, S., André, M. A., Rahimi-Abkenar, M., Manzari, M., Bardet, P. M., 2014. *Single Camera PIV/Shadowgraphy and Laser Delivery on Earthquake Shake Table for Fluid-Structure Interaction Measurements*, Transactions of the 17th International Symposium on Applications of Laser Techniques to Fluid Mechanics, Lisbon, Portugal.
- Weinstein, A., 1973. *Normal modes for nonlinear Hamiltonian systems*, Inv. Math. 20, 47-57.
- Worden, K., Tomlinson, G.R., 2001. *Nonlinearity in Structural Dynamics : Detection, Identification and Modelling*, Institute of Physics Publishing, Bristol and Philadelphia.
- Worden, K., Hickey, D., Haroon, M., Adams, D.E., 2009. *Nonlinear system identification of automotive dampers : A time and frequency-domain analysis*, Mechanical Systems and Signal Processing 23, 104-126.
- Wright, J.R., Cooper, J.E., Desforges, M., 1999. *Normal mode force appropriation-theory and application*, Mechanical Systems and Signal Processing 13, 217-240.

- Wright, J.R., Platten, M.F., Cooper, J.E., Sarmast, M., 1999. *Identification of multi-degree-of-freedom weakly non-linear systems using a model based in modal space*, Proceedings of the International Conference on Structural System Identification, Kassel, 49-68.
- Yin, H.P, Duhamel, D., Argoul, P., 2004. *Natural frequencies and dampings estimation using wavelet transform of a frequency response function*, Journal of Sound and Vibration 271, 999-1014.
- Zhang, R.J., 1998. *Structural homogenized analysis for a nuclear reactor core*, Nuclear Engineering and Design 183, 151-156.
- Zhang, R.J., Wang, W.G., Hou, S.H., Chan, C.K., 2001. *Seismic analysis of a nuclear reactor core*, Computers and Structures 79, 1395-1404.
- Zhang, R.J., Nie, G.H., Hou, S.H., Chan, C.K., 2002. *Determination of added fluid area in the homogenization model of beam bundles*, International Journal of Solids and Structures 39 p.5837-5850.
- Zhang, Z.Y., Hua, H.X., Xu, X.Z, Huang, Z., 2003. *Modal parameter identification through Gabor expansion of response signals*, Journal of Sound and Vibration 266, 943-955.
- Zhang, H., Zhang, X., Ji, S., Guo, Y., Ledezma, G., Elabbasi, N., de Cougny, H., 2003. *Recent development of fluid-structure interaction capabilities in the ADINA system*, Computers and Structures 81, 1071-1085.

# Annexe A

## Schémas de la section d'essai ICARE EXPERIMENTAL

Les schémas donnés dans cette annexe sont extraits du cahier des charges ayant servi à la concertation auprès des fabricants, certaines des pièces ont donc pu être modifiées dans la version finale de l'expérience. En particulier, l'arrivée et l'évacuation d'eau ont été fortement changées dans la version finale de l'installation.

De nombreuses autres pièces, non montrées ici, ont fait partie du cahier des charges envoyé au fabricant. On peut mentionner les passages étanches pour les capteurs de déplacement, tous les bouchons permettant de fermer les différents percages d'insertion des capteurs, les hublots, ou encore toute la visserie. De nombreuses pièces sont aussi doublées, avec de légères modifications des cotes, afin de pouvoir se placer dans une configuration à espacement entre assemblages réduit. Les PIC (Plaque inférieure de coeur), PSC (Plaque Supérieure de Coeur), PST (Plaque de support des tubes) ou encore les baffles ont ainsi deux versions, en fonction du choix d'un confinement de 8 *mm* ou 4 *mm*. Les schémas donnés ici montrent les pièces principales de la section d'essai, pour la configuration de référence avec 8 *mm* d'espacement entre assemblages.

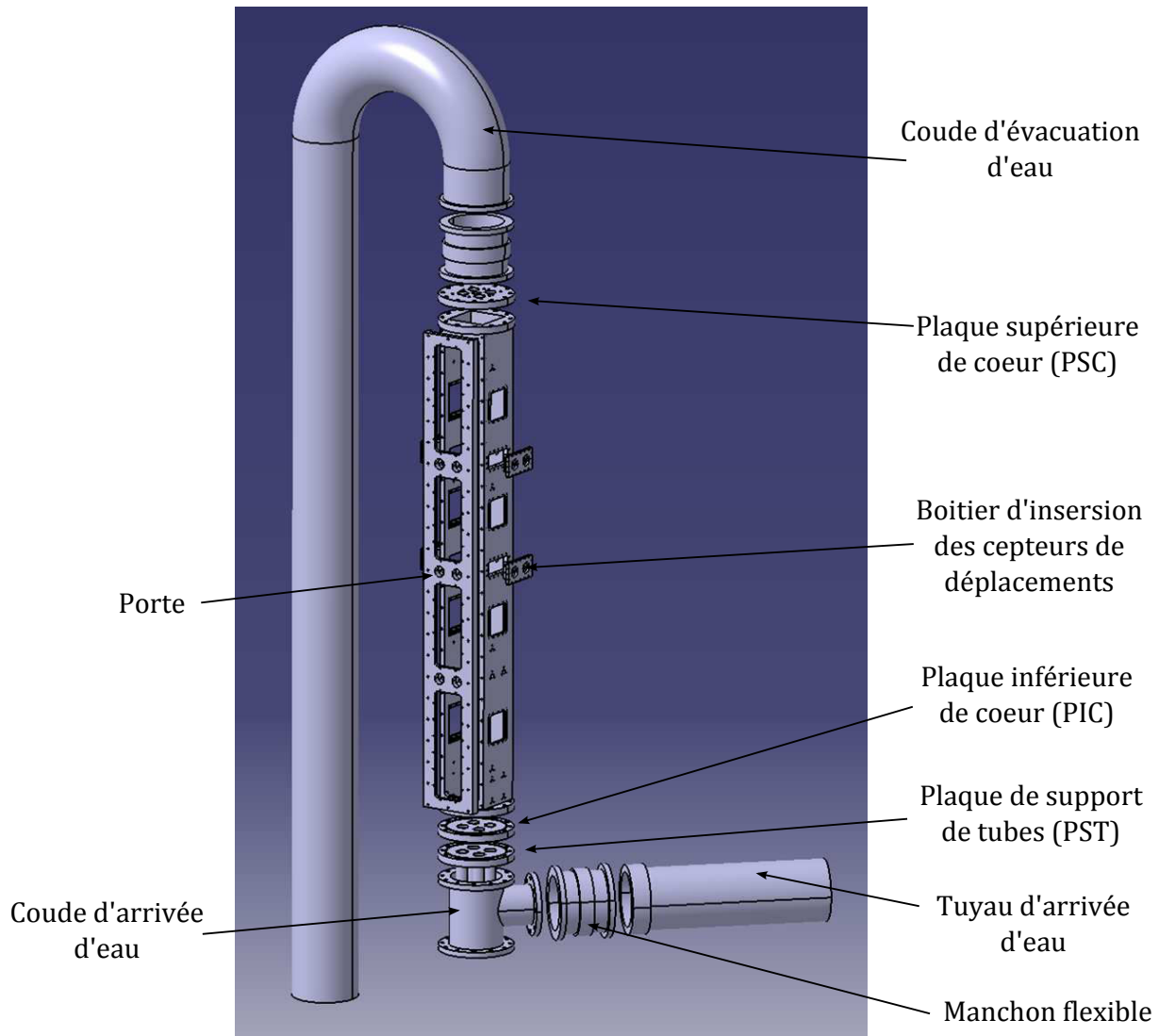


FIGURE A.1 – Vue en 3D des différents éléments composants la section d'essai. Les hublots et pièces amovibles telles que les plaques et baffles de confinement, ne sont pas représentés.

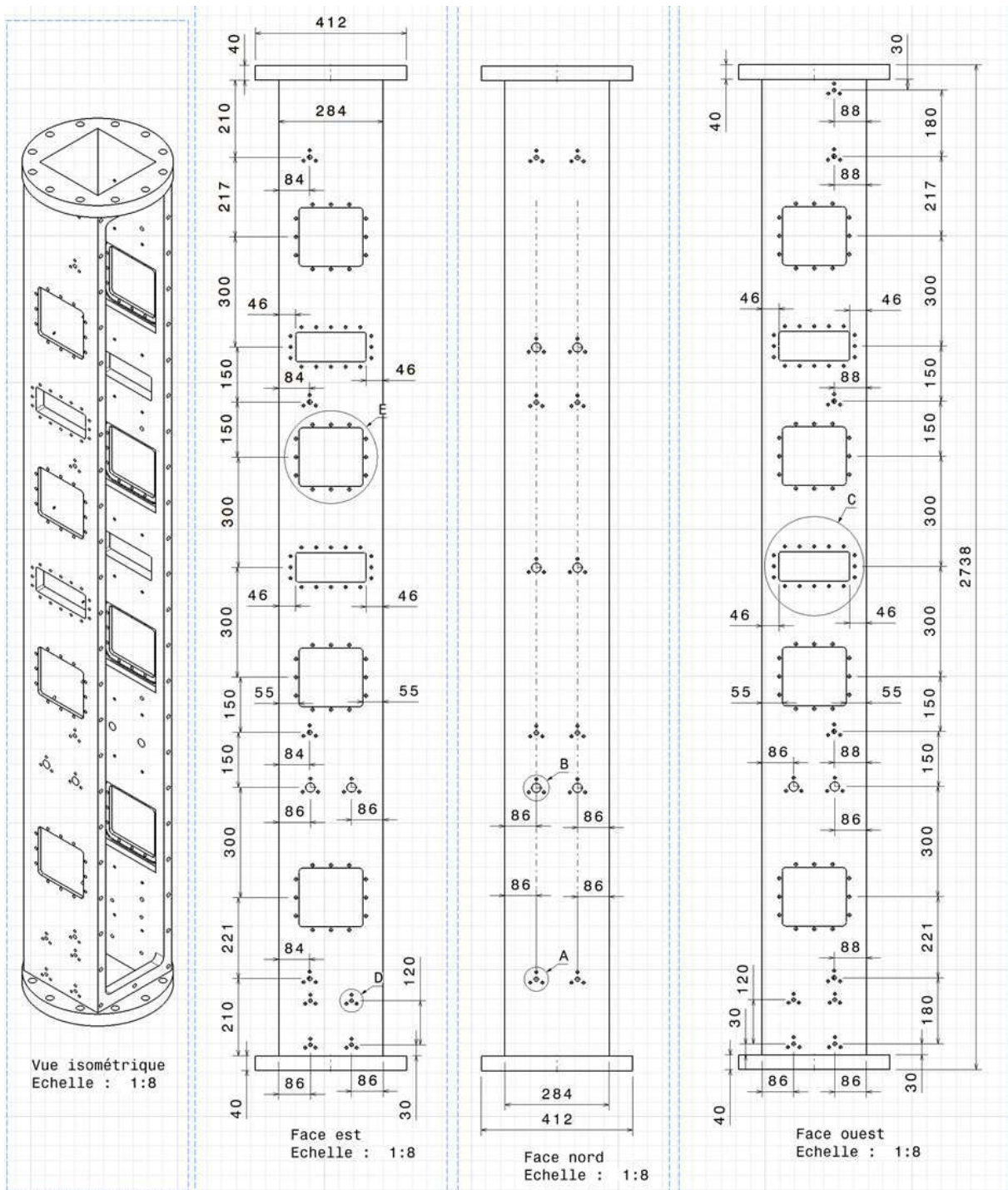


FIGURE A.2 – Schémas de l'enceinte, vues externes.

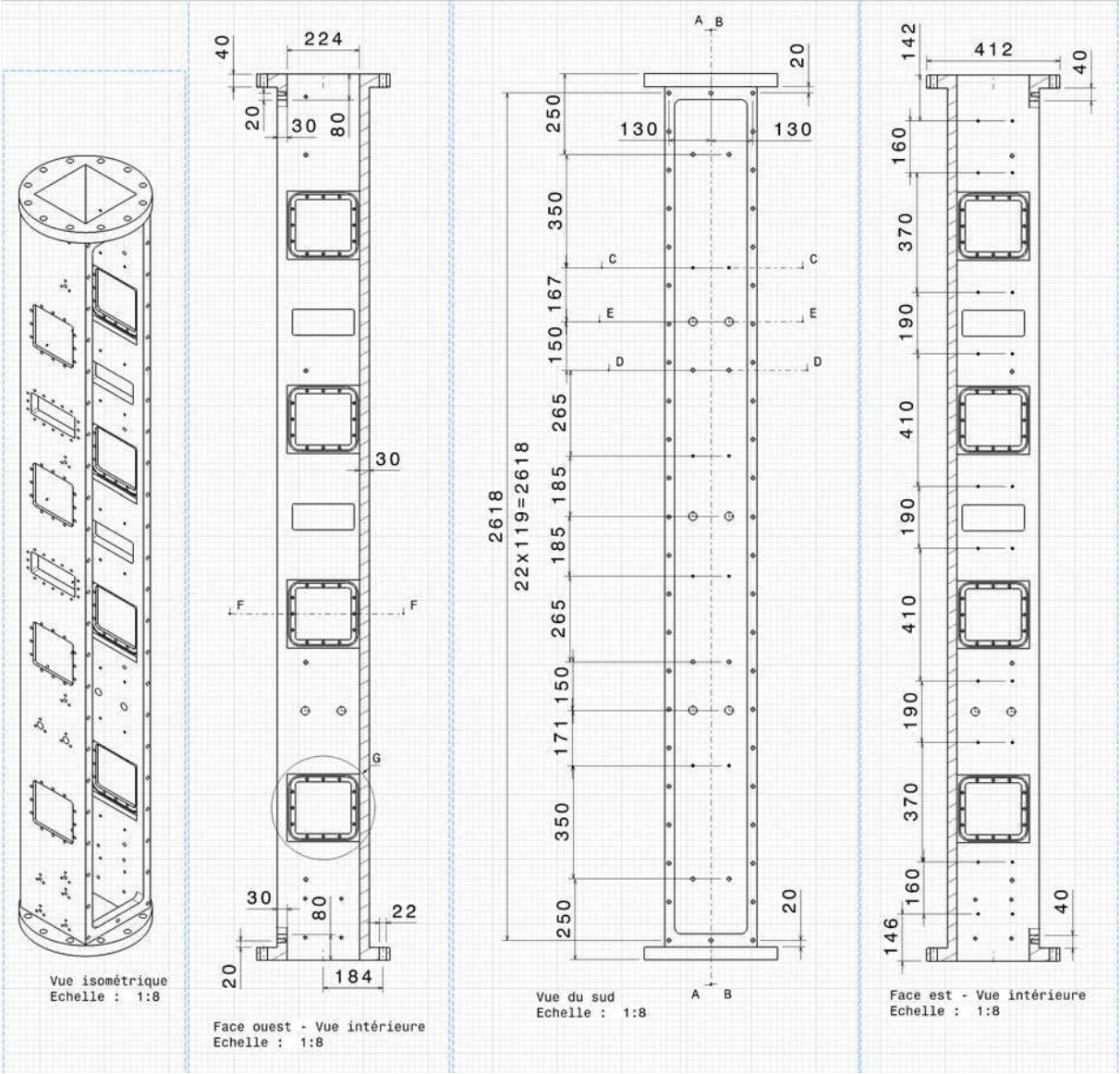


FIGURE A.3 – Schémas de l'enceinte, vues internes.



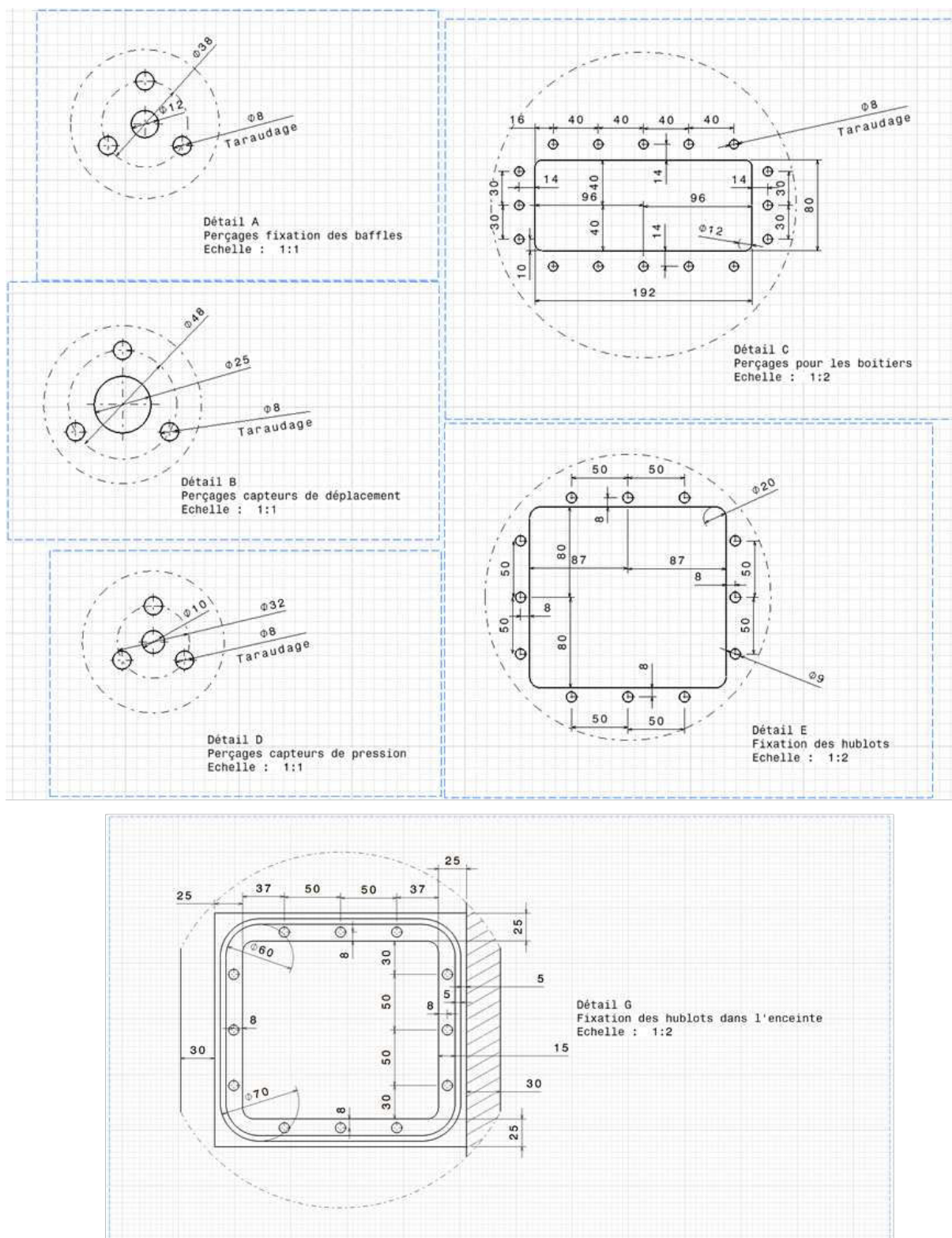


FIGURE A.4 – Détails des schémas présents en Figures A.2 et A.3.



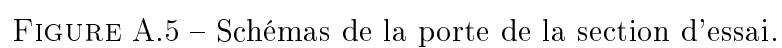


FIGURE A.5 – Schémas de la porte de la section d'essai.

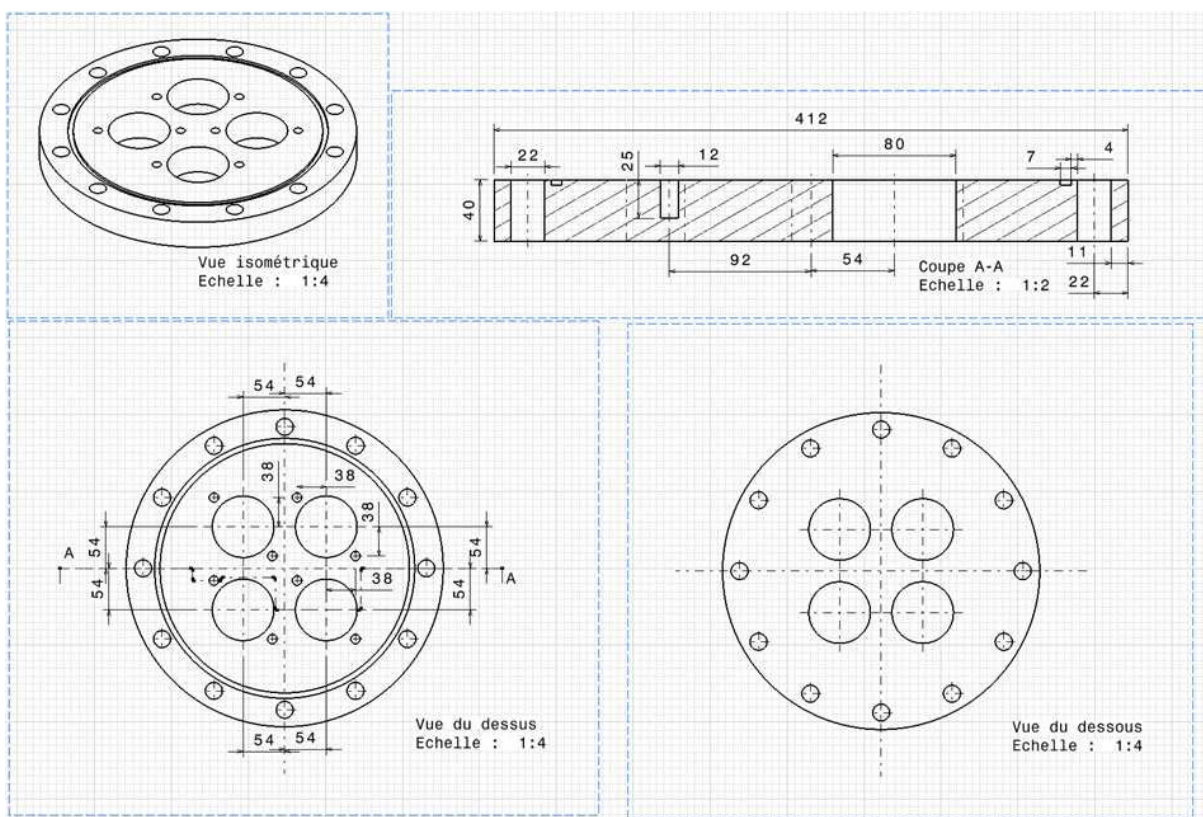


FIGURE A.6 – Schémas de la plaque inférieure de coeur (PIC).

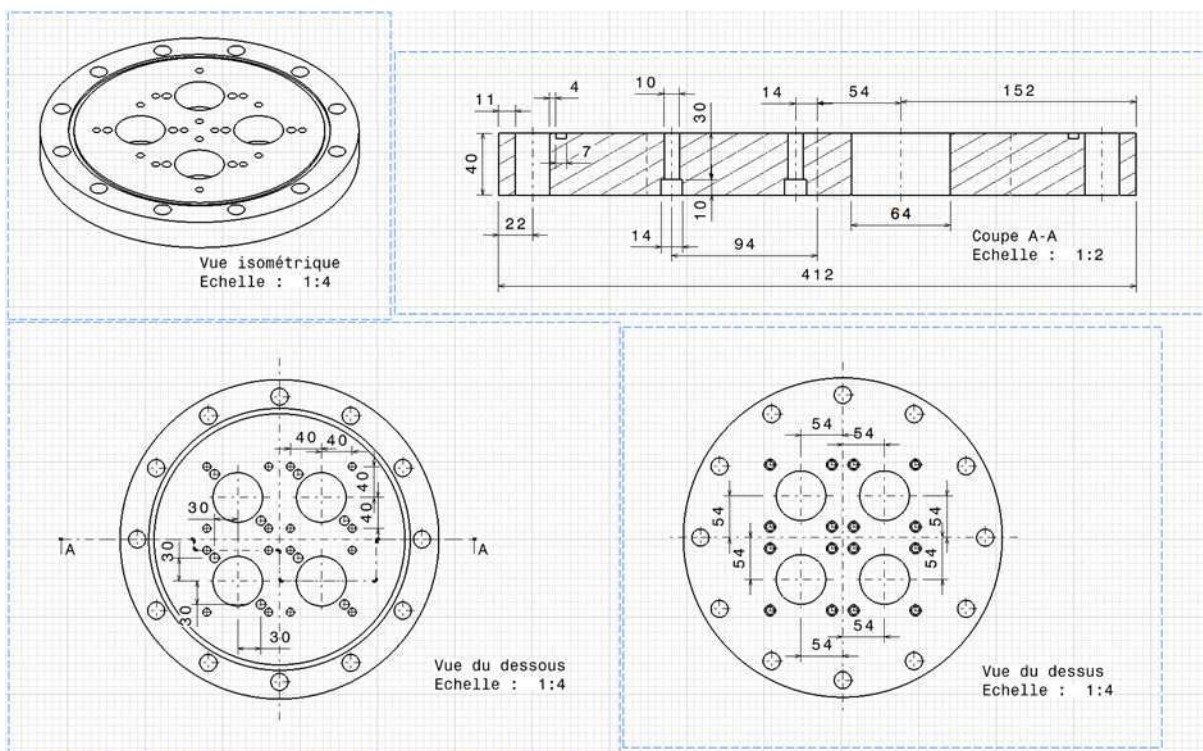


FIGURE A.7 – Schémas de la plaque supérieure de coeur (PSC).



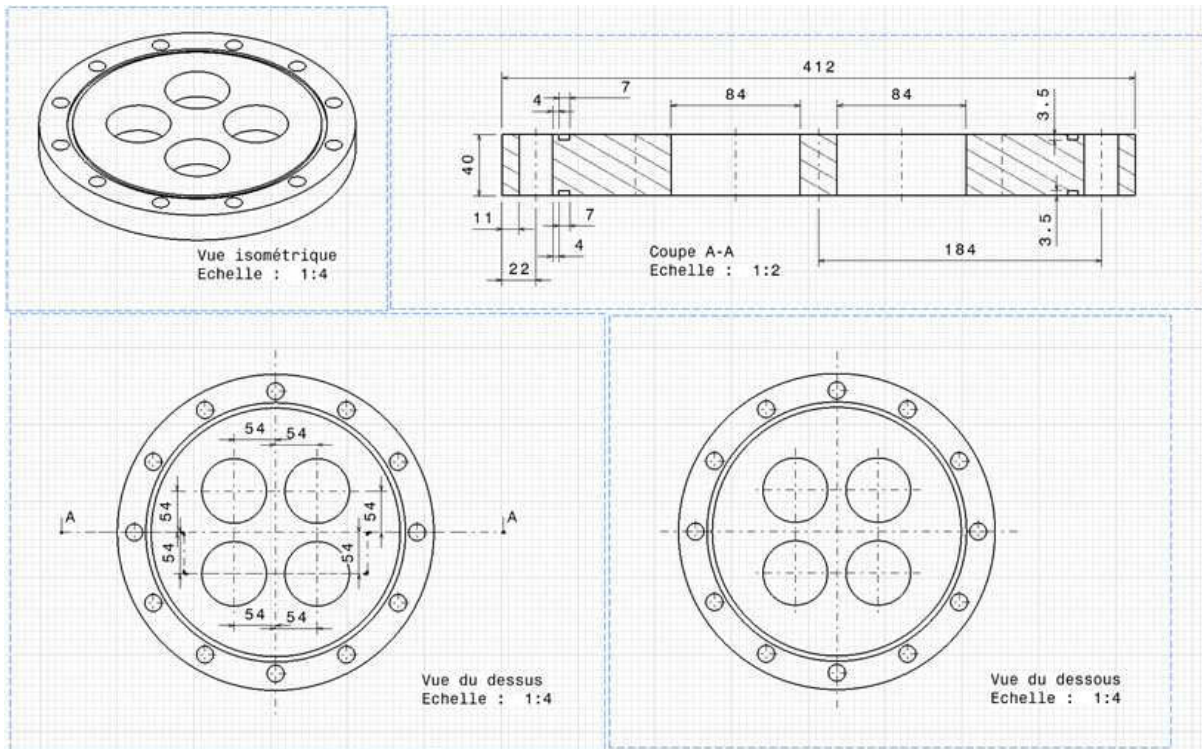


FIGURE A.8 – Schémas de la plaque de support des tubes (PST).

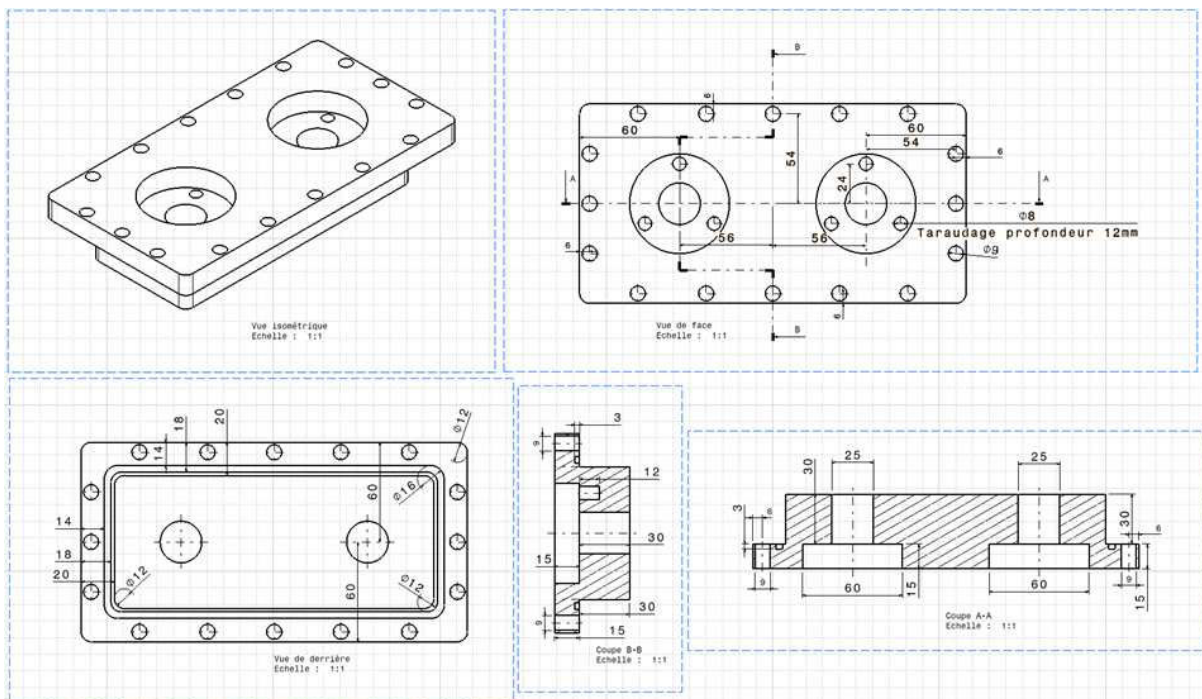


FIGURE A.9 – Schémas des boîtiers de passage des capteurs de déplacement.

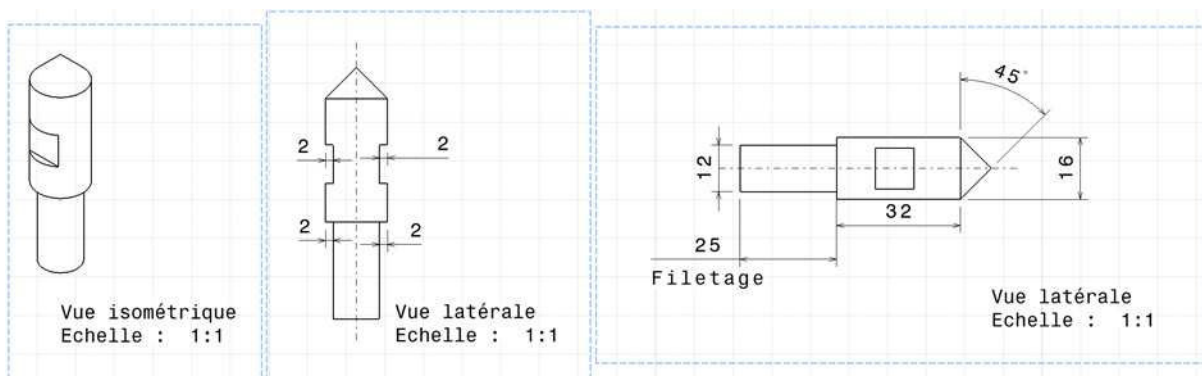


FIGURE A.10 – Schémas des pions de centrage.

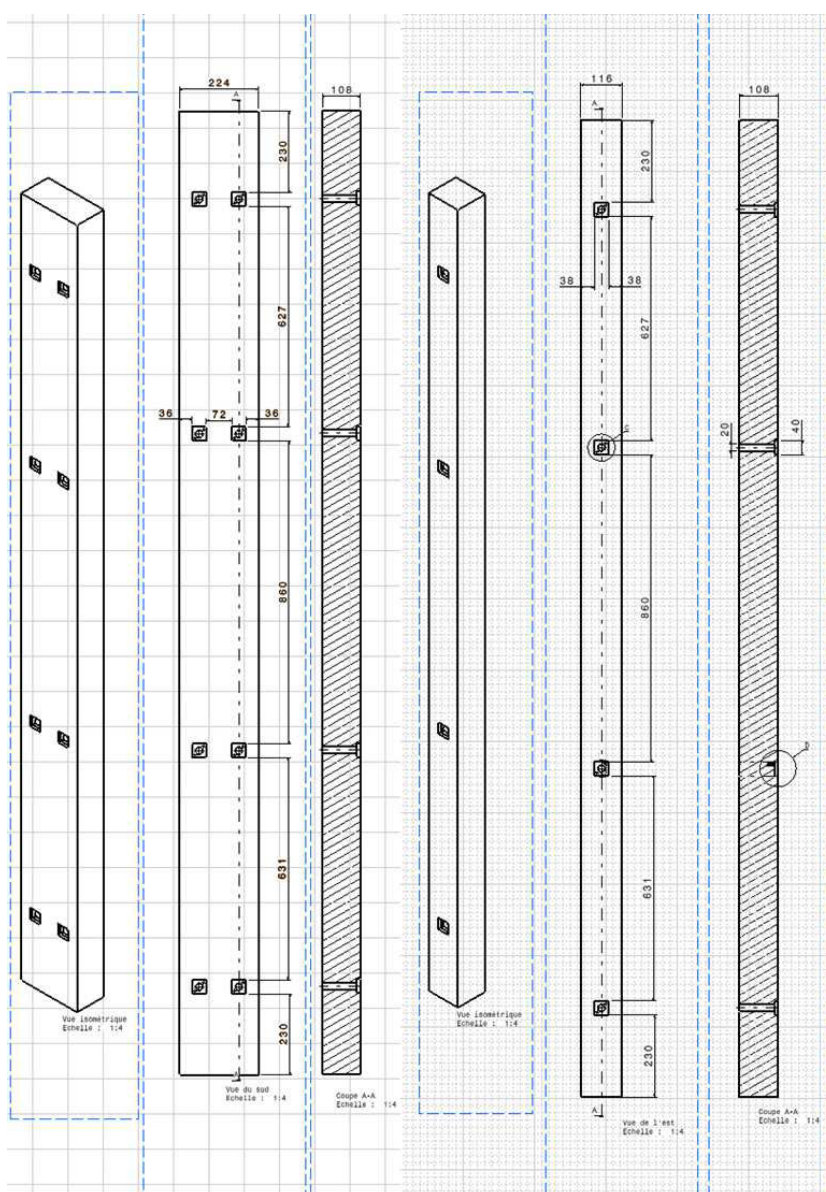


FIGURE A.11 – Schémas des baffles pouvant être ajoutées pour réduire le nombre d'assemblages présents dans la section d'essai.



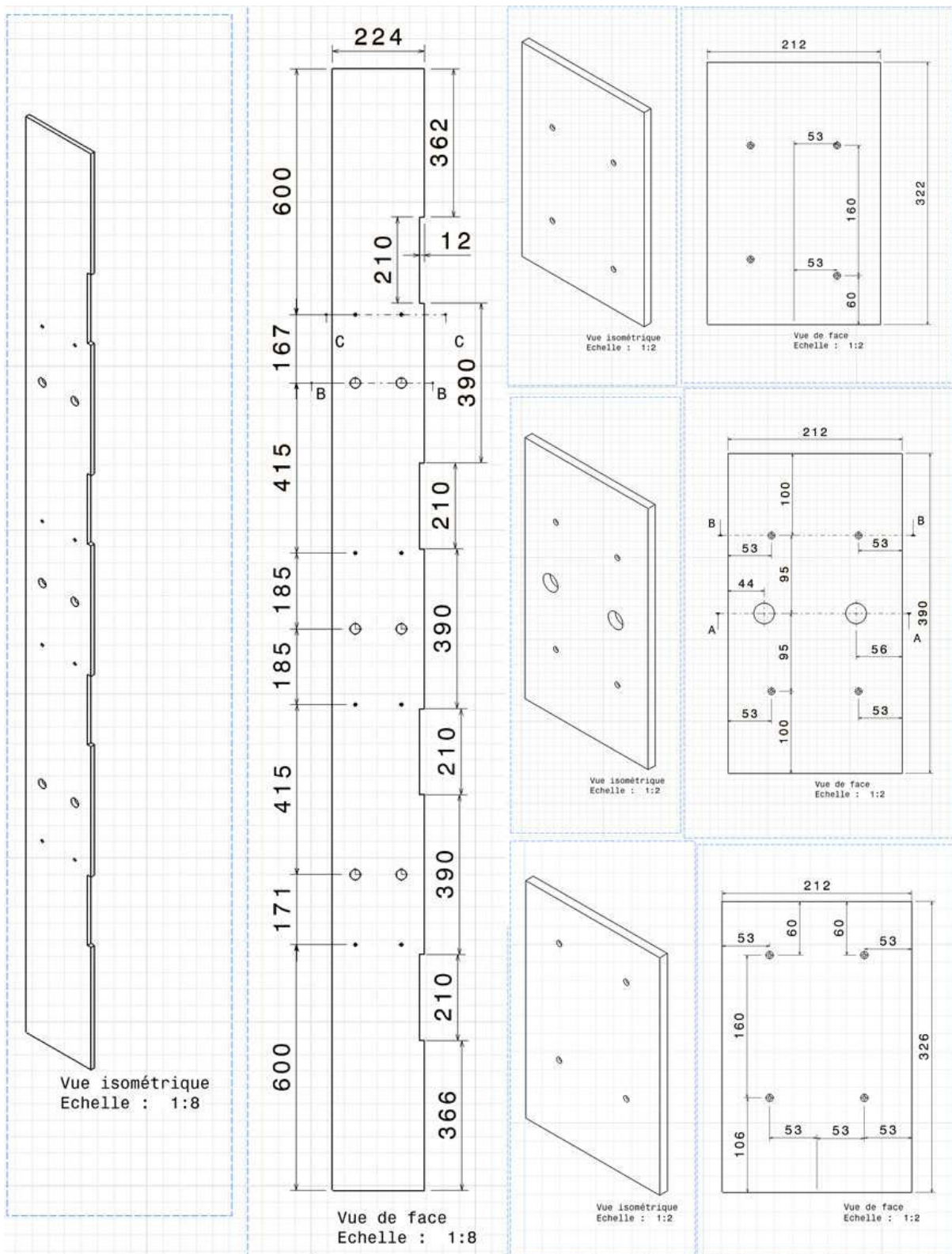


FIGURE A.12 – Schémas des plaques pouvant être ajoutées pour réduire l'espace entre assemblages et entre assemblages et paroi.

## Annexe B

### Résultats de vibration d'un assemblage sous écoulement, vérin en grille 7

Confidentiel



## Annexe C

### Résultats de vibration d'un assemblage en eau, vérin en grille 5

Confidentiel





## Annexe D

# Compression des maquettes ICARE par rondelles ressort

Il est envisagé de comprimer les maquettes d'assemblages combustibles de l'installation ICARE EXPERIMENTAL, afin de les assouplir et de diminuer leurs fréquences de résonance. Cela sera fait à l'aide de rondelles bellevilles, aussi appelées ressort. Un schéma d'une rondelle est donné en Figure D.1, avec la liste de ses dimensions caractéristiques.

- $D_e$  = diamètre extérieur de la rondelle
- $D_i$  = diamètre intérieur de la rondelle
- $l_o$  = hauteur libre de la rondelle au repos
- $t$  = épaisseur de la rondelle
- $h_o$  = hauteur du cône de la rondelle au repos

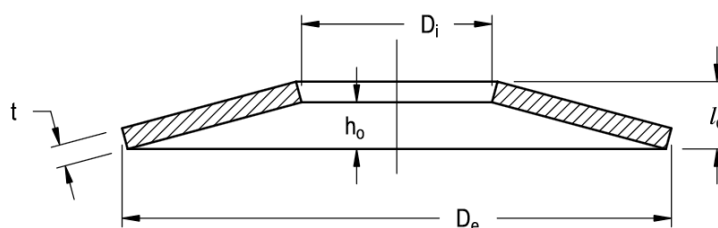


FIGURE D.1 – Schéma d'une rondelle ressort, avec la liste de ses dimensions caractéristiques.

Ces rondelles permettent d'imposer une force connue, lorsqu'elles sont comprimées d'une longueur donnée. Chaque rondelle a une loi de comportement, non-linéaire, dépendant de ses caractéristiques géométriques. Ces lois, qui dépendent du rapport  $h_o/t$ , sont données en Figure D.2. On peut voir que plus le rapport  $h_o/t$  est élevé et plus le comportement de la rondelle s'éloigne d'un comportement linéaire. Cela est logique, puisqu'une augmentation de ce rapport signifie une augmentation des déformées de la rondelle par rapport à son épaisseur.

De nombreuses valeurs de diamètres intérieurs et extérieurs sont disponibles, pour des gammes d'épaisseur  $t$  et de hauteur de cône  $h_o$  variées. Dans notre cas, les rondelles ressorts utilisées doivent pouvoir être placées autour des pions de centrage, sans pour autant trop en dépasser. Les diamètres intérieur et extérieur devant être choisis sont alors 16,3 *mm* et 31,5 *mm* (on pourra se référer au catalogue de la société SPIROL (Spirol International Corporation, 2013)).

La rondelle la plus souple, pour ces diamètres, a une épaisseur  $t = 0,8$  *mm* et une hauteur de cône  $h_o = 1,05$  *mm*. A l'aide des tables fournies par la société citée précédemment, on peut déterminer pour certaines valeurs de compression de la rondelle, la force qu'elle produit. A titre d'exemple, pour une compression de 0,16 *mm* (respectivement 0,27 et 0,53 *mm*), cette rondelle fournit une force de 258 *N* (respectivement 382 et 597 *N*).

En effet, deux rondelles seront utilisées pour comprimer chaque assemblage (une autour de chaque tube guide) et il faut prendre garde à éviter le flambement des tubes guides, lors de la mise en compression des maquettes d'assemblages combustibles. La force maximale de compression des tubes guides est donnée par la formule d'Euler :

$$F_{max} = \frac{\pi EI}{l_k^2}, \quad (D.1)$$

où  $E$  est le module d'Young du matériau,  $I$  le moment quadratique de la structure mise en compression et  $l_k$  est la longueur de flambement de la poutre. Cette longueur de flambement n'est égale à la longueur de l'assemblage ( $L=2.594\text{ m}$ ) que dans le cas d'une liaison rotulée à chaque extrémité. Dans le cas d'encastrement, comme c'est le cas ici,  $l_k = 0,5L$ . Avec les tubes guides de diamètre intérieur  $8\text{ mm}$  et extérieur  $9\text{ mm}$ , en inox, on obtient une force de flambage  $F_{max}=287\text{ N}$ . Cette valeur est une borne inférieure, car la présence des grilles et des crayons augmente cette valeur limite de flambage.

Un assemblage ne doit donc pas être comprimé de plus de  $1148\text{ N}$  sous peine de risquer de flamber. Avec deux rondelles comprimées de  $0,16\text{ mm}$ , on obtiendrait déjà une force de  $516\text{ N}$ . De plus, il est important de noter que les tubes guides ont une raideur en compression  $k_m=1050\text{ N/mm}$ . Cette raideur est en réalité plus faible que celle des rondelles ressort mentionnées précédemment.

Lors de la compression de l'ensemble composé de la maquette et des rondelles, la maquette et les rondelles vont subir la même force et vont donc subir des compressions différentes. En appliquant une compression totale de  $1\text{ mm}$ , la maquette subira une compression d'environ  $0,73\text{ mm}$ , et les rondelles d'environ  $0,27\text{ mm}$  (ces déformations sont déduites, approximativement, par le rapport de raideur en compression entre la maquette et les deux rondelles). La force exercée sur l'ensemble sera alors un peu inférieure à  $800\text{ N}$ . En effet, cette force correspond à la fois à la compression de l'assemblage de  $0,73\text{ mm}$  ( $F = k_m \times 0,73 = 767\text{ N}$ ) et à la compression des deux rondelles de  $0,27\text{ mm}$  ( $F = 2 \times 382 = 764\text{ N}$ ). Pour obtenir des valeurs exactes

Pour une compression de l'ensemble d' $1\text{ mm}$ , la maquette subira donc une force de compression de  $767\text{ N}$ , qui reste loin de la limite de flambage des tubes guides et permet un bon assouplissement de la maquette.

L'écart théorique entre l'embout inférieur des maquettes et la PIC, issu des cahiers des charges, est de  $4\text{ mm}$ . Cependant, les tubes guides sont un peu plus longs au niveau de l'embout inférieur, de  $0,5\text{ mm}$ . L'écart réel est donc d'environ  $3,5\text{ mm}$  pour chaque maquette. Les rondelles ressort ayant une hauteur au repos de  $1,85\text{ mm}$ , l'espace entre les rondelles et la PIC est de  $1,7\text{ mm}$ . Comme on souhaite comprimer l'ensemble d' $1\text{ mm}$ , il faut donc ajouter des cales entre les rondelles et la PIC de  $2,7\text{ mm}$  d'épaisseur, qui devront être fabriquées sur mesure.

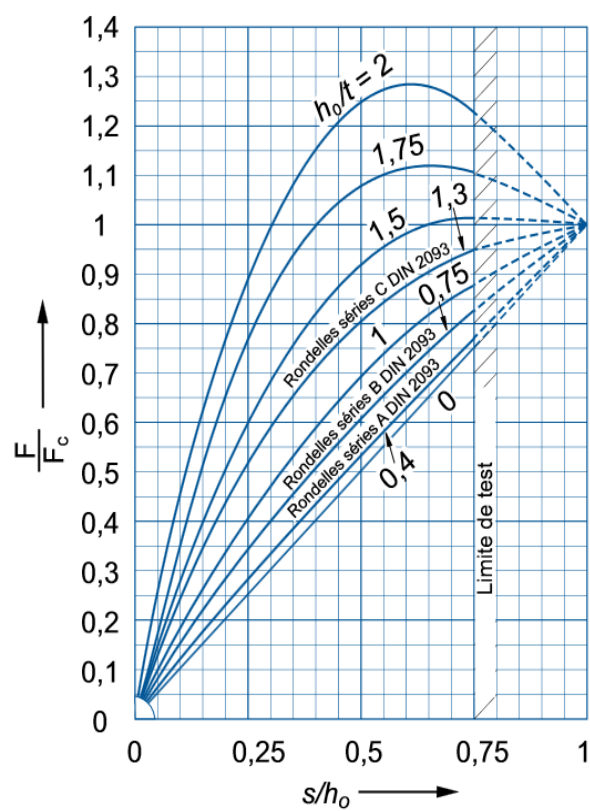


FIGURE D.2 – Courbe charge/déflexion d’une rondelle ressort, où  $F_c$  est la charge nominale lorsque la rondelle est aplatie.

# Résumé

Cette thèse s'inscrit dans le cadre général de la tenue au séisme des cœurs de réacteurs nucléaires à eau pressurisée (REP). Plus précisément, l'objectif de cette thèse est l'étude expérimentale du couplage entre assemblages combustibles induit par un écoulement d'eau axial.

Les phases de conception, réalisation et mise en service d'une nouvelle installation appelée ICARE EXPERIMENTAL sont présentées. ICARE EXPERIMENTAL a été conçue pour observer simultanément les vibrations de quatre maquettes d'assemblages combustibles (2x2) confinées sous écoulement ascendant. La mise en vibration est obtenue en imposant la dynamique d'une maquette, les déplacements des trois autres, induits par le mouvement du fluide, sont mesurés dans le plan horizontal à différentes altitudes.

Une nouvelle méthode d'analyse de données combinant analyse temps-fréquence et décomposition sur modes propres orthogonaux (POD) est décrite. Cette méthode, appelée Sliding Window POD (SW-POD), permet l'analyse de signaux à plusieurs composantes dont la répartition spatiale de l'énergie et le contenu fréquentiel varient avec le temps. Dans le cas de systèmes mécaniques (linéaires et non-linéaires), le lien entre les modes propres orthogonaux obtenus par la SWPOD et les modes normaux (linéaires et non-linéaires) est étudié. La SWPOD est appliquée à des essais expérimentaux de vibration d'un tube de générateur de vapeur, permettant notamment la mise en évidence de résonances internes. Elle est aussi appliquée à des essais expérimentaux de vibration d'un assemblage combustible sous écoulement, fournissant l'évolution des déformées modales en fonction de l'écoulement fluide.

Les mesures obtenues avec l'installation ICARE EXPERIMENTAL sont analysées avec la SWPOD. Les premiers résultats mettent en évidence des mouvements caractéristiques des assemblages non excités, au passage de leurs résonances. Ce couplage entre assemblages combustibles, induit par le fluide, est reproduit par les simulations réalisées à l'aide du code de calcul COEUR3D. Ce code est basé sur une approche milieu poreux pour simuler un réseau d'assemblages combustibles sous écoulement.

# Abstract

The present study is in the scope of pressurized water reactors (PWR) core response to earthquakes. The goal of this thesis is to measure the coupling between fuel assemblies caused an axial water flow.

The design, production and installation a new test facility named ICARE EXPERIMENTAL are presented. ICARE EXPERIMENTAL was built in order to measure simultaneously the vibrations of four fuel assemblies (2x2) under an axial flow. Vibrations are produced by imposing the dynamic of one of the fuel assemblies and the displacements of the three others, induced by the fluid, are measured in the horizontal plane at grids level.

A new data analysis method combining time-frequency analysis and orthogonal mode decomposition (POD) is described. This method, named Sliding Window POD (SWPOD), allows analysing multicomponent data, of which spatial repartition of energy and frequency content are time dependent. In the case of mechanical systems (linear and nonlinear), the link between the proper orthogonal modes obtained through SWPOD and the normal modes (linear and nonlinear) is studied. The SWPOD is applied to experimental tests of a steam generators U-tube, showing the appearance of internal resonances. The method is also applied to dynamic experimental tests of a fuel assembly under axial flow, the evolution of its normal modes is obtained as a function of the fluid velocity.

The measures acquired with the ICARE EXPERIMENTAL installation are analysed using the SWPOD. The first results show characteristic behavior of the free fuel assemblies at their resonances. The coupling between fuel assemblies, induced by the fluid, is reproduced by simulations performed using the COEUR3D code. This code is based on a porous media model in order to simulate a fuel assemblies network under axial flow.